

Devoir surveillé – Sujet B

Chapitre 10 – Nombres complexes

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 – Écrire un nombre complexe sous forme algébrique, identifier sa partie réelle et sa partie imaginaire, et utiliser l'égalité de deux nombres complexes ■ C2 – Représenter un nombre complexe dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct : placer le point d'affixe donnée, lire l'affixe d'un point, calculer l'affixe d'un vecteur ■ C3 – Calculer la somme et le produit de deux nombres complexes sous forme algébrique ■ C4 – Calculer le conjugué d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le conjugué d'une somme et d'un produit ■ C5 – Calculer le module d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le module d'un produit ■ C6 – Calculer le quotient de deux nombres complexes sous forme algébrique, et utiliser le conjugué et le module d'un quotient ■ C7 – Déterminer un argument d'un nombre complexe non nul, l'interpréter géométriquement, et passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et réciproquement

Durée : 1 heure **Barème :** sur 20 points**Aides autorisées :** calculatrice autorisée (mode degré) ; relations d'électricité données dans l'exercice 4**Exercice 1****5 points**On donne $z_1 = 3 - 2i$ et $z_2 = 2 + i$.

- a. Donner la partie réelle et la partie imaginaire de z_1 . 0,5 pt
- b. Calculer $z_1 + z_2$. 0,5 pt
- c. Calculer $z_1 \times z_2$ et donner le résultat sous forme algébrique. 1,5 pt
- d. Donner $\overline{z_1}$, puis calculer $z_1 \times \overline{z_1}$. 1 pt
- e. Écrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. 1,5 pt

Correction — Exercice 1

- a. $\text{Re}(z_1) = 3$, $\text{Im}(z_1) = -2$.
- b. $z_1 + z_2 = 5 - i$.
- c. $(3 - 2i)(2 + i) = 6 + 3i - 4i - 2i^2 = 6 - i + 2 = 8 - i$.
- d. $\overline{z_1} = 3 + 2i$; $z_1 \overline{z_1} = 3^2 + 2^2 = 13$.
- e. $\frac{(3 - 2i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)} = \frac{6 - 3i - 4i + 2i^2}{5} = \frac{4 - 7i}{5} = 0,8 - 1,4i$.

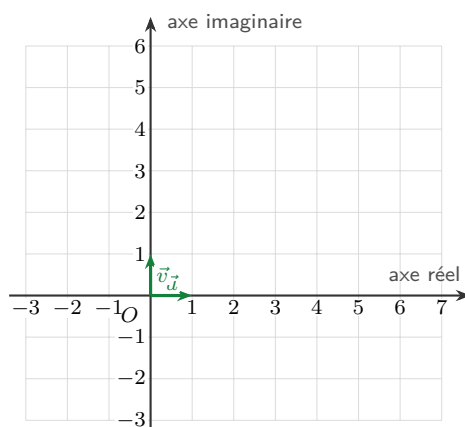
Barème : c. 1 pt développement, 0,5 pt $i^2 = -1$ et regroupement ; d. 0,5 + 0,5 ; e. 0,5 pt conjugué du dénominateur, 0,5 pt numérateur, 0,5 pt division par 5. $-2i$ donné comme partie imaginaire au a. : 0.

Exercice 2

6 points

Dans le plan complexe, on considère les points A , B et C d'affixes

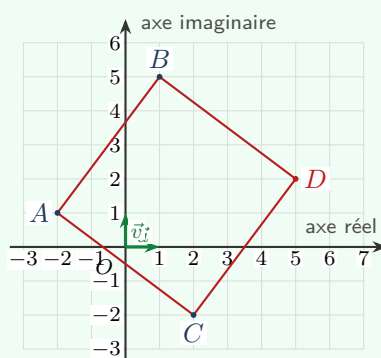
$$z_A = -2 + i, \quad z_B = 1 + 5i, \quad z_C = 2 - 2i.$$



Repère vierge : une unité par carreau.

