

Devoir surveillé – Sujet B

Chapitre 11 – Produit scalaire

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 – Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à partir de leurs coordonnées dans un repère orthonormé

- C4 – Reconnaître des vecteurs orthogonaux, à l'aide de leurs coordonnées dans un repère orthonormé
- C2 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes et le cosinus de l'angle pour calculer un produit scalaire ou déterminer un angle
- C3 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes de la somme et les propriétés du produit scalaire pour déterminer une longueur

Durée : 1 heure **Barème :** sur 20 points

Aides autorisées : calculatrice en mode degrés ; aucun document

Le repère est orthonormé. Relation fournie : le travail d'une force constante $\vec{F}$ sur un déplacement rectiligne de A à B est $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$.

Exercice 1 – Un quadrilatère

6 points

On donne $A(2; 1)$, $B(10; 5)$, $C(8; 9)$ et $D(0; 5)$.

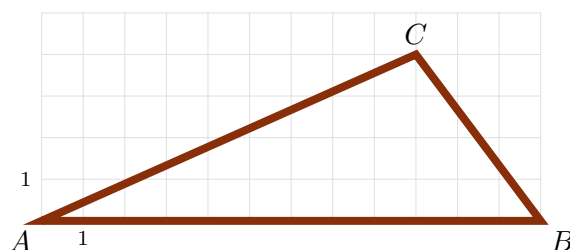
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DC}$. (1,5 pt)
2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. Que peut-on dire de l'angle $\widehat{BAD}$? (1,5 pt)
3. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$. Justifier. (1 pt)
4. Déterminer k pour que $\vec{w}(k; -10)$ soit orthogonal à $\overrightarrow{AB}$. (1 pt)
5. Un élève affirme que $\vec{m}(8; 4)$ et $\vec{n}(2; 1)$ sont orthogonaux, car $8 \times 1 - 4 \times 2 = 0$. A-t-il raison ? (1 pt)

Correction — Exercice 1 – Un quadrilatère

1. $\overrightarrow{AB} = (8; 4)$, $\overrightarrow{AD} = (-2; 4)$, $\overrightarrow{DC} = (8; 4)$. 0,5 pt chacun
2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -16 + 16 = 0$: l'angle $\widehat{BAD}$ est **droit**. 1 pt + 0,5 pt
3. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$: $ABCD$ est un parallélogramme ; il a un angle droit : c'est un **rectangle**. 0,5 pt + 0,5 pt
4. $8k - 40 = 0$, donc $k = 5$. 1 pt
5. Non : il a fait le test de colinéarité. Le produit scalaire vaut $16 + 4 = 20 \neq 0$: les vecteurs sont colinéaires, pas orthogonaux. 1 pt

Exercice 2 – Une ferme de charpente et un travail

7 points



Coupe verticale d'une ferme de charpente dessinée dans un repère orthonormé ; une graduation vaut un mètre. Entrée AB horizontale, arbalétriers AC et BC .

Les points sont $A(0; 0)$, $B(12; 0)$ et $C(9; 4)$.

1. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré. (2 pts)
2. Calculer l'angle $\widehat{ACB}$ au dixième de degré. Est-il aigu ou obtus ? (2 pts)

3. Calculer l'angle $\widehat{ABC}$ par le produit scalaire, puis contrôler la somme des trois angles. (1 pt)
4. Pour monter une pièce, un ouvrier tire une charge sur 9 m en ligne droite avec une force constante de 180 N faisant un angle de 30° avec le déplacement. Calculer le travail de cette force au dixième de joule. (2 pts)

Correction — Exercice 2 – Une ferme de charpente et un travail

1. $\overrightarrow{AB} = (12; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (9; 4)$: produit 108 ; $\cos \widehat{BAC} = \frac{108}{12 \times \sqrt{97}} \approx 0,9138$, donc $\widehat{BAC} \approx 24,0^\circ$. 2 pts
2. $\overrightarrow{CA} = (-9; -4)$, $\overrightarrow{CB} = (3; -4)$: produit $-27 + 16 = -11$; $\cos \widehat{ACB} = \frac{-11}{\sqrt{97} \times 5} \approx -0,2234$, donc $\widehat{ACB} \approx 102,9^\circ$: angle **obtus** (produit négatif). 1,5 pt + 0,5 pt
3. $\overrightarrow{BA} = (-12; 0)$, $\overrightarrow{BC} = (-3; 4)$: $\cos \widehat{ABC} = \frac{36}{12 \times 5} \approx 0,6$, donc $\widehat{ABC} \approx 53,1^\circ$. Somme : 180° aux arrondis près. 1 pt
4. $W = 180 \times 9 \times \cos 30^\circ \approx 1\,403,0$ J. 2 pts
- Barème : une calculatrice en radians ou en grades coûte 0,5 pt une seule fois ; une erreur de coordonnées reportée n'est pénalisée qu'une fois.

Exercice 3 – Une parcelle et un bâtiment

7 points

Un géomètre doit connaître la distance entre deux bornes A et B séparées par un bâtiment. Depuis une station S , il mesure $SA = 90$ m, $SB = 70$ m et l'angle $\widehat{ASB} = 50^\circ$.

1. Justifier que $AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2 \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$. (1 pt)
2. Calculer AB^2 au centième, puis AB au centimètre. (3 pts)
3. La parcelle ABC a aussi pour côtés $BC = 55$ m et $AC = 95$ m. Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ à partir des longueurs (garder AB^2 trouvé au 2.), puis l'angle $\widehat{ABC}$ au dixième de degré. (2 pts)
4. Le signe de $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ était-il prévisible pour cet angle ? (1 pt)

Correction — Exercice 3 – Une parcelle et un bâtiment

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}$, donc $AB^2 = \|\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\|^2 = SB^2 - 2 \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + SA^2$. 1 pt
2. $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 90 \times 70 \times \cos 50^\circ$; $AB^2 \approx 13\,000 - 8\,099,12 \approx 4\,900,88$, donc $AB \approx 70,01$ m. 3 pts
3. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(AB^2 + BC^2 - AC^2) \approx -549,56$; $\cos \widehat{ABC} \approx -0,1427$, donc $\widehat{ABC} \approx 98,2^\circ$. 1 pt + 1 pt
4. Oui : $AC^2 > AB^2 + BC^2$, l'angle en B est obtus, donc le produit scalaire est négatif. 1 pt
- Barème : au 2., 1 pt pour la formule, 1 pt pour AB^2 , 1 pt pour AB avec l'unité.