Manuel de mathématiques

Cahier d'entraînement — le socle de base

Bac Pro — Famille des métiers de l'énergie

chauffage • climatisation • énergies renouvelables

Un cahier pour **s'entraîner** sur les mathématiques de base utiles au métier et au Bac Pro.

10 chapitres • un **test de positionnement** • des exercices à **trois niveaux** (**Socle**, **Standard**, **Approfondissement**)

Chaque chapitre : une règle, une méthode, un visuel, des exemples du métier, et de la place pour écrire.

Nom : ....

Classe : ....   Année : ....

Sommaire

Test de positionnement — où en es-tu ?

Ce test rapide fait le point sur les bases. Pour chaque question ratée, le **chapitre à revoir** est indiqué entre parenthèses : commence ta révision par ceux-là.

1. *(ch. 1)* Arrondis 3,872 au dixième : ....
2. *(ch. 2)* 5 m de câble coûtent 8 € ; alors 15 m coûtent .... €.
3. *(ch. 3)* 20 % de 150 = ...
4. *(ch. 4)* 2 300 W = ... kW
5. *(ch. 5)* Écris 4 500 en notation scientifique : ....
6. *(ch. 6)* Dans $P = U \times I$, isole I : $I =$ ....
7. *(ch. 7)* Résous $4x = 20$: $x =$ ....
8. *(ch. 8)* Pour $f(x) = 2x + 3$, l'image de 4 est ....
9. *(ch. 9)* Aire d'un mur 5 m × 2,5 m : .... m^2
10. *(ch. 10)* Sur une étiquette DPE, la classe A correspond à un logement .... (économe / énergivore).

Deux calculs à poser :

STANDARD Une facture de 1 200 € baisse de 30 %. Quel est le nouveau montant ?

STANDARD Convertis 90 min en heures.

Comment utiliser ce test

Compte tes réussites sur 12. Chaque question ratée renvoie au chapitre correspondant (numéro entre parenthèses) : ce sont tes priorités de révision. Refais le test à la fin de l'année pour mesurer tes progrès.

1. Les nombres : décimaux et arrondis

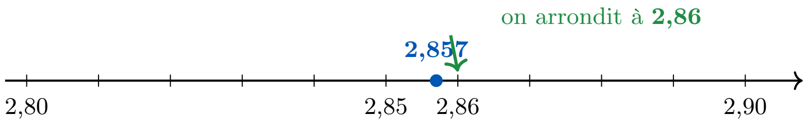
Dans les métiers de l'énergie, les appareils de mesure affichent souvent beaucoup de chiffres après la virgule : une **résistance**, une **intensité**, une **température**. Pour noter un résultat clair sur une fiche d'intervention ou un devis, il faut savoir l'**arrondir** au bon rang.

Dans un nombre décimal comme 2,857, la **partie entière** est 2 et la **partie décimale** est 857 (chiffres après la virgule).
Arrondir au dixième : on garde **un** chiffre après la virgule. **Arrondir au centième** : on garde **deux** chiffres après la virgule.
Règle : on regarde le chiffre du **rang suivant**. S'il vaut **5 ou plus**, on **augmente de 1** le dernier chiffre gardé ; s'il vaut **4 ou moins**, on ne change rien.
L'**ordre de grandeur** est une valeur approchée simple (souvent un entier rond) qui sert à **vérifier** qu'un calcul est cohérent.

Méthode

1. Je repère le **rang** demandé (dixième ou centième) et je souligne le dernier chiffre à garder.
2. Je regarde le **chiffre juste après**.
3. J'arrondis : s'il est ≥ 5 j'augmente de 1, sinon je garde tel quel.
4. Je vérifie la **cohérence** avec l'ordre de grandeur.

Visualiser un arrondi. Sur une droite graduée entre 2,80 et 2,90, le nombre 2,857 est placé plus près de 2,86 que de 2,85 : son arrondi au centième est donc 2,86.



Exemple dans le métier

Un technicien calcule une résistance et lit $R = 2{,}857\ \Omega$. Pour la noter sur sa fiche, il l'arrondit **au centième**.
Chiffre du rang suivant : $7 \geq 5$, donc on augmente : $R \approx 2{,}86\ \Omega$.

Exemple dans le métier

Une pince ampèremétrique affiche $I = 6{,}521$ A. On l'arrondit **au dixième**.
Chiffre du rang suivant : $2 \leq 4$, donc on ne change rien : $I \approx 6{,}5$ A.

Erreur fréquente

Arrondir n'est **pas** tronquer (couper) ! 3,87 arrondi au dixième donne 3,9 (car $7 \geq 5$), et **pas** 3,8.
Il ne faut pas non plus arrondir **trop tôt** : on garde les chiffres pendant le calcul et on n'arrondit qu'**à la fin**.

À toi de jouer

SOCLE **Arrondir au dixième.** Complète.

1. $4{,}73 \approx$ .... $8{,}19 \approx$ .... $12{,}45 \approx$ ....
2. $7{,}96 \approx$ .... $0{,}38 \approx$ ....

SOCLE **Arrondir au centième.** Complète.

1. $2{,}857 \approx$ .... $5{,}312 \approx$ .... $9{,}608 \approx$ ....
2. $1{,}995 \approx$ .... $0{,}074 \approx$ ....

SOCLE **Comparer.** Compare ces deux mesures avec $<$ ou $>$.

3,5 ..... 3,48 12,07 ..... 12,007 0,9 0,89

SOCLE **Ranger.** Range ces tensions dans l'ordre croissant : 6,5 6,05 6,55 6,5 0 5.

STANDARD **Ordre de grandeur.** Sans poser le calcul, donne l'ordre de grandeur de $19{,}80 + 49{,}90 + 9{,}95$ (achats de matériel).

STANDARD **Vérifier un devis.** Un devis indique un total de 1 249,80 €. Quel est son ordre de grandeur (à l'euro le plus proche, arrondi à la dizaine) ?

STANDARD **Encadrer.** Encadre chaque nombre entre les deux entiers consécutifs, puis entre les deux dixièmes consécutifs.

1. ..... $< 4{,}3 <$ ..... , puis .... $< 4{,}37 <$ ....
2. ..... $< 7{,}82 <$ ..... , puis .... $< 7{,}82 <$ ....

