

Version élève

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 10****Nombres complexes**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Nom : Classe :

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les sept capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Pour chaque capacité, un rappel, puis des exercices qui vont du guidé à l'autonome, et un dernier exercice où l'on contrôle un résultat ou l'on corrige une erreur. Écrire les calculs, puis une phrase de réponse. Un quadrillage ou une calculatrice sont nécessaires quand l'énoncé le dit. Le chapitre fait partie du programme complémentaire de préparation à une poursuite d'études. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Écrire un nombre complexe sous forme algébrique, identifier sa partie réelle et sa partie imaginaire, et utiliser l'égalité de deux nombres complexes	1 à 5	2
C2 – Représenter un nombre complexe dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct : placer le point d'affixe donnée, lire l'affixe d'un point, calculer l'affixe d'un vecteur	6 à 10	4
C3 – Calculer la somme et le produit de deux nombres complexes sous forme algébrique	11 à 16	7
C4 – Calculer le conjugué d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le conjugué d'une somme et d'un produit	17 à 21	10
C5 – Calculer le module d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le module d'un produit	22 à 25	12
C6 – Calculer le quotient de deux nombres complexes sous forme algébrique, et utiliser le conjugué et le module d'un quotient	26 à 30	14
C7 – Déterminer un argument d'un nombre complexe non nul, l'interpréter géométriquement, et passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et réciproquement	31 à 35	17

Dans les exercices d'électricité, l'unité imaginaire est notée j ($j^2 = -1$), comme le font les électriciens, parce que la lettre i y désigne une intensité. Aucun exercice ne résout d'équation du second degré ni n'emploie la forme exponentielle : ce n'est pas au programme de ce module.

C1 – Écrire un nombre complexe sous forme algébrique, identifier sa partie réelle et sa partie imaginaire, et utiliser l'égalité de deux nombres complexes

Prérequis : calcul sur les nombres relatifs, résolution d'une équation du premier degré.

Rappel de cours

Tout nombre complexe s'écrit de façon unique $z = a + ib$, avec a et b réels et $i^2 = -1$.

$\text{Re}(z) = a$ est la partie réelle, $\text{Im}(z) = b$ la partie imaginaire : c'est un **nombre réel**, sans le i .

Si $b = 0$, z est **réel** ; si $a = 0$ (et $b \neq 0$), z est **imaginaire pur**.

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si leurs parties réelles sont égales **et** leurs parties imaginaires sont égales.

Exercice 1 — Lire les deux parties

Compléter le tableau. Dans la dernière colonne, écrire « réel », « imaginaire pur » ou « ni l'un ni l'autre ».

z	$\text{Re}(z)$	$\text{Im}(z)$	Nature
$7 + 2i$			
$-3 - 5i$			
$4i$			
-9			
$0,5 - 1,5i$			
i			

Exercice 2 — Mettre sous forme algébrique

Écrire chaque nombre sous la forme $a + ib$, puis donner sa partie réelle et sa partie imaginaire. On rappelle que $i^3 = i^2 \times i$ et $i^4 = i^2 \times i^2$.

$$z_1 = 4 - 6i + 2 + i \quad z_2 = 3i^2 \quad z_3 = 2i - 5 + i^2 \quad z_4 = i^3 \quad z_5 = 5i^2 - 2i + 7 \quad z_6 = i^4$$

Exercice 3 — Trouver les inconnues réelles

Dans chaque cas, déterminer les nombres réels x et y qui rendent l'égalité vraie.

- a. $x + 5i = -2 + yi$
 b. $(3x - 1) + (2y + 4)i = 8 - 2i$
 c. $(x + y) + (x - y)i = 6 + 2i$

Exercice 4 — Réel ou imaginaire pur ?

On considère le nombre complexe $z = (m - 3) + (2m + 4)i$, où m est un nombre réel.

- a. Pour quelle valeur de m le nombre z est-il réel ? Que vaut alors z ?
 b. Pour quelle valeur de m le nombre z est-il imaginaire pur ? Que vaut alors z ?
 c. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle $z = 0$? Justifier.

Exercice 5 — Trois erreurs à corriger

Un élève a écrit les trois lignes suivantes.

