

Version élève

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 11****Produit scalaire**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Nom : Classe :

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les quatre capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Chaque capacité s'ouvre sur un rappel, puis les exercices vont du calcul guidé à la recherche autonome et au contrôle d'un résultat. Écrire le calcul, puis une phrase de réponse avec son unité quand la grandeur en a une. Calculatrice en mode **degrés**. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à partir de leurs coordonnées dans un repère orthonormé	1 à 6	2
C4 – Reconnaître des vecteurs orthogonaux, à l'aide de leurs coordonnées dans un repère orthonormé	7 à 12	4
C2 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes et le cosinus de l'angle pour calculer un produit scalaire ou déterminer un angle	13 à 19	7
C3 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes de la somme et les propriétés du produit scalaire pour déterminer une longueur	20 à 26	11

C1, C2 et C3 détaillent la capacité du programme « Utiliser les trois expressions du produit scalaire de deux vecteurs pour déterminer des longueurs et des angles » ; C4 est la seconde capacité du programme.

C1 – Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à partir de leurs coordonnées dans un repère orthonormé

Exigible. Prérequis : coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et norme (Première).

Rappel de cours

Dans un repère orthonormé, pour $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x x' + y y' \quad \text{et} \quad \vec{u} \cdot \vec{u} = x^2 + y^2 = \|\vec{u}\|^2.$$

Le résultat est un **nombre**. Pour $\overrightarrow{AB}$, faire « arrivée moins départ » : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Exercice 1 — Compléter le calcul

Dans un repère orthonormé, compléter chaque calcul puis donner le résultat.

- $\vec{u}(3; 5)$ et $\vec{v}(2; -1)$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times \dots + 5 \times \dots = \dots$
- $\vec{u}(-4; 2)$ et $\vec{v}(1; 3)$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots \times 1 + \dots \times 3 = \dots$
- $\vec{u}(0; 7)$ et $\vec{v}(6; -2)$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$
- $\vec{u}(-3; -2)$ et $\vec{v}(-5; 4)$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots = \dots$

Exercice 2 — Trois vecteurs issus des sommets d'un triangle

On donne les points $A(2; 1)$, $B(6; 3)$ et $C(1; 5)$ dans un repère orthonormé.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- Calculer de même $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, puis $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

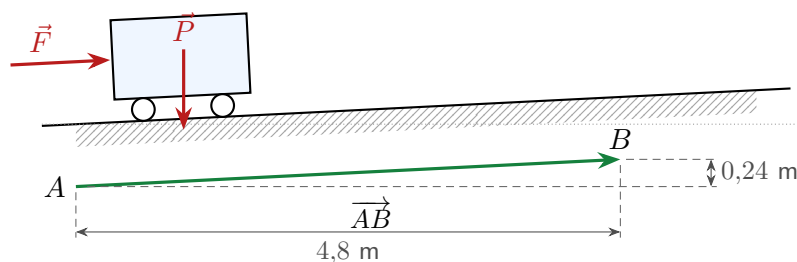
Exercice 3 — Longueurs sur le plan d'un atelier

Sur le plan d'un atelier, dans un repère orthonormé dont l'unité est le mètre, on repère l'établi $P(1; 2)$, la scie $Q(7; 10)$ et l'armoire $R(4; -2)$.

- Calculer $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PQ}$ et en déduire la distance PQ .
- Même travail pour la distance PR .
- Calculer $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$. Que dit son signe de l'angle $\widehat{QPR}$?

Exercice 4 — Un chariot sur une rampe

Un chariot chargé est poussé de A à B sur une rampe. Dans un repère orthonormé (unité : le mètre, axe des y vers le haut), $\overrightarrow{AB}(4,8; 0,24)$. Le poids du chariot est $\vec{P}(0; -600)$ et la poussée est $\vec{F}(90; 4,5)$, en newtons.