APPROFONDISSEMENT **Loi d'Ohm.** Un technicien mesure une tension $U = 230$ V et une intensité $I = 13{,}7$ A. La résistance est $R = U \div I$. Calcule R puis donne le résultat **arrondi au centième**.

APPROFONDISSEMENT **Prix au litre.** Une cuve de fioul de 750 L est facturée 948,50 €. Calcule le prix d'un litre, puis arrondis-le **au centime** (au centième d'euro).

Ce que je dois savoir faire

— reconnaître la partie entière et la partie décimale d'un nombre ;
— arrondir un nombre décimal au dixième et au centième ;
— comparer et ranger des nombres décimaux ;
— donner l'ordre de grandeur d'un résultat pour vérifier un calcul ;
— arrondir le résultat final d'un calcul métier au rang demandé.

2. La proportionnalité

Dans les métiers de l'énergie, beaucoup de grandeurs sont proportionnelles : le **prix** d'un câble selon sa longueur, la **quantité** d'un produit selon le nombre d'appareils, la **puissance** installée selon le nombre de radiateurs. Reconnaître une situation de proportionnalité permet de calculer rapidement et sans se tromper.

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on passe de l'une à l'autre en **multipliant toujours par le même nombre**, appelé **coefficient de proportionnalité**.
On présente souvent les valeurs dans un **tableau de proportionnalité**.
Produit en croix (quatrième proportionnelle) : si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $d = \dfrac{b \times c}{a}$.

Méthode

1. Je vérifie que la situation est bien **proportionnelle** (on multiplie, on n'ajoute pas).
2. Je cherche le **coefficient** en faisant une **division** (une valeur d'arrivée divisée par la valeur de départ correspondante).
3. Je **multiplie** par ce coefficient pour trouver la valeur cherchée.
4. Je vérifie l'**ordre de grandeur** du résultat.

Visualiser la proportionnalité. La figure montre un tableau de proportionnalité (Longueur en m → Prix en €) où l'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant par le même coefficient 1,70 €/m.

Longueur (m)	5	12
	$\downarrow \times 1{,}70$	$\downarrow \times 1{,}70$
Prix (€)	8,50	20,40

Exemple dans le métier

5 m de câble coûtent 8,50 €. Quel est le prix au mètre, et le prix de 12 m ?
Prix au mètre (coefficient) : $\dfrac{8{,}50}{5} = 1{,}70$ €/m. Prix de 12 m : $12 \times 1{,}70 = 20{,}40$ €.

Exemple dans le métier

Pour chauffer un logement, on installe 3 radiateurs pour une puissance de 4,5 kW. Pour 5 radiateurs identiques ?
Coefficient : $\dfrac{4{,}5}{3} = 1{,}5$ kW par radiateur. Puissance : $5 \times 1{,}5 = 7{,}5$ kW.

Erreur fréquente

Tout n'est pas proportionnel ! Un abonnement avec une **part fixe** ne l'est pas : par exemple 20 € d'abonnement + 0,15 € par kWh. Doubler les kWh ne double pas la facture, à cause des 20 € fixes.
Et surtout : ne pas confondre **ajouter** et **multiplier**.

À toi de jouer

SOCLE **Compléter un tableau.** Ce tableau est proportionnel (prix d'un câble à 1,70 €/m). Complète-le.

Longueur (m)	5	10	20	.....
Prix (€)	8,50	.....	34	51

SOCLE **Compléter un tableau.** Ce tableau est proportionnel (puissance selon le nombre de radiateurs, 1,5 kW chacun). Complète-le.

Nombre de radiateurs	2	4	.....	8
Puissance (kW)	3	.....	9	.....

SOCLE **Calculer un coefficient.** 4 m de gaine coûtent 6,00 €. Quel est le prix au mètre (le coefficient) ?

SOCLE **Calculer un coefficient.** 8 collecteurs solaires fournissent 20 kWh. Quelle énergie par collecteur ?

STANDARD **Produit en croix.** Complète : $\frac{3}{4{,}5} = \frac{5}{d}$. Calcule d.

STANDARD **Quatrième proportionnelle.** Si 7 m de tube coûtent 10,50 €, combien coûtent 11 m ?

STANDARD **Problème de débit.** Une pompe remplit un ballon à débit constant : 180 litres en 6 minutes. Combien de litres en 10 minutes ?

STANDARD **Problème de dosage.** Pour le circuit de chauffage, on mélange l'antigel proportionnellement à l'eau : 2,5 litres d'antigel pour 10 litres d'eau. Combien d'antigel pour 25 litres

Ce que je dois savoir faire

— reconnaître si une situation est proportionnelle ou non ;
— trouver le coefficient de proportionnalité par une division ;
— compléter un tableau de proportionnalité ;
— utiliser le produit en croix pour trouver une quatrième proportionnelle.

3. Les pourcentages

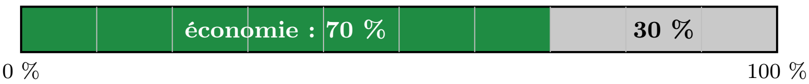
Dans les métiers de l'énergie, on parle sans cesse de pourcentages : le **rendement** d'une chaudière, le **pourcentage d'économie** d'une pompe à chaleur, une **remise** sur un devis, le **taux de couverture** d'un chauffe-eau solaire. Savoir les manier est indispensable.

Prendre $x\,\%$ d'une quantité : la **multiplier par** $\dfrac{x}{100}$.
Calculer un pourcentage : $\dfrac{\text{partie}}{\text{total}} \times 100$.
Faire évoluer (coefficient multiplicateur) : augmenter de $x\,\%$ $\Rightarrow \times \left(1 + \dfrac{x}{100}\right)$; diminuer de $x\,\%$ $\Rightarrow \times \left(1 - \dfrac{x}{100}\right)$.

Méthode

1. Je repère s'il s'agit de *prendre*, de *calculer* ou de *faire évoluer* un pourcentage.
2. Pour une évolution, je choisis le bon **coefficient multiplicateur** (hausse > 1, baisse < 1).
3. Je multiplie, puis je vérifie l'ordre de grandeur.

Visualiser un pourcentage. Une barre représente le total (100 %). Ici, la pompe à chaleur économise 70 % : il reste 30 % à payer.



Exemple dans le métier

Une pompe à chaleur réduit la facture de chauffage de **70 %**. La facture était de 1 200 €.
Économie : $1200 \times \dfrac{70}{100} = 840$ €. Nouvelle facture : $1200 \times 0{,}30 = 360$ €.