(1) $\text{Im}(8 - 3i) = -3i$ **(2)** $\text{Re}(5i) = 5$ **(3)** $4 + 2i^2 = 4 + 2 = 6$

Pour chaque ligne, expliquer l'erreur en une phrase et écrire le résultat correct.

C2 – Représenter un nombre complexe dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct : placer le point d'afixe donnée, lire l'afixe d'un point, calculer l'afixe d'un vecteur

Prérequis : C1, coordonnées d'un point et d'un vecteur.

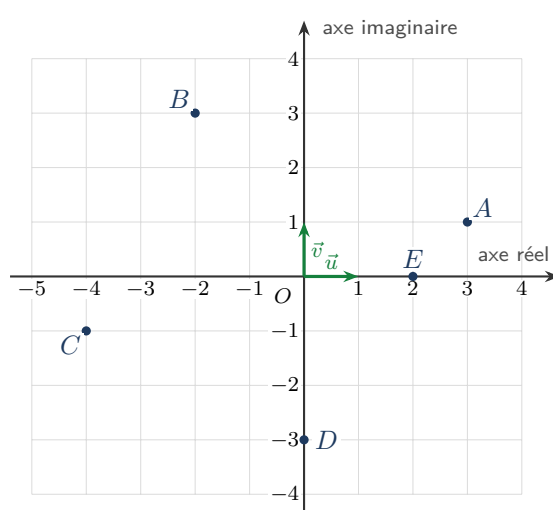
Rappel de cours

Le point $M(a; b)$ est l'image de $z = a + ib$; z est l'**afixe** de M . La partie réelle se lit en abscisse, la partie imaginaire en ordonnée.

Le vecteur $\vec{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$: l'extrémité *moins* l'origine.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont la même affixe. $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\vec{AB} = \vec{DC}$.

Exercice 6 — Lire et placer des points



Plan complexe quadrillé, une unité par carreau. Cinq points A , B , C , D et E sont placés.

- Lire l'afixe de chacun des points A , B , C , D et E .
- Placer sur la figure les points F , G et H d'affixes $z_F = -1 + 2i$, $z_G = 3 - 2i$ et $z_H = -3$.

Exercice 7 — Quatre spots au plafond

Sur le plan d'un plafond, un électricien repère quatre spots encastrés par des affixes exprimées en mètres, l'origine étant un angle de la pièce :

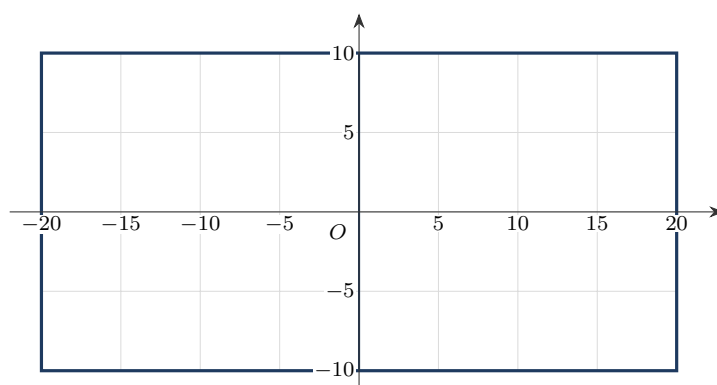
$$z_A = 1 + i, \quad z_B = 4 + i, \quad z_C = 4 + 3i, \quad z_D = 1 + 3i.$$

- a. Calculer les affixes des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
- b. Le trou du spot D a été percé par erreur au point D' d'affixe $1,5 + 3i$. Le quadrilatère $ABCD'$ est-il un parallélogramme ? Justifier.
- c. Calculer l'affixe du vecteur $\vec{D'D}$. De combien, et dans quelle direction, faut-il déplacer le perçage ?

Exercice 8 — Sur un terrain de handball

Un terrain de handball est un rectangle de 40 m sur 20 m. On le munit d'un repère d'origine le centre du terrain, l'axe réel dans la longueur ; l'unité est le mètre. Trois joueurs ont pour affixes

$$z_1 = -8 + 6i, \quad z_2 = 5 - 4i, \quad z_3 = 14 + 9i.$$



Le terrain vu de dessus, dans le repère de l'énoncé. Le quadrillage est tracé tous les 5 m ; le trait vertical est la ligne médiane.