Vue de côté du chariot au départ de la rampe. La poussée $\vec{F}$ est parallèle à la rampe, le poids $\vec{P}$ vertical ; le déplacement $\overrightarrow{AB}$ avance de 4,8 m et monte de 0,24 m.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ sur le déplacement $\overrightarrow{AB}$ est $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$, en joules.

- Calculer le travail du poids.
- Calculer le travail de la poussée.
- Expliquer le signe de chacun des deux résultats.

Exercice 5 — Retrouver une coordonnée

- On donne $\vec{u}(x; 4)$ et $\vec{v}(3; -2)$, avec $\vec{u} \cdot \vec{v} = 7$. Écrire l'équation vérifiée par x , puis la résoudre.
- On donne $\vec{a}(2; y)$ et $\vec{b}(-1; 3)$, avec $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$. Trouver y et vérifier.

Exercice 6 — Deux copies à corriger

On donne $\vec{u}(-2; 5)$ et $\vec{v}(3; -4)$.

Copie de Sami : $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \times 5 + 3 \times (-4) = -10 - 12 = -22$.

Copie d'Inès : $\vec{u} \cdot \vec{v} = ((-2) \times 3; 5 \times (-4)) = (-6; -20)$.

a. Quelle erreur chacun a-t-il commise ?

b. Calculer correctement $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

C4 – Reconnaître des vecteurs orthogonaux, à l'aide de leurs coordonnées dans un repère orthonormé

Exigible. Prérequis : C1 ; test de colinéarité (Première).

Rappel de cours

Deux vecteurs sont **orthogonaux** (directions perpendiculaires) si, et seulement si,

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x x' + y y' = 0.$$

Pour un angle droit, écrire les deux vecteurs **à partir du sommet**. À ne pas confondre avec la colinéarité : $x y' - x' y = 0$. Le vecteur $(-b; a)$ est orthogonal à $(a; b)$.

Exercice 7 — Orthogonaux ou non ?

Compléter le tableau. Les vecteurs sont donnés dans un repère orthonormé.

$\vec{u}$	$\vec{v}$	$\vec{u} \cdot \vec{v}$	orthogonaux ?
$(4; -6)$	$(3; 2)$		
$(5; 1)$	$(-1; 4)$		
$(-2; -3)$	$(9; -6)$		
$(7; 0)$	$(0; -3)$		

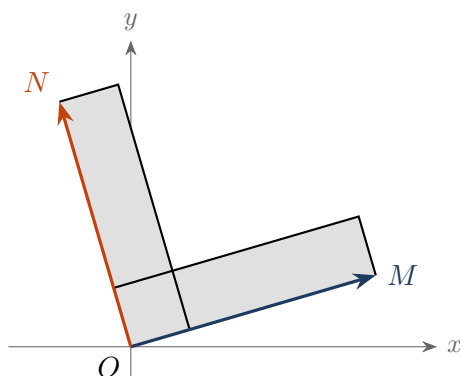
Exercice 8 — Un rectangle ?

On donne $A(1; 2)$, $B(5; 4)$, $C(4; 6)$ et $D(0; 4)$ dans un repère orthonormé.

- Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. Conclure sur la nature de $ABCD$.

Exercice 9 — Un plan de travail en L

Vu de dessus, un plan de travail de cuisine en L est dessiné dans un repère orthonormé dont l'unité est le décimètre. Ses deux bords arrière partent du coin $O(0; 0)$ et vont jusqu'en $M(24; 7)$ et $N(-7; 24)$.



Vue de dessus. Le plan de travail est grisé ; ses bords arrière OM et ON , le long des murs, sont fléchés à partir du coin O . Profondeur du plan : 6 dm.

- Le coin O est-il d'équerre ? Justifier par un calcul.
- Calculer les longueurs OM et ON , en mètres.
- Sur une autre cuisine, les bords vont de O vers $M(24; 7)$ et $P(-6; 25)$. Le coin est-il d'équerre ?

Exercice 10 — *Trouver le réel qui rend orthogonal*

- Déterminer k pour que $\vec{u}(k; 3)$ et $\vec{v}(6; -4)$ soient orthogonaux.
- Déterminer k pour que $\vec{w}(3; -1)$ et $\vec{z}(k; 9)$ soient orthogonaux.
- Donner deux vecteurs différents orthogonaux à $\vec{t}(5; -2)$.

