

Décrire un mouvement

Vecteurs position, vitesse et accélération

Chapitre 9 — Physique-Chimie, Terminale générale (spécialité)

Thème 2 : Mouvement et interactions

Cours complet et exercices corrigés. Extrait du manuel *Physique-Chimie*
— *Terminale générale, enseignement de spécialité.*

Table des matières

9	Description d'un mouvement	3
9.1	Système, point matériel et référentiel	4
9.1.1	Le système	4
9.1.2	Le référentiel	4
9.2	Vecteur position, vitesse et accélération	4
9.2.1	Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$	4
9.2.2	Vecteur vitesse $\vec{v}(t)$	5
9.2.3	Vecteur accélération $\vec{a}(t)$	5
9.3	Types de mouvements	6
9.3.1	Mouvement rectiligne uniforme (MRU)	6
9.3.2	Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)	6
9.3.3	Mouvement circulaire	6
9.4	Capacité numérique — Vecteurs vitesse en Python	7
9.5	La description du mouvement : de la mécanique classique au GPS	8
9.5.1	Référentiels et relativité du mouvement	8
9.5.2	La chronophotographie et la cinématique expérimentale	9
9.5.3	GPS et mécanique céleste	9
	Bilan — À retenir	9
	Exercices d'approfondissement	10

Chapitre 9

Description d'un mouvement

☰ Capacités exigibles

- Définir le système étudié et le référentiel
- Exprimer les coordonnées du vecteur position, vitesse et accélération
- Calculer la norme d'un vecteur vitesse à partir des coordonnées
- Identifier et caractériser les différents types de mouvements (rectiligne uniforme, uniformément varié, circulaire)
- Tracer et exploiter des vecteurs vitesse et accélération
- Utiliser la chronophotographie ou un enregistrement vidéo
- Calculer une vitesse angulaire

 **Capacité numérique** : calculer et représenter les vecteurs vitesse et accélération à partir d'un tableau de positions.

↶ Prérequis

- Vecteurs (norme, direction, sens) — Seconde
- Calcul vectoriel de base — Dérivée d'une fonction (Maths)
- Repère cartésien, coordonnées

🔬 Situation d'accroche

Pour prédire où atterrira une sonde spatiale lancée vers Mars, la NASA calcule sa trajectoire sur plusieurs mois en tenant compte de la gravité du Soleil, de la Terre et de Mars. Pour analyser le saut d'un athlète aux JO, un biomécanicien enregistre sa position toutes les $\frac{1}{50}$ s et reconstruit sa vitesse image par image. Dans les deux cas, le problème est le même : **décrire précisément comment un objet se déplace** — c'est l'objet de la cinématique.

9.1 Système, point matériel et référentiel

9.1.1 Le système

En mécanique, on commence toujours par choisir le **système** étudié — c'est-à-dire l'objet dont on veut décrire le mouvement. Selon le problème, ce système peut être :

- un **point matériel** : objet dont les dimensions sont négligeables devant les distances parcourues (la Terre dans son orbite, une balle, etc.)
- un **solide indéformable** : dont on étudie le centre de masse.

Choisir le bon système est crucial : si on étudie la chute d'une balle, le système est {balle} — pas la Terre, pas l'air.

9.1.2 Le référentiel

Un mouvement n'a de sens que *relativement* à un observateur. La même balle peut être immobile dans le référentiel du train qui la porte et en mouvement rapide dans le référentiel du quai. Le **référentiel** est la structure de mesure — le cadre de référence — par rapport auquel on décrit le mouvement.

Définition — Référentiel

Un **référentiel** est constitué de :

- Un **repère d'espace** : un point d'origine O et trois axes (Ox, Oy, Oz) fixes dans le référentiel.
- Une **horloge** : pour mesurer le temps.