Exemple dans le métier

Un chauffe-eau solaire fournit 450 kWh sur les 600 kWh nécessaires dans l'année.
Taux de couverture : $\dfrac{450}{600} \times 100 = 75\,\%$.

Erreur fréquente

« Augmenter de 20 % puis diminuer de 20 % » ne ramène **pas** au prix de départ :
$\times 1{,}20 \times 0{,}80 = 0{,}96$: il reste 96 % du prix, on a perdu 4 %.

À toi de jouer

SOCLE **Prendre un pourcentage.**

1. 15 % de 80 : .... 25 % de 60 : .... 10 % de 350 : ....
2. Une remise de 5 % sur un devis de 2 000 € vaut .... €.

SOCLE **Calculer un pourcentage.** Sur 120 interventions, 30 concernent une pompe à chaleur. Quel pourcentage ?

STANDARD **Rendement.** Une chaudière reçoit 20 kWh d'énergie (gaz) et en restitue 18 kWh de chaleur utile. Calcule son rendement.

STANDARD **Économie d'énergie.** Avant travaux, un logement consomme 2 500 kWh ; après isolation, 1 600 kWh.

1. Quelle est l'économie, en kWh ? .... kWh.
2. Quel pourcentage d'économie cela représente-t-il ?

STANDARD **Évolution (coefficient).** Un devis de 3 200 € augmente de 5 % (oubli de la pose). Nouveau montant ?

STANDARD **Taux de couverture.** Des panneaux produisent 2 700 kWh sur une consommation de 4 500 kWh/an. Taux de couverture ?

APPROFONDISSEMENT **Deux baisses successives.** Une facture de 1 500 € baisse de 20 % grâce à l'isolation, puis encore de 15 % grâce à une pompe à chaleur. Quelle est la facture finale ? La baisse totale est-elle de 35 % ?

Ce que je dois savoir faire

- prendre un pourcentage d'une quantité ($\times \frac{x}{100}$) ;
- calculer un pourcentage à partir d'une partie et d'un total ;
- appliquer une hausse ou une baisse avec un coefficient multiplicateur ;
- comprendre que des pourcentages successifs ne s'additionnent pas.

4. Les conversions d'unités

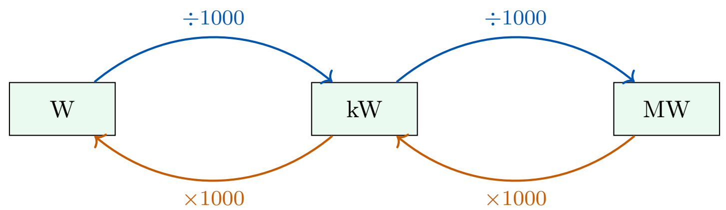
Dans les métiers de l'énergie, une même grandeur s'écrit avec des unités différentes : une chaudière affiche une puissance en **kilowatts** (kW), un compteur relève une énergie en **kilowattheures** (kWh), un plan donne des longueurs en **centimètres** (cm), un débit d'air se lit en **litres** (L) ou en **mètres cubes** (m^3). Avant de calculer, comparer ou additionner, il faut tout ramener à la **même unité**.

On ne peut **additionner** ou **comparer** que des grandeurs exprimées dans la **même unité**.
Puissance : 1 kW = 1 000 W. **Énergie :** 1 kWh = 1 000 Wh.
Longueur : 1 m = 100 cm = 1 000 mm. **Volume :** 1 m^3 = 1 000 L.
Temps : 1 h = 60 min ; 1 min = 60 s.
Pour passer d'une unité à l'autre, on **multiplie** ou on **divise** par la bonne puissance de 10 ($\times$1 000, $\div$1 000, $\times$100...).

Méthode

1. J'identifie la **grandeur** (puissance, énergie, longueur...) et l'**unité de départ**.
2. Je repère l'**unité voulue**.
3. Je **multiplie** ou je **divise** par la bonne puissance de 10 ($\times$1 000 pour passer de kW à W, $\div$1 000 dans l'autre sens).
4. Je **vérifie l'ordre de grandeur** : un kW, c'est « beaucoup » de W, donc le nombre de W doit être plus grand.

Visualiser les conversions. La figure montre une échelle des unités de puissance : on passe de W à kW puis à MW en multipliant par 1 000 à chaque étape ($\times$1 000 $\rightarrow$), et on revient en sens inverse en divisant par 1 000 ($\div$1 000 $\rightarrow$).



Exemple dans le métier

Un radiateur électrique a une puissance de 1 500 W. En kW ?
On divise par 1 000 (des W vers les kW) : $1500 \div 1\,000 = 1{,}5$ kW.
Une chaudière de 24 kW développe $24 \times 1\,000 = 24\,000$ W.

Exemple dans le métier

Un compteur relève 2,5 kWh sur une journée. En Wh ?
On multiplie par 1 000 : $2{,}5 \times 1\,000 = 2\,500$ Wh.
Une intervention a duré 90 min, soit $90 \div 60 = 1{,}5$ h. Un débit d'air de 30 m^3 représente $30 \times 1\,000 = 30\,000$ L.

Erreur fréquente

Ne confonds pas le **kW** (une *puissance*, ce que l'appareil « tire ») et le **kWh** (une *énergie*, ce qu'il a consommé dans le temps) : ce ne sont pas les mêmes grandeurs.
Attention aussi au **sens** : pour aller de kW vers W on **multiplie** par 1 000 (et non l'inverse). Un radiateur de 2 kW fait 2 000 W, pas 0,002 W !

À toi de jouer

SOCLE **Puissance (W ↔ kW).**

1. 2 000 W = ... kW. 3 500 W = ... kW. 800 W = ... kW.
2. 4 kW = ... W. 1,5 kW = ... W.

SOCLE **Énergie (Wh ↔ kWh).** Complète.

1. 3 kWh = ... Wh. 0,5 kWh = ... Wh.
2. 4 500 Wh = ... kWh. 750 Wh = ... kWh.

SOCLE **Longueur (m ↔ cm) et volume (m^3 ↔ L).**

1. Un tube de 2,5 m mesure .... cm. 180 cm = ... m.
2. Un ballon de 0,3 m^3 contient .... L. 2 000 L = ... m^3.

SOCLE **Temps (min ↔ h).** Une intervention dure 120 min, soit .... h. Une autre dure 45 min, soit .... h.