Exercice 11 — *Poser une cloison d'équerre*

Sur le plan d'un local (repère orthonormé, unité : le mètre), un mur va de $A(2; 1)$ à $B(10; 4)$. Une cloison doit partir de B vers un point $C(7; k)$ et former un angle droit avec le mur.

- Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{BA}$ et de $\overrightarrow{BC}$.
- Déterminer k .
- Calculer la longueur de la cloison BC , au centimètre.

Exercice 12 — *Deux affirmations à vérifier*

- Léa affirme : « $\vec{u}(6; 4)$ et $\vec{v}(3; 2)$ sont orthogonaux, car $6 \times 2 - 4 \times 3 = 0$. » A-t-elle raison ? Quel test a-t-elle utilisé ?
- Tom a tracé $\vec{a}(10; 1)$ et $\vec{b}(-1; 9)$ sur son cahier et affirme : « on voit bien qu'ils forment un angle droit. » Vérifier par le calcul.

C2 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes et le cosinus de l'angle pour calculer un produit scalaire ou déterminer un angle

Exigible. Prérequis : C1 ; cosinus d'un angle à la calculatrice.

Rappel de cours

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$, placés à partir d'un même point, forment l'angle θ :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \theta \quad \text{donc} \quad \cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}.$$

Produit positif : angle aigu ; nul : angle droit ; négatif : angle obtus. Travail d'une force : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$, en joules. Calculatrice en mode **degrés**.

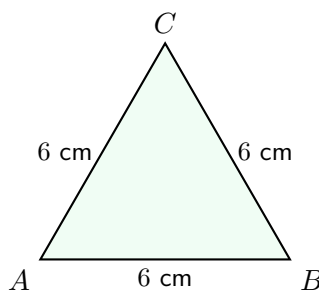
Exercice 13 — Avec les normes et l'angle

Compléter le tableau, en arrondissant au centième si nécessaire.

$\ \vec{u}\ $	$\ \vec{v}\ $	angle θ	$\vec{u} \cdot \vec{v}$
3	4	60°	
5	2	90°	
6	3	180°	
4	7	120°	
2	5	45°	

Exercice 14 — Dans un triangle équilatéral

ABC est un triangle équilatéral de côté 6 cm : ses trois angles mesurent 60° .

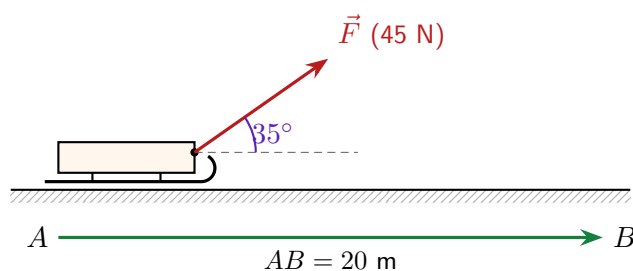


Triangle équilatéral ABC vu de face ; ses trois côtés mesurent 6 cm.

- Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$. Attention : ces deux vecteurs ne partent pas du même point.

Exercice 15 — *Tirer une luge*

Un parent tire une luge sur 20 m de neige plate avec une corde. La force exercée par la corde vaut 45 N et fait un angle de 35° avec le sol.



Vue de côté. La luge glisse de A à B sur un sol horizontal ; la force de la corde fait l'angle de 35° avec l'horizontale (tirets).

- Calculer le travail de la force de la corde, arrondi au joule.
- Le poids de la luge et de l'enfant vaut 120 N. Quel est son travail ?
- La neige exerce une force de frottement de 35 N, opposée au déplacement. Calculer son travail.