- Placer les trois joueurs sur la figure.
- Le joueur 1 fait une passe au joueur 2. Calculer l'abscisse du vecteur de cette passe, puis celle de la passe du joueur 2 au joueur 3.
- Un quatrième joueur est au point d'abscisse $22 + 3i$. Est-il sur le terrain ? Justifier à l'aide de sa partie réelle et de sa partie imaginaire.

Exercice 9 — Le quatrième sommet

Les points A , B et C ont pour affixes $z_A = -2 + i$, $z_B = 1 + 3i$ et $z_C = 4 - i$.

- Calculer l'abscisse du vecteur $\vec{AB}$.
- On cherche le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, c'est-à-dire tel que $\vec{DC} = \vec{AB}$. Écrire cette égalité avec les affixes, puis en déduire z_D .
- Contrôler le résultat en plaçant les quatre points sur un quadrillage.

Exercice 10 — Deux affirmations à contrôler

Un élève affirme :

- a.** « Le point d'affixe $-1 + 3i$ a pour coordonnées $(3; -1)$. »
b. « Si $z_A = 2 + 5i$ et $z_B = 6 + i$, alors le vecteur $\vec{AB}$ a pour affixe $-4 + 4i$. »

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, expliquer l'erreur et la corriger.

C3 – Calculer la somme et le produit de deux nombres complexes sous forme algébrique

Prérequis : C1, développement d'un produit de deux sommes.

Rappel de cours

Somme : on additionne les parties réelles entre elles et les parties imaginaires entre elles. Pour une différence, attention au signe devant la parenthèse.

Produit : **1.** développer (quatre produits) ; **2.** remplacer i^2 par -1 ; **3.** regrouper partie réelle et partie imaginaire.

Exemple : $(1 + 2i)(3 - i) = 3 - i + 6i - 2i^2 = 3 + 5i + 2 = 5 + 5i$.

Exercice 11 — Pas à pas

- a.** Calculer $(5 + 2i) + (-3 + 4i)$.
b. Calculer $(6 - i) - (2 - 5i)$. Attention au signe devant la parenthèse.
c. Calculer $(-1 + 3i) - (-1 - 3i)$.
d. Pour calculer $(1 + 3i)(2 + i)$, compléter les quatre produits : $1 \times 2 = \dots$; $1 \times i = \dots$; $3i \times 2 = \dots$; $3i \times i = \dots$. Remplacer i^2 par -1 , puis regrouper.

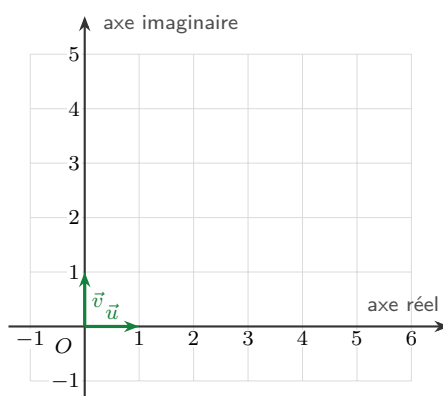
Exercice 12 — Cinq produits

Calculer chaque produit et donner le résultat sous forme algébrique.

- a.** $(3 + 2i)(5 - i)$ **b.** $(-2 + i)(3 + 4i)$ **c.** $(1 - 2i)^2$ **d.** $(3 + i)(3 - i)$ **e.** $2i(4 - 3i)$

Exercice 13 — Somme et parallélogramme

On donne $z_1 = 1 + 3i$ et $z_2 = 4 + i$.



Repère vierge : une unité par carreau.

- a.** Placer les points M_1 et M_2 d'affixes z_1 et z_2 .
b. Construire le point P tel que OM_1PM_2 soit un parallélogramme. Lire son affixe.
c. Calculer $z_1 + z_2$ et comparer avec la réponse du b.

Exercice 14 — *Le robot aspirateur*

Un robot aspirateur part de sa base, au point O . Son premier trajet en ligne droite correspond au vecteur d'affixe $z_1 = 3 + i$ (unité : le mètre). À chaque obstacle, il tourne d'un quart de tour vers la gauche et parcourt la même distance : l'affixe de son nouveau trajet est celle du trajet précédent **multipliée par i** .