STANDARD **Additionner après conversion.** Sur un même circuit on installe trois appareils : 1 200 W, 0,8 kW et 2 000 W. Quelle est la puissance totale, en kW ?

STANDARD **Additionner des longueurs.** Pour un réseau, on coupe trois tronçons de tube : 1,5 m, 80 cm et 120 cm. Quelle longueur totale faut-il, en mètres ?

STANDARD **Problème métier (durée + énergie).** Une pompe à chaleur de 3 kW fonctionne pendant 90 min.

1. Convertis la durée en heures. .... h.
2. L'énergie consommée vaut puissance × durée. Calcule-la, en kWh.

APPROFONDISSEMENT **Tout ramener à la même unité pour comparer.** Un client hésite entre deux convecteurs. Le modèle A est annoncé à 1 750 W ; le modèle B à 1,9 kW.

1. Quel modèle est le plus puissant ?

2. Les deux modèles fonctionnent 2 h par jour. Quelle énergie consomme le modèle B en une journée, en kWh ?

Ce que je dois savoir faire

— identifier la grandeur et l'unité d'un nombre (puissance, énergie, longueur, volume, temps) ;

— convertir en multipliant ou en divisant par la bonne puissance de 10 (W ↔ kW, Wh ↔ kWh, m ↔ cm, m^3 ↔ L, min ↔ h) ;

— ramener des grandeurs à la même unité avant de les additionner ou de les comparer ;

— ne pas confondre puissance (kW) et énergie (kWh).

5. Les puissances de 10 et la notation scientifique

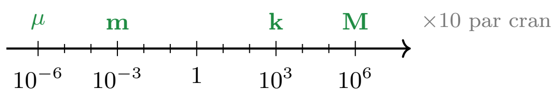
Dans les métiers de l'énergie, on rencontre des nombres très grands et très petits : la **puissance** d'une centrale en mégawatts (2 300 000 W), la **conductivité** d'un isolant ($0,035$ W/m·K), une **énergie** en kilowattheures. Les puissances de 10 et la notation scientifique permettent d'écrire et de lire ces nombres simplement, et de comprendre les préfixes k, M, m, µ.

Puissance de 10 positive : $10^n = 1$ suivi de n zéros (ex. $10^3 = 1\,000$).
Puissance de 10 négative : $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$ (ex. $10^{-3} = \dfrac{1}{1000} = 0,001$).
Notation scientifique : $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ (un seul chiffre non nul avant la virgule).
Préfixes : k (kilo) $= 10^3$; M (méga) $= 10^6$; m (milli) $= 10^{-3}$; µ (micro) $= 10^{-6}$.

Méthode

1. Je place la virgule pour n'avoir qu'**un seul chiffre non nul** avant elle.
2. Je compte le nombre de **rangs** dont la virgule s'est déplacée.
3. J'écris la **puissance de 10** : exposant *positif* si le nombre est grand, *négatif* s'il est petit.
4. Je **vérifie** en redéveloppant le nombre.

Visualiser les ordres de grandeur. La figure montre une échelle horizontale des puissances de 10 de 10^{-6} à 10^6 avec les préfixes µ, m, (unité), k, M ; chaque graduation multiplie par 10.



Exemple dans le métier

La conductivité d'un isolant vaut $\lambda = 0,035$ W/m·K.
En notation scientifique : $0,035 = 3,5 \times 10^{-2}$ (la virgule se déplace de 2 rangs vers la droite, le nombre est petit donc l'exposant est négatif).

Exemple dans le métier

Une énergie de 1 kWh vaut 1 kilowattheure, soit 10^3 Wh $= 1\,000$ Wh.
La puissance d'une éolienne est $2,3$ MW $= 2,3 \times 10^6$ W $= 2\,300\,000$ W.

Erreur fréquente

10^{-3} ne vaut **pas** $-1\,000$: un exposant négatif donne un **petit nombre positif**, $10^{-3} = 0,001$.
Pour ne pas se tromper, on compte soigneusement les **déplacements de la virgule**.

À toi de jouer

SOCLE **Écrire en notation scientifique.** Donne l'écriture $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

1. $4\,500 =$ .... $120\,000 =$ ....
2. $2\,300\,000 =$ .... $38\,000 =$ ....

SOCLE **Écrire un petit nombre.** Donne l'écriture $a \times 10^n$.

1. $0,035 =$ .... $0,008 =$ ....
2. $0,00012 =$ .... $0,5 =$ ....

SOCLE **Revenir à l'écriture décimale.** Donne la valeur décimale.

1. $10^4 =$ .... $10^{-2} =$ .... $3 \times 10^3 =$ ....
2. $2,5 \times 10^6 =$ .... $7 \times 10^{-3} =$ ....

STANDARD **Utiliser les préfixes.** Complète avec la puissance de 10 ou la valeur.

1. 1 kW = ... W ; 1 MW = ... W.
2. 1 mA = ... A ; 1 µm = ... m.
3. Une chaudière de 24 kW développe .... W.

STANDARD **Convertir dans les deux sens.** Une conductivité vaut $\lambda = 3,5 \times 10^{-2}$ W/m·K. Donne sa valeur décimale, puis vérifie qu'on retrouve bien la notation scientifique.

STANDARD **Comparer des ordres de grandeur.** Range ces puissances de la plus petite à la plus grande : $2,3$ MW ; 24 kW ; 800 W.

APPROFONDISSEMENT **Calcul avec puissances de 10.** Une centrale fournit une énergie de 6×10^9 Wh en un an. Exprime-la en kWh, puis en MWh. (Rappel : 1 kWh $= 10^3$ Wh et 1 MWh $= 10^6$ Wh.)

APPROFONDISSEMENT **Produit dans le métier.** Un appareil consomme une puissance de 2×10^3 W pendant 3×10^2 heures. Quelle énergie consomme-t-il, en Wh puis en kWh ?

Ce que je dois savoir faire

— écrire un grand ou un petit nombre en notation scientifique $a \times 10^n$;
— donner la valeur décimale d'un nombre écrit avec une puissance de 10 ;
— utiliser les préfixes k, M, m et µ et les convertir en puissances de 10 ;
— savoir qu'un exposant négatif donne un petit nombre positif (et non un nombre négatif).