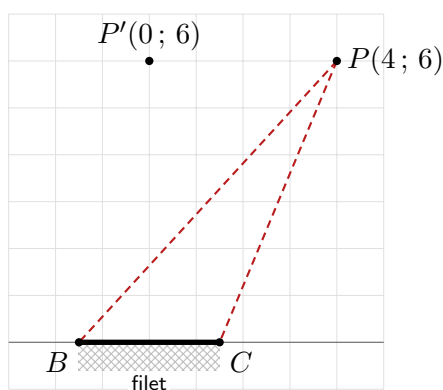
Exercice 16 — *Un angle, étape par étape*

On donne $\vec{u}(4; 3)$ et $\vec{v}(-2; 6)$.

- Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$.
- En déduire $\cos \theta$, puis l'angle θ au dixième de degré.
- Le signe de $\vec{u} \cdot \vec{v}$ était-il cohérent avec la valeur trouvée ?

Exercice 17 — *L'angle de tir au handball*

Vu de dessus, les poteaux d'un but de handball sont en $B(-1,5; 0)$ et $C(1,5; 0)$, dans un repère orthonormé dont l'unité est le mètre : le but mesure 3 m de large.

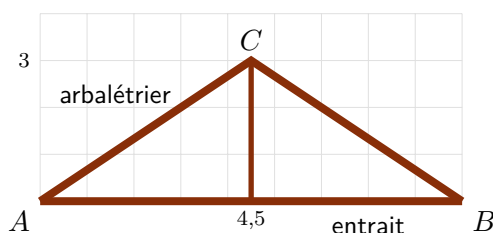


Vue de dessus du terrain, une graduation vaut un mètre. Le but est le trait épais BC ; les tirets relient le tireur P aux deux poteaux.

- Un joueur tire depuis $P(4; 6)$. Calculer l'angle $\widehat{BPC}$ sous lequel il voit le but, au dixième de degré.
- Même question depuis $P'(0; 6)$, face au but. Quelle position offre le plus grand angle de tir ?

Exercice 18 — Les angles d'une ferme de charpente

Une ferme de charpente symétrique est dessinée en coupe dans un repère orthonormé dont l'unité est le mètre : l'entrait va de $A(0; 0)$ à $B(9; 0)$ et le faîtage est en $C(4,5; 3)$.



Coupe verticale de la ferme, une graduation vaut un mètre. Entrait AB horizontal, arbalétriers AC et BC , poinçon vertical sous le faîtage C .

- Calculer l'angle $\widehat{BAC}$, c'est-à-dire la pente du toit, au dixième de degré.
- Calculer l'angle au faîtage $\widehat{ACB}$ au dixième de degré.
- Contrôler vos deux résultats avec la somme des angles du triangle.

Exercice 19 — Où est l'erreur ?

On cherche l'angle entre $\vec{u}(1; 2)$ et $\vec{v}(3; 1)$. On a $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$, $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{10}$.

Karim : $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{5} + \sqrt{10}} \approx 0,926$, donc $\theta \approx 22,1^\circ$.

Lina : $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{5} \times \sqrt{10}} \approx 0,7071$; sa calculatrice affiche $\cos^{-1}(0,7071) \approx 0,785$, et elle écrit $\theta \approx 0,785^\circ$.

- Expliquer l'erreur de chacun.
- Donner la bonne valeur de θ .

C3 – Utiliser l'expression du produit scalaire avec les normes de la somme et les propriétés du produit scalaire pour déterminer une longueur

Exigible. Prérequis : C2.

Rappel de cours

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2) = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2).$$

Propriétés : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$; $(\alpha \vec{u}) \cdot \vec{v} = \alpha (\vec{u} \cdot \vec{v})$; $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$.

Dans un triangle ABC : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$. Pour une somme de forces : $\|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\|^2 = F_1^2 + 2 \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + F_2^2$.