Référentiel	Lié à	Valable pour
Géocentrique	Centre de la Terre	Satellites, projectiles en chute libre
Héliocentrique	Centre du Soleil	Mouvements planétaires
Terrestre (ou du labo)	Sol	Mouvement à la surface de la Terre
Galiléen	En translation rectiligne uniforme	Application des lois de Newton

Un référentiel est dit **galiléen** (ou **inertiel**) si un objet isolé y est en mouvement rectiligne uniforme. En pratique, le référentiel terrestre est approximativement galiléen pour des expériences courtes.

9.2 Vecteur position, vitesse et accélération

9.2.1 Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$

À chaque instant t , le point matériel M se trouve à une position précise dans le référentiel. On la repère par le **vecteur position** $\overrightarrow{OM}(t)$, dont les composantes dans le repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sont les coordonnées $(x(t), y(t), z(t))$.

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t) \vec{x} + y(t) \vec{y} + z(t) \vec{z}$$

La courbe décrite par M au cours du temps est sa **trajectoire**.

9.2.2 Vecteur vitesse $\vec{v}(t)$

Définition — Vecteur vitesse instantanée

Le **vecteur vitesse** de M à l'instant t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix}$$

Sa norme $v = \|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ est la **vitesse scalaire** (en m s^{-1}).

Le vecteur $\vec{v}(t)$ est **tangent à la trajectoire** en M, dans le sens du mouvement.

En pratique (chronophotographie, vidéo), on dispose d'une série de positions M_i relevées à intervalles de temps τ réguliers. On approche la vitesse au point M_i par le **vecteur déplacement centré** :

$$\vec{v}_i \approx \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau}$$

Méthode — Calculer un vecteur vitesse à partir de positions

1. Identifier les positions M_{i-1} , M_i et M_{i+1} dans le tableau.
2. Calculer le vecteur $\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}$ de composantes $(x_{i+1} - x_{i-1} ; y_{i+1} - y_{i-1})$.
3. Diviser par 2τ pour obtenir les composantes de $\vec{v}_i$.
4. Calculer la norme : $v_i = \|\vec{v}_i\|$.

9.2.3 Vecteur accélération $\vec{a}(t)$

Définition — Vecteur accélération

Le **vecteur accélération** est la dérivée du vecteur vitesse :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{pmatrix}$$

Son unité est le m s^{-2} .

L'accélération indique comment la vitesse *change* — en norme, en direction ou en sens. Il est crucial de comprendre que :

- $\vec{a} = \vec{0}$ ne signifie pas « l'objet est immobile » mais « sa vitesse est constante » (en norme et direction).
- Un objet peut accélérer même si sa vitesse scalaire ne change pas : c'est le cas du mouvement circulaire uniforme, où $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$ et toujours dirigé vers le centre.

De même qu'on approche $\vec{v}$ par un vecteur centré, on approche l'accélération au point M_i par :

$$\vec{a}_i \approx \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{2\tau} \quad \text{ou} \quad \vec{a}_i \approx \frac{\overrightarrow{M_iM_{i+1}} - \overrightarrow{M_{i-1}M_i}}{\tau^2}$$

9.3 Types de mouvements

9.3.1 Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

✓ Propriété — Mouvement rectiligne uniforme

Un mouvement est **rectiligne uniforme** si :

- la trajectoire est une **droite** (mouvement rectiligne)
- la vitesse scalaire est **constante** ($v = \text{cste}$)

Dans ce cas : $\vec{a} = \vec{0}$ et $x(t) = x_0 + v t$.

Un objet en MRU est soit isolé (aucune force ne s'exerce sur lui) soit soumis à des forces qui se compensent exactement. C'est la manifestation de la **première loi de Newton** (principe d'inertie).