6. Transformer une formule (isoler une grandeur)

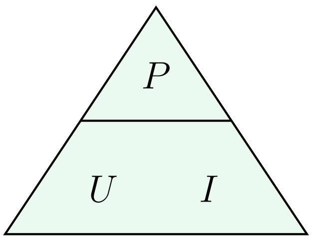
Dans les métiers de l'énergie, les formules sont partout : la **puissance** d'un appareil, la **résistance thermique** d'un isolant, l'**énergie** consommée. Mais la grandeur que l'on cherche n'est pas toujours seule d'un côté du =. Savoir **transformer une formule** pour **isoler la grandeur cherchée** est donc indispensable avant de calculer.

Pour **isoler une grandeur**, on « fait passer » les autres de l'autre côté du = :
ce qui **multiplie** passe en **divisant** ; ce qui **divise** passe en **multipliant**.
Produit : $A = B \times C \Rightarrow B = \dfrac{A}{C}$. **Quotient :** $A = \dfrac{B}{C} \Rightarrow B = A \times C$.

Méthode

1. Je repère la **grandeur à isoler** dans la formule.
2. J'identifie ce qui la **multiplie** ou ce qui la **divise**.
3. Je fais l'**opération inverse des deux côtés** du = (je divise, ou je multiplie).
4. J'écris la **formule isolée**, puis seulement après je remplace par les valeurs.

Visualiser avec le triangle. La figure montre le triangle de la formule $P = U \times I$ (P en haut, U et I en bas) : on cache la grandeur cherchée pour lire la formule.



Cache la grandeur cherchée :
$P = U \times I$
$U = \dfrac{P}{I}$ $I = \dfrac{P}{U}$

Exemple dans le métier

La puissance d'un appareil est $P = U \times I$. On veut isoler le courant I.
I est multiplié par U : on divise les deux côtés par $U \Rightarrow I = \dfrac{P}{U}$.
Application : un radiateur de $P = 1\,500$ W sous $U = 230$ V. $I = \dfrac{1500}{230} \approx 6{,}5$ A.

Exemple dans le métier

La résistance thermique d'un isolant est $R = \dfrac{e}{\lambda}$. On veut isoler l'épaisseur e.
e est divisé par λ : on multiplie les deux côtés par $\lambda \Rightarrow e = R \times \lambda$.

Erreur fréquente

Deux pièges à éviter :
• **inverser** multiplication et division (écrire $I = P \times U$ au lieu de $I = \frac{P}{U}$) ;
• vouloir **remplacer les valeurs avant** d'avoir isolé la grandeur. On isole d'abord, on calcule ensuite.

À toi de jouer

SOCLE **Isoler dans un produit.** On donne $P = U \times I$.

1. Isole I : $I =$ . . . .
2. Isole U : $U =$ . . . .

SOCLE **Isoler dans un produit (énergie).** L'énergie consommée est $E = P \times t$.

1. Isole t : $t =$ . . . .
2. Isole P : $P =$ . . . .

SOCLE **Isoler dans un quotient.** La résistance thermique est $R = \dfrac{e}{\lambda}$.

1. Isole e : $e =$ . . . .
2. Isole λ : $\lambda =$ . . . .

STANDARD **Isoler puis calculer (courant).** Un sèche-serviettes a une puissance $P = 1\,000$ W sous une tension $U = 230$ V. Isole I dans $P = U \times I$, puis calcule l'intensité.

STANDARD **Isoler puis calculer (durée).** Un chauffe-eau de puissance $P = 2\,000$ W doit fournir une énergie $E = 6\,000$ Wh. Isole t dans $E = P \times t$, puis calcule la durée de fonctionnement.

STANDARD **Isoler dans une formule à trois facteurs.** Les déperditions à travers une paroi s'écrivent $\Phi = U \times S \times \Delta T$. Isole la surface S.

STANDARD **Isoler une quantité de chaleur.** L'énergie pour chauffer de l'eau est $Q = m \times c \times \Delta T$. Isole la masse m.

APPROFONDISSEMENT **Problème métier complet.** On veut faire passer un courant de $I = 8$ A dans une résistance qui dégage une puissance $P = 1\,840$ W. La formule est $P = U \times I$.

1. Isole la tension U. $U =$ . . . .
2. Calcule U, puis vérifie l'ordre de grandeur (réseau domestique : 230 V).

Ce que je dois savoir faire

- isoler une grandeur dans un produit ($A = B \times C \Rightarrow B = \frac{A}{C}$) ;
- isoler une grandeur dans un quotient ($A = \frac{B}{C} \Rightarrow B = A \times C$) ;
- faire l'opération inverse des deux côtés du $=$;
- isoler la grandeur d'abord, remplacer par les valeurs ensuite.

7. Résoudre une équation du premier degré

Dans les métiers de l'énergie, on cherche souvent une valeur inconnue à partir d'une relation connue : retrouver une **température** à partir de la résistance d'une sonde, une **intensité** à partir d'une puissance, la **longueur** d'un tube à découper. Mettre le problème en équation, puis résoudre cette équation, permet de trouver cette valeur de façon sûre.

Équation simple : $a\,x = b \Rightarrow x = \dfrac{b}{a}$.

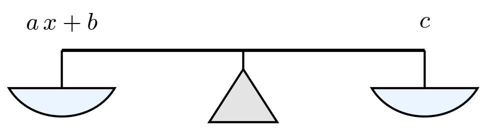
Équation à deux étapes : $a\,x + b = c \Rightarrow a\,x = c - b \Rightarrow x = \dfrac{c-b}{a}$.

Principe : une équation est une **égalité**. Ce qu'on fait d'un côté du signe $=$, on le fait *aussi* de l'autre côté.

Méthode

1. J'**isole le terme en x** : j'enlève b des *deux* côtés du signe $=$.
2. Je **divise par a** des deux côtés pour obtenir x tout seul.
3. Je **vérifie** en remplaçant x par la valeur trouvée : les deux côtés doivent être égaux.

Visualiser avec la balance. La figure montre une balance à deux plateaux en équilibre : une équation est comme une balance ; ce qu'on enlève (ou ajoute) d'un côté, on doit le faire de l'autre pour garder l'équilibre.