Exercice 20 — Un produit scalaire sans coordonnées

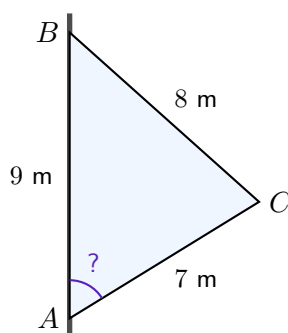
On sait que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 7$.

a. Compléter : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2) = \frac{1}{2}(\dots - \dots - \dots) = \dots$

b. En déduire l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Exercice 21 — Une voile triangulaire

Les trois côtés d'une voile triangulaire mesurent $AB = 9$ m (le long du mât), $AC = 7$ m (le long de la bôme) et $BC = 8$ m.



Voile vue de côté : le côté AB longe le mât (trait épais), A est en bas. L'angle en A , entre le mât et le côté AC , est inconnu.

a. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ à partir des seules longueurs.

b. En déduire l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré.

Exercice 22 — *Calculer avec les propriétés*

On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$, $\vec{u} \cdot \vec{w} = -3$ et $\|\vec{u}\| = 2$. Calculer, en nommant la propriété utilisée :

- a.** $\vec{v} \cdot \vec{u}$ **b.** $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$ **c.** $(3\vec{u}) \cdot \vec{v}$ **d.** $\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v})$ **e.** $\vec{u} \cdot (2\vec{v} - \vec{w})$

Exercice 23 — *Deux randonneurs*

Deux randonneurs partent du même refuge R . L'un marche en ligne droite jusqu'au point A , à 6 km ; l'autre jusqu'au point B , à 10 km. Les deux directions font un angle de 40° .

- a.** Compléter le calcul :

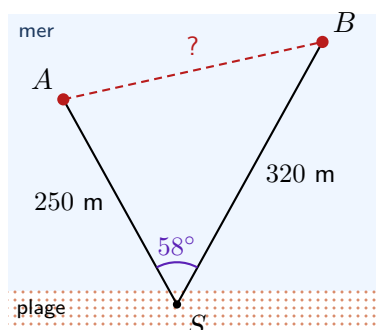
$$AB^2 = RA^2 + RB^2 - 2 \times RA \times RB \times \cos \widehat{ARB}$$

$$AB^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots - \dots\dots\dots \approx \dots\dots\dots$$

- b.** En déduire la distance AB entre les deux randonneurs, au centième de km.

Exercice 24 — La distance entre deux bouées

Depuis le poste de secours S d'une plage, un sauveteur mesure les distances jusqu'à deux bouées : $SA = 250$ m et $SB = 320$ m. L'angle ASB mesure 58° .

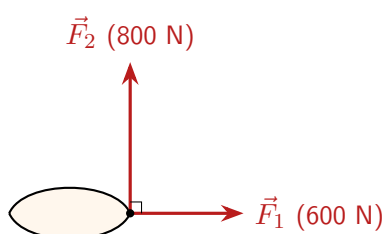


Vue de dessus. Le poste S est sur la plage, les bouées A et B en mer ; la distance AB (tirets) est cherchée.

Calculer la distance AB entre les deux bouées, au mètre près. Contrôler la cohérence du résultat.

Exercice 25 — Tirer une barque vers la rive

Deux personnes tirent une barque à l'aide de deux cordes attachées au même anneau. Les forces exercées valent $F_1 = 600$ N et $F_2 = 800$ N.



Vue de dessus de la barque dans le premier cas : les deux cordes partent de l'anneau à l'avant et font un angle droit. Longueur des flèches proportionnelle aux forces.

- Les deux cordes font un angle droit. Calculer la valeur de la force totale $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
- Même question si les cordes font un angle de 60° .
- Dans quel cas la barque est-elle tirée le plus fort ? Pourquoi ?

Exercice 26 — *Contrôler un résultat*

Dans un triangle ABC , $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Deux élèves calculent BC .

Sami : $BC^2 = 5^2 + 8^2 = 89$, donc $BC \approx 9,43$ cm.

Zoé : $BC^2 = 5^2 + 8^2 + 2 \times 5 \times 8 \times \cos 60^\circ = 129$, donc $BC \approx 11,36$ cm.

a. Sans refaire le calcul, expliquer pourquoi aucun des deux résultats ne peut être juste. **b.** Calculer BC .