- Calculer $z_2 = i z_1$, puis $z_3 = i z_2$ et $z_4 = i z_3$.
- Après les deux premiers trajets, le robot se trouve au point d'affixe $z_1 + z_2$. Calculer cette affixe.
- Calculer $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$. Où se trouve le robot après quatre trajets ?

Exercice 15 — *Le calcul de Bombelli*

En 1572, le mathématicien italien Rafael Bombelli étudie l'équation $x^3 = 15x + 4$. Une formule de l'époque y fait apparaître la racine carrée de -121 , un nombre « impossible ». Bombelli a l'idée de calculer comme si ces nombres existaient. Refaisons son calcul avec notre notation.

- Vérifier que $x = 4$ est une solution de l'équation.
- Calculer $(2 + i)^2$, puis $(2 + i)^3 = (2 + i)^2 \times (2 + i)$.
- Calculer de même $(2 - i)^2$, puis $(2 - i)^3$.
- Calculer $(11i)^2$, puis $(2 + i) + (2 - i)$. Quel lien avec la question a. ?

Exercice 16 — Deux développements faux

Un élève a écrit :

(1) $(2 + 3i)(4 - i) = 8 - 3i^2 = 8 + 3 = 11$ **(2)** $(1 + i)^2 = 1 + i^2 = 0$

Expliquer chaque erreur, puis faire le calcul correct.

C4 – Calculer le conjugué d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le conjugué d'une somme et d'un produit

Prérequis : C2, C3.

Rappel de cours

Le **conjugué** de $z = a + ib$ est $\bar{z} = a - ib$. Les points d'affixes z et $\bar{z}$ sont **symétriques par rapport à l'axe réel**.

$z + \bar{z} = 2a$ est réel ; $z \bar{z} = a^2 + b^2$ est un réel positif.

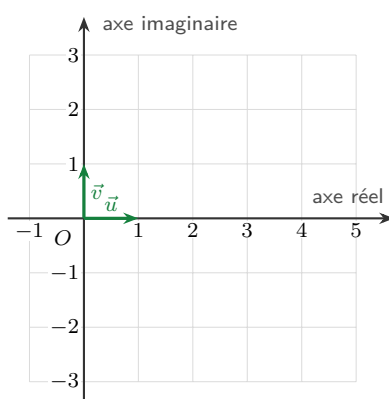
$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$ et $\overline{z z'} = \bar{z} \bar{z'}$.

Le conjugué n'est pas l'opposé : l'opposé de $a + ib$ est $-a - ib$.

Exercice 17 — Conjugués et symétrie

a. Donner le conjugué de chacun des nombres : $5 + 2i$, $-3 - 4i$, 6 , $-7i$, $i - 2$.

b. Placer sur le repère le point M d'affixe $z = 3 + 2i$ et le point M' d'affixe $\bar{z}$. Que remarque-t-on ?



Repère vierge : une unité par carreau.

Exercice 18 — Toujours réel ?

On donne $z = -2 + 5i$.

- Calculer $z + \bar{z}$, $z - \bar{z}$ et $z \times \bar{z}$.
- Lesquels de ces trois résultats sont réels ? Lequel est imaginaire pur ?
- En partant de $z = a + ib$, expliquer pourquoi $z + \bar{z}$ est toujours réel.

Exercice 19 — Le reflet dans le lac

Sur une photographie, la surface d'un lac calme est prise comme axe réel ; l'origine est un point de la rive et l'unité est le centimètre. Dans l'eau, le reflet d'un point est son symétrique par rapport à la surface. Le sommet d'un arbre a pour affixe $z_S = -3 + 5i$ et le bord du toit d'une cabane $z_T = 4 + 2i$.

- Donner les affixes des reflets S' et T' de ces deux points.
- Calculer l'affixe du vecteur $\vec{S'S'}$. Que peut-on dire de sa direction ?
- Quels points de la photographie sont leur propre reflet ? Justifier avec le conjugué.