à l'équilibre : ce qu'on fait à gauche, on le fait à droite

Exemple dans le métier

Une sonde Pt100 donne la relation $0{,}385\,T + 100 = 119{,}25$ (résistance en Ω). Quelle est la température T ?
J'enlève 100 des deux côtés : $0{,}385\,T = 119{,}25 - 100 = 19{,}25$.
Je divise par 0,385 : $T = \dfrac{19{,}25}{0{,}385} = 50$ °C.

Exemple dans le métier

Un radiateur sous 230 V doit dissiper une puissance telle que $230\,I = 2300$. Quelle est l'intensité I ?
Je divise par 230 : $I = \dfrac{2300}{230} = 10$ A.

Erreur fréquente

Deux erreurs reviennent souvent :
• ne faire l'opération que d'**un seul côté** (la balance se déséquilibre, le résultat est faux) ;
• se **tromper de signe** en faisant passer b : dans $a\,x + b = c$, on obtient $a\,x = c - b$ (on *soustrait* b), pas $c + b$.

À toi de jouer

SOCLE **Résoudre $a\,x = b$.**

1. $5x = 30$: $x =$ .... $4x = 28$: $x =$ .... $9x = 45$: $x =$ ....
2. $230\,I = 1150$: $I =$ .... A.

SOCLE **Résoudre $a\,x + b = c$.** Résous $2x + 5 = 17$.

STANDARD **Résoudre $a\,x + b = c$.** Résous $7x - 4 = 31$.

STANDARD **Vérifier une solution.** On affirme que $x = 8$ est solution de $3x + 6 = 30$. Vérifie en remplaçant x par 8, puis conclus.

STANDARD **Mettre en équation (température).** Une sonde Pt100 vérifie $0{,}385\,T + 100 = 138{,}5$. Écris l'équation, puis trouve la température T.

STANDARD **Mettre en équation (longueur).** Un tube de 6 m est découpé en 4 morceaux identiques de longueur x, et il reste une chute de 0,40 m. On a donc $4x + 0{,}40 = 6$. Quelle est la longueur x d'un morceau ?

APPROFONDISSEMENT **Problème métier complet (devis).** Une entreprise facture un dépannage : 45 € de déplacement fixe, plus 38 € par heure de main-d'œuvre. La facture totale s'élève à 159 €. Écris l'équation donnant le nombre d'heures h, puis résous-la.

Ce que je dois savoir faire

— résoudre une équation simple $a\,x = b$ en divisant par a ;
— résoudre une équation $a\,x + b = c$ en isolant le terme en x, puis en divisant par a ;
— vérifier une solution en remplaçant x par la valeur trouvée ;
— mettre un petit problème du métier en équation, puis le résoudre.

8. La fonction affine et la lecture graphique

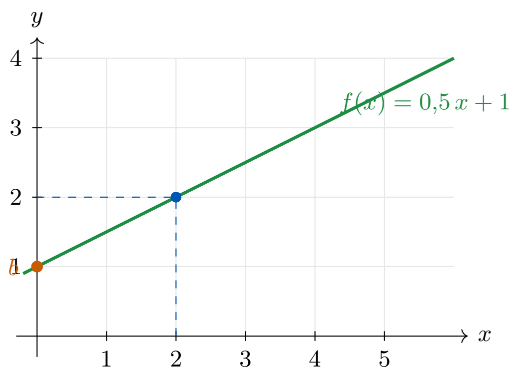
Dans les métiers de l'énergie, beaucoup de grandeurs varient **de façon affine** : la résistance d'une sonde Pt100 qui augmente avec la température, le **coût d'une intervention** (un forfait de déplacement plus un prix au kilomètre), ou encore une **facture** (un abonnement fixe plus le prix de l'énergie consommée). Savoir calculer une image, un antécédent et lire un graphique est donc essentiel.

Une **fonction affine** s'écrit $f(x) = a\,x + b$; sa représentation graphique est une **droite**.
• a est le **coefficient directeur** (la **pente** de la droite) ;
• b est l'**ordonnée à l'origine** : c'est la valeur de f pour $x = 0$.
Image de x : la valeur $f(x)$. **Antécédent** de y : le nombre x tel que $f(x) = y$.

Méthode

1. Pour calculer une **image**, je remplace x par sa valeur dans $f(x) = a\,x + b$.
2. Pour trouver un **antécédent** de y, je résous l'équation $f(x) = y$.
3. Pour **lire un graphique**, je repère bien les deux axes, puis je lis l'image (je pars de x, je monte jusqu'à la droite, je lis y) ou l'antécédent (je pars de y, je vais jusqu'à la droite, je lis x).

Visualiser la fonction affine. La figure montre, dans un repère, la droite d'équation $f(x) = 0{,}5\,x + 1$ (donc ordonnée à l'origine $b = 1$, pente $a = 0{,}5$) ; elle passe par les points $(0\,;\,1)$, $(2\,;\,2)$ et $(4\,;\,3)$.



Exemple dans le métier

Une sonde de température **Pt100** suit la loi $R = 0{,}385\,T + 100$ (résistance R en ohms, température T en °C).
Ici $a = 0{,}385$ et $b = 100$. L'image de $T = 20$ est $R = 0{,}385 \times 20 + 100 = 107{,}7\ \Omega$.

Exemple dans le métier

Le coût d'une intervention comprend un **déplacement** de 40 € plus 0,5 € par kilomètre.
On modélise par $C(x) = 0{,}5\,x + 40$, où x est le nombre de km. Ici $a = 0{,}5$ (prix au km) et $b = 40$ (partie fixe).

Erreur fréquente

Ne pas confondre a et b : a est la **pente** (ce qui multiplie x), b est l'**ordonnée à l'origine** (le terme seul).
Ne pas confondre non plus **image** et **antécédent** : l'image de x se *calcule* ; un antécédent de y se *cherche* en résolvant $f(x) = y$.

À toi de jouer

SOCLE **Calculer une image.** Soit $f(x) = 2x + 3$.

1. Image de 0 : .... Image de 1 : .... Image de 4 : ....

SOCLE **Lire le graphique ci-dessus.** On utilise la droite $f(x) = 0{,}5\,x + 1$ représentée plus haut.

1. Lis l'ordonnée à l'origine b (valeur de f pour $x = 0$) : ....
2. Lis l'image de $x = 2$: ....

SOCLE **Reconnaître une fonction affine.** Parmi $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 5$ et $h(x) = 0{,}385\,x + 100$, lesquelles sont des fonctions affines ? ....