9.3.2 Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

✓ Propriété — Mouvement rectiligne uniformément varié

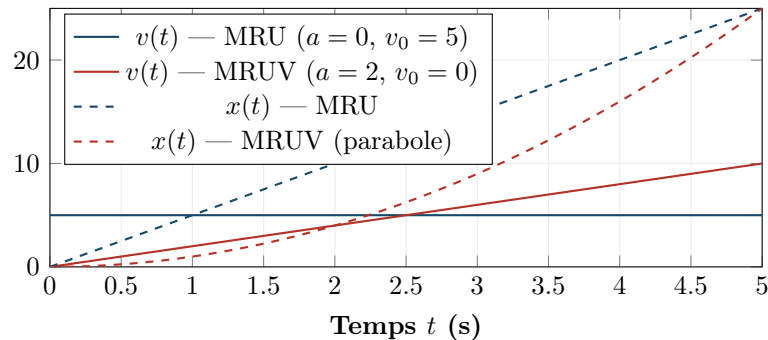
Un mouvement est **uniformément varié** si l'accélération est **constante** (et non nulle) et colinéaire à la vitesse.

Équations horaires (axe Ox , avec x_0, v_0, a constants) :

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a (x - x_0) \quad (\text{relation sans } t)$$



9.3.3 Mouvement circulaire

📖 Définition — Mouvement circulaire

Un mouvement est **circulaire** si la trajectoire est un cercle (ou un arc). Si la vitesse scalaire est constante, le mouvement est dit **circulaire uniforme** (MCU).

Pour un MCU de rayon R et de période T :

- Vitesse scalaire : $v = \frac{2\pi R}{T}$
- Vitesse angulaire : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{R}$ (en rad s^{-1})

- Accélération : $\vec{a}$ est dirigé vers le **centre** du cercle (centripète) et a pour norme :
- $$a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

 Attention

Dans un MCU, la vitesse scalaire est constante mais le **vecteur vitesse tourne** : l'accélération n'est pas nulle. C'est l'erreur classique : « si la vitesse ne change pas, l'accélération est nulle » — FAUX si la direction change.

 Exemple — Satellite en orbite circulaire

La Station spatiale internationale (ISS) orbite à $h = 400$ km d'altitude, avec $R = R_{\text{Terre}} + h = 6400 + 400 = 6800$ km = $6,8 \times 10^6$ m.

Période : $T = 92$ min = 5520 s.

Vitesse : $v = \frac{2\pi \times 6,8 \times 10^6}{5520} \approx 7730 \text{ m s}^{-1} \approx 7,7 \text{ km s}^{-1}$

Accélération centripète : $a = \frac{v^2}{R} = \frac{(7730)^2}{6,8 \times 10^6} \approx 8,8 \text{ m s}^{-2}$

Ce résultat est cohérent avec g à 400 km d'altitude (légèrement inférieur à $9,8 \text{ m s}^{-2}$).

9.4 Capacité numérique — Vecteurs vitesse en Python

 **Capacité numérique** : Calculer et tracer les vecteurs vitesse à partir d'un tableau de positions issu d'une chronophotographie ou d'une vidéo.

 Python — Vecteurs vitesse et accélération

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Donnees : positions (en m) et intervalle de temps tau (en s)
tau = 0.04 # 40 ms entre deux images
x = np.array([0.00, 0.08, 0.15, 0.21, 0.26, 0.30, 0.33, 0.35])
y = np.array([0.00, 0.03, 0.10, 0.19, 0.28, 0.37, 0.44, 0.50])

# Vecteurs vitesse (methode centree, indices 1 a n-2)
vx = (x[2:] - x[:-2]) / (2 * tau)
vy = (y[2:] - y[:-2]) / (2 * tau)
v = np.sqrt(vx**2 + vy**2)

# Vecteurs acceleration
ax = (x[2:] - 2*x[1:-1] + x[:-2]) / tau**2
ay = (y[2:] - 2*y[1:-1] + y[:-2]) / tau**2
a = np.sqrt(ax**2 + ay**2)