Exercice 20 — Un produit sans le calculer

On admet les deux résultats suivants, qu'on pourra vérifier :

$$(2 + i)(3 - 4i) = 10 - 5i \quad \text{et} \quad (1 + 2i) + (4 - 7i) = 5 - 5i.$$

- Sans effectuer aucun calcul, donner $(2 - i)(3 + 4i)$ et $(1 - 2i) + (4 + 7i)$. Citer la propriété utilisée.
- Vérifier la première réponse en développant $(2 - i)(3 + 4i)$.

Exercice 21 — *Conjugué ou opposé ?*

Un élève a écrit :

(1) $\overline{-4 + i} = 4 - i$ (2) $\overline{3i} = 3i$ (3) pour $z = a + ib$, $z\bar{z} = a^2 - b^2$

Expliquer chaque erreur et corriger.

C5 – Calculer le module d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le module d'un produit

Prérequis : C2, théorème de Pythagore et sa réciproque.

Rappel de cours

Le **module** de $z = a + ib$ est $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$: c'est la distance OM . Il est toujours positif.

Distance : $AB = |z_B - z_A|$.

$$|zz'| = |z| \times |z'| \quad \text{et} \quad z\bar{z} = |z|^2.$$

Pas de i sous la racine : $|2 - 3i| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$.

Exercice 22 — *Six modules*

Compléter le tableau. Donner la valeur exacte du module, puis une valeur approchée au centième si ce n'est pas un entier.

z	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$ z = \sqrt{a^2 + b^2}$
$6 + 8i$				
$-5 + 12i$				
$2 - 2i$				
$-9i$				
-4				
$1 + 2i$				

Exercice 23 — *Les bouées d'une régate*

Un parcours de régate est un triangle formé par trois bouées. Dans un repère dont l'unité représente 100 m, les bouées ont pour affixes

$$z_A = -1 + 2i, \quad z_B = 5 + 2i, \quad z_C = 2 + 6i.$$

- Calculer les distances AB , BC et CA , puis les convertir en mètres.
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Est-il rectangle ? Justifier.
- Quelle distance un voilier parcourt-il en faisant un tour du parcours au plus près des bouées ?

Exercice 24 — *Le module d'un produit*

Répondre **sans développer** les produits, en utilisant $|z z'| = |z| \times |z'|$.

- Calculer $|(3 - 4i)(1 + i)|$.
- Calculer $|(1 + 2i)^2|$, puis vérifier en calculant $(1 + 2i)^2$.
- Calculer $|(6 + 8i) \times (-5i)|$.
- Un nombre complexe z a pour module 3. Que vaut $z \bar{z}$?

Exercice 25 — Trois modules faux

Un élève a écrit :

(1) $|3 - 4i| = \sqrt{9 - 16}$, impossible **(2)** $|-6| = -6$ **(3)** $|2 + 3i| = 2 + 3 = 5$

Expliquer chaque erreur, puis donner le bon module.

C6 – Calculer le quotient de deux nombres complexes sous forme algébrique, et utiliser le conjugué et le module d'un quotient

Prérequis : C3, C4, C5.

Rappel de cours

Pour écrire $\frac{z}{z'}$ sous forme algébrique, on multiplie le numérateur **et** le dénominateur par le **conjugué du dénominateur** : le dénominateur devient le réel $c^2 + d^2$ si $z' = c + id$.

$$\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} \quad \text{et} \quad \overline{\left(\frac{z}{z'} \right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}.$$

Contrôle : le quotient multiplié par le dénominateur redonne le numérateur.

Exercice 26 — Deux quotients guidés

a. Pour écrire $\frac{1}{1+2i}$ sous forme algébrique, compléter :

$$\frac{1}{1+2i} = \frac{1 \times (\dots\dots\dots)}{(1+2i)(\dots\dots\dots)} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

b. Écrire de même $\frac{5}{2-i}$ sous forme algébrique.

Exercice 29 — *L'intensité complexe*

En électricité, l'unité imaginaire est notée j ($j^2 = -1$), car la lettre i désigne l'intensité. Au laboratoire, on applique à un dipôle d'impédance complexe $Z = 60 + 80j$ (en ohms) une tension alternative de valeur efficace 12 V, prise comme référence : on l'écrit $U = 12$. L'intensité complexe est $I = \frac{U}{Z}$.