STANDARD **Calculer un antécédent.** Soit $f(x) = 2x+3$. Quel est l'antécédent de 11 ? (Résous $2x + 3 = 11$.)

STANDARD **Identifier a et b.** Le coût d'un dépannage est donné par $C(x) = 0{,}5\,x + 40$ (en euros, x en km).

1. Coefficient directeur $a =$ .... €/km. Ordonnée à l'origine $b =$ .... €.
2. Que représente b dans la situation ? ....

STANDARD **Calcul de coût.** Avec $C(x) = 0{,}5\,x + 40$, quel est le coût d'une intervention située à 30 km ?

STANDARD **De la sonde au calcul.** Pour la Pt100, $R = 0{,}385\,T + 100$. Calcule la résistance à $T = 40$ °C.

APPROFONDISSEMENT **Facture d'électricité.** Un fournisseur propose : un **abonnement** de 12 € par mois plus 0,20 € par kWh consommé. On note x la consommation (en kWh) et P le montant mensuel (en euros).

1. Exprime P en fonction de x. ....
2. Calcule le montant pour $x = 150$ kWh (c'est une *image*).
3. Un client a payé 52 €. Quelle a été sa consommation ? (C'est un *antécédent* : résous $0{,}20\,x + 12 = 52$.)

Ce que je dois savoir faire

- reconnaître une fonction affine $f(x) = a\,x + b$ et savoir que sa courbe est une droite ;
- identifier le coefficient directeur a (pente) et l'ordonnée à l'origine b ;
- calculer l'image d'un nombre en remplaçant x par sa valeur ;
- trouver un antécédent en résolvant l'équation $f(x) = y$;
- lire une image et un antécédent sur un graphique.

9. Les aires et les volumes

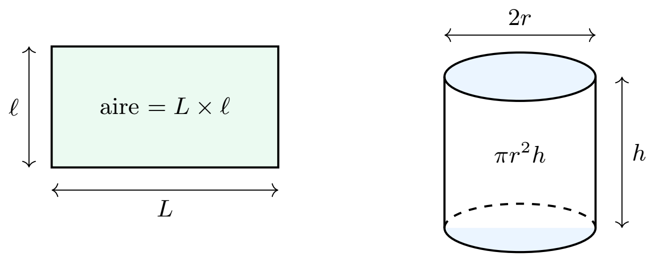
Dans les métiers de l'énergie, on calcule sans cesse des aires et des volumes : la **surface** d'un mur à isoler ou d'un plancher chauffant, le **volume d'air** d'une pièce à renouveler par la VMC, la **contenance** d'un ballon d'eau chaude. Bien distinguer une aire (en m^2) d'un volume (en m^3) est essentiel pour ne pas se tromper de devis.

Aires (surfaces, en m^2) : rectangle $= L \times \ell$; disque $= \pi \times r^2$.
Volumes (en m^3) : pavé droit $= L \times \ell \times h$; cylindre $= \pi \times r^2 \times h$.
Unités : une aire se mesure en m^2, un volume en m^3. Rappel : 1 m^3 = 1 000 L. On prend $\pi \approx 3{,}14$.

Méthode

1. Je repère la **forme** (rectangle, disque, pavé, cylindre) et je me demande si je cherche une *aire* ou un *volume*.
2. Je choisis la **bonne formule** et je vérifie que toutes les longueurs sont dans la **même unité**.
3. Je calcule, puis je donne le résultat avec la **bonne unité** (m^2 pour une aire, m^3 pour un volume).

Visualiser les grandeurs. La figure montre un rectangle (longueur × largeur, aire en m^2) et un pavé ou un cylindre (volume en m^3) avec leurs dimensions.



Exemple dans le métier

Une pièce mesure 4 m de long, 3 m de large et 2,5 m de haut. Son volume d'air vaut :
$V = L \times \ell \times h = 4 \times 3 \times 2{,}5 = 30$ m^3. C'est utile pour régler le débit de la VMC.

Exemple dans le métier

Un ballon d'eau chaude est un cylindre de rayon $r = 0{,}25$ m et de hauteur $h = 1{,}2$ m.
$V = \pi \times r^2 \times h = 3{,}14 \times 0{,}25^2 \times 1{,}2 \approx 0{,}236$ m^3, soit environ 236 L.

Erreur fréquente

Ne confonds pas une **aire** (m^2) et un **volume** (m^3) : ce ne sont pas les mêmes unités !
Pense aussi à **convertir** toutes les longueurs dans la même unité, et à ne pas confondre le **rayon** et le **diamètre** ($r = \frac{d}{2}$).

À toi de jouer

SOCLE **Aire d'un mur.** Un mur à isoler mesure 5 m de long et 2,5 m de haut.

1. Quelle est son aire ? ....
2. Un second mur mesure 4 m $\times$ 2,5 m. Son aire vaut ....

SOCLE **Volume d'une pièce.** Une chambre mesure 3 m de long, 3 m de large et 2,5 m de haut. Calcule le volume d'air.

SOCLE **Aire d'un disque.** Une gaine de ventilation a une section circulaire de rayon $r = 0{,}1$ m. Calcule l'aire de cette section.

STANDARD **Volume d'un ballon.** Un ballon d'eau chaude cylindrique a un rayon $r = 0{,}3$ m et une hauteur $h = 1{,}5$ m.

1. Calcule son volume en m^3.
2. Convertis ce volume en litres.

STANDARD **Surface à peindre.** Une pièce rectangulaire mesure 4 m de long, 3 m de large et 2,5 m de haut. On veut peindre ses quatre murs.

STANDARD **Surface à isoler.** Une dalle de plancher mesure 6 m de long et 4 m de large. On pose un isolant qui coûte 12 € le m^2. Quel est le coût de l'isolant ?

Ce que je dois savoir faire

— calculer l'aire d'un rectangle ($L \times \ell$) et d'un disque ($\pi \times r^2$) ;
— calculer le volume d'un pavé droit ($L \times \ell \times h$) et d'un cylindre ($\pi \times r^2 \times h$) ;
— distinguer une aire (m^2) d'un volume (m^3) et convertir $\mathrm{m}^3 \leftrightarrow$ litres ;
— vérifier que toutes les longueurs sont dans la même unité avant de calculer.