# Tracé
fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 5))
xi = x[1:-1]; yi = y[1:-1]

axes[0].plot(x, y, 'ko-', markersize=5, label='Trajectoire')
axes[0].quiver(xi, yi, vx, vy,
               color='blue', scale=20, label='Vitesse')
axes[0].set_title('Trajectoire et vecteurs vitesse')
axes[0].legend(); axes[0].set_aspect('equal')

axes[1].quiver(xi, yi, ax, ay,
               color='red', scale=300, label='Acceleration')
axes[1].plot(x, y, 'ko-', markersize=5)
axes[1].set_title('Trajectoire et vecteurs acceleration')
axes[1].legend(); axes[1].set_aspect('equal')

plt.tight_layout(); plt.show()

print("Vitesses (m/s) :", np.round(v, 2))
print("Accelerations (m/s2) :", np.round(a, 2))

```

9.5 La description du mouvement : de la mécanique classique au GPS

9.5.1 Référentiels et relativité du mouvement

Le choix du référentiel est fondamental en mécanique. Un passager dans un train voit le paysage défiler ; un observateur sur le quai voit le train passer. Ces deux descriptions du même phénomène sont également valides dans leurs référentiels respectifs. Galilée, le premier, a formulé ce principe de relativité : les lois de la mécanique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens (en mouvement de translation uniforme l'un par rapport à l'autre).

Ce principe a des conséquences pratiques immédiates : calculer la trajectoire d'un obus tiré depuis un navire en mouvement, analyser la trajectoire d'une balle dans un train, comprendre pourquoi une balle lâchée dans un avion en vol horizontal tombe verticalement aux yeux du passager mais suit une parabole pour l'observateur au sol.

9.5.2 La chronophotographie et la cinématique expérimentale

Avant les détecteurs électroniques modernes, la **chronophotographie** (développée par É.-J. Marey et E. Muybridge vers 1880) permettait d'analyser des mouvements trop rapides pour l'œil. En photographiant à intervalles réguliers un objet en mouvement sur le même cliché, on obtient une suite de positions qui permettent de calculer vitesses et accélérations. Marey a ainsi étudié le vol des oiseaux, la course des chevaux, la marche humaine — révolutionnant la biomécanique et influençant même le cinéma (Lumière, Méliès).

Aujourd'hui, les caméras haute vitesse (jusqu'à 10^6 images/s) et les trackers de mouvement par vision par ordinateur permettent l'analyse cinématique en temps réel. Ces techniques sont utilisées en biomécanique sportive, en test de crash automobile, en contrôle qualité industriel.

9.5.3 GPS et mécanique céleste

Le **GPS** (Global Positioning System) est une application pratique fascinante de la cinématique et de la relativité. Chaque satellite GPS émet en permanence sa position (déterminée par mécanique orbitale newtonienne) et l'heure précise (horloge atomique). Un récepteur au sol mesure le temps de propagation des signaux de 4 satellites minimum et calcule sa position par trilatération.

La précision du GPS nécessite de prendre en compte deux effets relativistes : la **relativité restreinte** (les horloges des satellites avancent moins vite car elles se déplacent à 14 000 km/h) et la **relativité générale** (elles avancent plus vite car elles sont moins soumises à la gravité terrestre). L'effet net est $+38 \mu\text{s/jour}$; sans correction, le GPS dériverait de $\approx 11 \text{ km/jour}$. Le GPS moderne atteint une précision centimétrique pour les applications de précision agricole et géodésique.

9.5 À retenir — Chapitre 9

★ À retenir

Référentiel et système

- Choisir le bon référentiel (galiléen pour Newton)
- Référentiel terrestre $\approx$ galiléen (durée courte)

Vecteurs cinématiques