- Écrire I sous forme algébrique.
- Calculer $|I|$, qui est l'intensité efficace en ampères.
- Retrouver ce résultat en calculant $\frac{U}{|Z|}$.

Exercice 30 — *Une division partie par partie*

Un élève a écrit : $\frac{6+9i}{3+3i} = \frac{6}{3} + \frac{9}{3}i = 2 + 3i$.

- Calculer $(2+3i)(3+3i)$. Le résultat de l'élève est-il juste ?
- Calculer correctement le quotient, puis contrôler par un produit.

C7 – Déterminer un argument d'un nombre complexe non nul, l'interpréter géométriquement, et passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et réciproquement

Prérequis : C5, cosinus et sinus, touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice.

Rappel de cours

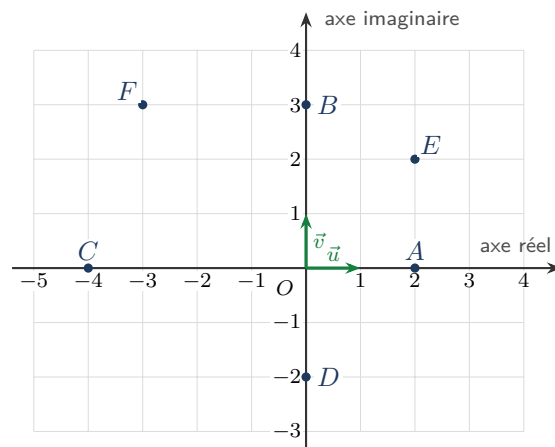
Un **argument** θ de $z \neq 0$ mesure l'angle $(\vec{u}, \vec{OM})$, entre -180° et 180° . Avec $r = |z|$: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $a = r \cos \theta$ et $b = r \sin \theta$.

Algébrique vers trigonométrique : $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, puis $\cos \theta = \frac{a}{r}$; la touche $\cos^{-1}$ donne un angle entre 0° et 180° : **si $b < 0$, on prend son opposé.**

Valeurs remarquables : $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Exercice 31 — Les bateaux autour du ponton

Sur la carte d'un plan d'eau, on place un repère d'origine le ponton O , l'axe réel vers l'est, l'axe imaginaire vers le nord ; l'unité vaut 100 m. Six bateaux sont repérés.



Plan d'eau vu de dessus : le ponton est à l'origine ; une unité par carreau.

Pour chaque bateau, donner le module et un argument (en degrés) de son affixe. Donner les modules sous forme exacte.

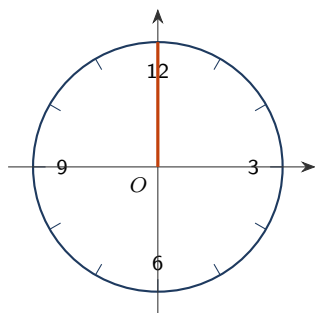
Exercice 32 — *Quatre formes trigonométriques*

Écrire chaque nombre sous forme trigonométrique, en donnant l'argument en degrés.

- a.** $z_1 = 4 + 4i$ **b.** $z_2 = -5\sqrt{3} + 5i$ **c.** $z_3 = 1 - i$ **d.** $z_4 = -6i$

Exercice 33 — *L'aiguille des minutes*

On place le cadran d'une horloge dans un repère d'origine le centre, l'axe réel dirigé vers le « 3 » et l'axe imaginaire vers le « 12 ». L'aiguille des minutes mesure 15 cm. Quand elle indique m minutes, son extrémité a pour argument $\theta = 90^\circ - m \times 6^\circ$ (on retranche 360° ou on les ajoute si besoin).



Cadran vu de face, dans le repère de l'énoncé ; l'aiguille orange indique 0 minute, son extrémité a pour affixe $15i$.

- a.** Vérifier la formule pour $m = 0$ et pour $m = 15$.
b. Pour $m = 10$, $m = 25$ et $m = 40$, calculer l'argument, puis écrire l'affixe de l'extrémité sous forme trigonométrique et sous forme algébrique (valeurs exactes, puis arrondies au dixième).
c. À quelle minute l'extrémité a-t-elle pour affixe -15 ?