10. Lire un tableau et un graphique

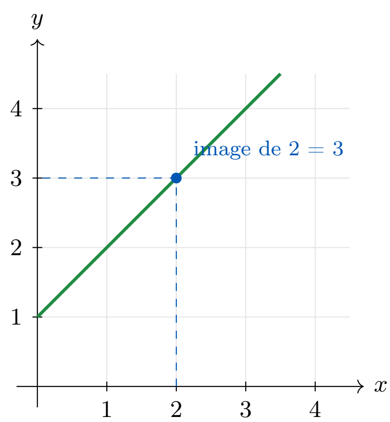
Dans les métiers de l'énergie, on lit en permanence des **documents techniques** : une étiquette **DPE** qui classe un logement de A à G, une **courbe de chauffe** qui montre la montée en température d'une pièce, un **tableau** de puissances de radiateurs ou de débits. Savoir lire un tableau et un graphique, c'est trouver la bonne information du premier coup, sans se tromper d'axe ni d'unité.

Sur un graphique, je repère d'abord **ce que portent les axes** : la *grandeur* et son *unité* (temps en min, température en °C, etc.).
Pour lire une valeur : je pars d'une valeur sur un axe, j'**avance jusqu'à la courbe**, puis je **lis sur l'autre axe**.
Dans un tableau : je croise la **bonne ligne** et la **bonne colonne** pour trouver la valeur cherchée.

Méthode

1. Je lis les **titres et les unités** des deux axes (ou les en-têtes du tableau).
2. Je repère le **point** de départ sur le bon axe (ou la bonne ligne / colonne).
3. Je **projette** jusqu'à la courbe, puis sur l'autre axe.
4. J'**interprète** le résultat *avec son unité* (°C, kWh/m²/an, W...).

Visualiser une lecture. La figure montre une droite croissante dans un repère, passant par les points $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;3)$ et $(3;4)$; pour lire l'image de 2, on monte jusqu'à la courbe puis on lit sur l'axe vertical (on trouve 3).



Exemple dans le métier

Sur une étiquette **DPE**, on lit **directement** la classe et la consommation : un logement classé **D** affiche 180 kWh/m²/an.
C'est une *lecture d'échelle* : on repère la flèche de la classe, on lit le nombre en face. Aucun calcul.

Exemple dans le métier

Sur une **courbe de chauffe** (température en fonction du temps), on veut la température au bout de 20 min.
Je pars de 20 sur l'axe du temps, je monte jusqu'à la courbe, je lis sur l'axe vertical : 19 °C.

Erreur fréquente

Ne pas **inverser les axes** : l'abscisse (horizontal) et l'ordonnée (vertical) ne se lisent pas pareil. Et on n'**oublie jamais l'unité** : « 3 », ce n'est pas la même chose que « 3 °C » ou « 3 h ».

À toi de jouer

SOCLE **Lire une image sur le graphique.** En utilisant la droite ci-dessus :

1. L'image de $x = 2$ est .... L'image de $x = 0$ est ....

SOCLE **Lire un antécédent.** Toujours sur la droite ci-dessus, quelle valeur de x donne $y = 4$?
....

SOCLE **Lire une étiquette DPE.** Un logement est classé **C** et affiche 110 kWh/m²/an. Sa consommation par mètre carré et par an est ....

STANDARD **Lire dans un tableau.** Le tableau donne la puissance conseillée d'un radiateur selon la surface de la pièce.

Surface (m²)	10	15	20	25
Puissance (W)	1000	1500	2000	2500

Pour une pièce de 20 m², la puissance conseillée est .... W. Pour 15 m² : .... W.

STANDARD **Comparer deux lectures.** Deux logements sont à vendre : le logement 1 est classé **D** (190 kWh/m²/an), le logement 2 est classé **B** (85 kWh/m²/an). Lequel consomme le moins d'énergie ?

STANDARD **Lire une température sur une courbe.** Sur une courbe de chauffe, on lit 16 °C au bout de 10 min et 20 °C au bout de 30 min. De combien la température a-t-elle augmenté entre ces deux instants ?

APPROFONDISSEMENT **Estimer une valeur intermédiaire (tableau).** D'après le tableau des radiateurs, estime la puissance conseillée pour une pièce de 12,5 m².

APPROFONDISSEMENT **Lecture puis calcul de coût.** Une étiquette DPE indique 180 kWh/m²/an pour un logement de 60 m². Si le kWh coûte 0,25 €, estime la dépense d'énergie sur une année.

Ce que je dois savoir faire

— repérer ce que portent les axes d'un graphique (grandeur et unité) ;
— lire l'image et l'antécédent d'une valeur sur une courbe ;
— trouver une valeur dans un tableau en croisant ligne et colonne ;
— interpréter une lecture avec son unité, puis l'utiliser dans un petit calcul.

Mémo des formules du métier

Les outils de ce manuel servent surtout à manipuler les formules de la filière énergie :

Formule	Ce qu'elle permet de calculer	Chap.
$R = \frac{e}{\lambda}$; $U = \frac{1}{R}$	Résistance thermique, coefficient U d'une paroi	6, 4
$\Phi = U \times S \times \Delta T$	Déperditions thermiques d'une paroi (en W)	6, 1
$Q = m \times c \times \Delta T$	Énergie pour chauffer de l'eau (eau chaude)	6, 4
$P = U \times I$; $E = P \times t$	Puissance et énergie électriques	6, 7
$\textbf{COP} = \frac{\textbf{chaleur fournie}}{\textbf{électricité}}$	Performance d'une pompe à chaleur	3, 6
$Q_v = \frac{V}{t}$	Débit d'air d'une VMC	6, 9

Auto-évaluation — je fais le point

Coche les compétences que tu maîtrises. Reviens à cette grille après chaque chapitre.

Je sais...	**OK**	**à revoir**
1. lire, comparer et arrondir des nombres décimaux		
2. reconnaître et utiliser la proportionnalité		
3. calculer et appliquer un pourcentage		
4. convertir des unités (W, kWh, m, m^3, h...)		
5. utiliser les puissances de 10 et la notation scientifique		
6. transformer une formule pour isoler une grandeur		
7. résoudre une équation du premier degré		
8. utiliser une fonction affine et lire un graphique		
9. calculer une aire et un volume		
10. lire un tableau et un graphique du métier		