- $\vec{v} = d\vec{OM}/dt$ — tangent à la trajectoire
- $\vec{a} = d\vec{v}/dt$
- Approche centrée : $\vec{v}_i \approx \overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}/(2\tau)$

Types de mouvements

- MRU : $v = \text{cste}$, $\vec{a} = \vec{0}$, droite
- MRUV : $a = \text{cste}$, $v(t) = v_0 + at$,
 $x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- MCU : $v = \text{cste}$, $\vec{a}$ centripète, $a = v^2/R$
- $\omega = 2\pi/T = v/R$ (rad s^{-1})

Exercices d'approfondissement

Exercice 9.1 — MRU et MRUV

Un TGV démarre de la gare et accélère uniformément de $a = 0,50 \text{ m s}^{-2}$ pendant $\Delta t_1 = 120 \text{ s}$, puis poursuit à vitesse constante.

1. Calculer la vitesse atteinte après l'accélération.
2. Calculer la distance parcourue pendant la phase d'accélération.
3. Combien de temps pour parcourir ensuite 50 km à vitesse constante ?

► Correction

1. $v = a\Delta t_1 = 0,50 \times 120 = 60 \text{ m s}^{-1} = 216 \text{ km h}^{-1}$
2. $d_1 = \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0,50 \times 120^2 = 3600 \text{ m} = 3,6 \text{ km}$
3. $\Delta t_2 = d_2/v = 50000/60 \approx 833 \text{ s} \approx 13,9 \text{ min}$

Exercice 9.2 — Chronophotographie

Une balle tombe librement. Sur une chronophotographie, on relève les positions successives (intervalle $\tau = 40 \text{ ms}$) :

Instant	$y \text{ (cm)}$	$\Delta y \text{ (cm)}$
t_0	0	—
t_1	0,8	0,8
t_2	3,1	2,3
t_3	7,1	4,0
t_4	12,7	5,6

1. Calculer la vitesse moyenne entre t_2 et t_3 .
2. Étudier l'évolution des Δy d'un intervalle au suivant, puis en déduire l'accélération.
3. Identifier le type de mouvement.

► Correction

1. $v_{23} = \Delta y_{23}/\tau = 4,0 \times 10^{-2}/(40 \times 10^{-3}) = 1,0 \text{ m s}^{-1}$
2. Les écarts successifs valent $2,3 - 0,8 = 1,5 \text{ cm}$, $4,0 - 2,3 = 1,7 \text{ cm}$ et $5,6 - 4,0 = 1,6 \text{ cm}$: constants à la précision du pointage près, en moyenne $\Delta(\Delta y) \approx 1,6 \text{ cm}$. D'où $a = \Delta(\Delta y)/\tau^2 = 1,6 \times 10^{-2}/(40 \times 10^{-3})^2 \approx 10 \text{ m s}^{-2} \approx g \checkmark$
3. Mouvement uniformément accéléré (**MRUV**), chute libre sous l'action du poids uniquement.

Exercice 9.3 — Mouvement circulaire uniforme

La Lune orbite autour de la Terre à une distance $R = 3,84 \times 10^8$ m avec une période $T = 27,3$ d.

1. Calculer la vitesse orbitale de la Lune.
2. Calculer l'accélération centripète.
3. Comparer avec g à la surface terrestre. Commenter (rayon Terre $R_T = 6,37 \times 10^6$ m).

► Correction

1. $T = 27,3 \times 86400 = 2,36 \times 10^6$ s ; $v = 2\pi R/T = 2\pi \times 3,84 \times 10^8 / (2,36 \times 10^6) = 1022 \text{ m s}^{-1}$
2. $a_c = v^2/R = 1022^2 / (3,84 \times 10^8) = 2,72 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$
3. Rapport : $g/a_c = 9,81 / 2,72 \times 10^{-3} \approx 3600 \approx (R/R_T)^2 = (384000/6370)^2 \approx 3633$. Newton en déduisit que la gravité suit une loi en $1/r^2$: même force qui fait tomber les pommes garde la Lune en orbite.

Exercice 9.4 — Vecteur vitesse et accélération

Un mobile parcourt un cercle de rayon $R = 5,0$ m à vitesse constante $v = 10 \text{ m s}^{-1}$.

1. Calculer la norme du vecteur accélération centripète.
2. Quel est l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{a}$ dans un MCU ?
3. Si la vitesse augmente de $a_t = 2,0 \text{ m s}^{-2}$, calculer l'accélération totale $\|\vec{a}\|$.

► Correction

1. $a_c = v^2/R = 100/5,0 = 20 \text{ m s}^{-2}$
2. Dans le MCU, $\vec{a}$ est centripète (vers le centre) et $\vec{v}$ est tangente : l'angle est 90° .
3. $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{20^2 + 2^2} = \sqrt{404} \approx 20,1 \text{ m s}^{-2}$