- Placer les points A , B et C sur le repère. 1 pt
- Calculer les affixes des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$. 1 pt
- Calculer les longueurs AB , AC et BC . 1,5 pt
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier. 1 pt
- Calculer l'affixe du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme, c'est-à-dire tel que $\vec{CD} = \vec{AB}$. Placer D . 1 pt
- Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? 0,5 pt

Correction — Exercice 2



- $z_{\vec{AB}} = 3 + 4i$; $z_{\vec{AC}} = 4 - 3i$.
- $AB = \sqrt{9 + 16} = 5$; $AC = \sqrt{16 + 9} = 5$; $z_C - z_B = 1 - 7i$, donc $BC = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} \approx 7,07$.
- $AB = AC$: isocèle en A ; $AB^2 + AC^2 = 50 = BC^2$: rectangle en A (réciproque du théorème de Pythagore). Triangle rectangle isocèle en A .
- $z_D - z_C = 3 + 4i$, donc $z_D = (2 - 2i) + (3 + 4i) = 5 + 2i$.
- Un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs égaux : $ABDC$ est un carré.
Barème : a. 1 pt si les trois points sont justes (0,5 si deux) ; c. 0,5 par longueur ; d. 0,5 isocèle, 0,5 rectangle justifié ; e. 0,5 calcul, 0,5 placement ; f. « losange » ou « rectangle » justifié : 0,25.

Exercice 3**4 points**

Valeurs remarquables : $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

- a. Écrire $z = \sqrt{3} + i$ sous forme trigonométrique. 2 pts
 b. Écrire $w = 4(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$ sous forme algébrique (valeur exacte, puis arrondie au centième).
 On donne $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 1 pt
 c. Avec la calculatrice, donner le module et un argument (au dixième de degré) de $u = 8 - 6i$. 1 pt

Correction — Exercice 3

a. $r = \sqrt{3+1} = 2$; $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b > 0$: $\theta = 30^\circ$. $z = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$.

b. $w = 4 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i \approx -2,83 + 2,83i$.

c. $|u| = \sqrt{64+36} = 10$; $\cos \theta = 0,8$ donne $\approx 36,9^\circ$, et $b < 0$: $\theta \approx -36,9^\circ$.

Barème : a. 0,5 module, 1 argument, 0,5 écriture ; b. 0,5 par partie ; c. 0,5 module, 0,5 argument avec son signe.

Exercice 4**5 points**

En électricité, l'unité imaginaire est notée j ($j^2 = -1$), car la lettre i désigne l'intensité. Au laboratoire, un dipôle est formé, en série, d'une résistance $R = 60 \Omega$, d'une bobine et d'un condensateur. À la fréquence utilisée, la réactance de la bobine vaut $X_L = 130 \Omega$ et celle du condensateur $X_C = 50 \Omega$. Il est alimenté sous une tension efficace $U = 4,0 \text{ V}$.

Relations données : l'impédance complexe est $Z = R + j(X_L - X_C)$; l'intensité efficace vaut $I = \frac{U}{|Z|}$; un argument φ de Z est le déphasage de la tension par rapport à l'intensité.

- a. Écrire Z sous forme algébrique. 1 pt
 b. Calculer $|Z|$, puis l'intensité efficace I . 1 pt
 c. Déterminer φ (au dixième de degré), puis écrire Z sous forme trigonométrique. 1,5 pt
 d. On prend la tension comme référence : $U = 4$. Écrire l'intensité complexe $\frac{U}{Z}$ sous forme algébrique, puis vérifier que son module est égal à I . 1,5 pt

Correction — Exercice 4

a. $Z = 60 + 80j$.

b. $|Z| = \sqrt{3600 + 6400} = 100 \Omega$; $I = \frac{4,0}{100} = 0,04 \text{ A}$, soit 40 mA.

c. $\cos \varphi = \frac{60}{100} = 0,6$; $\cos^{-1}(0,6) \approx 53,1^\circ$ et la partie imaginaire est positive : $\varphi \approx 53,1^\circ$. $Z \approx 100(\cos 53,1^\circ + j \sin 53,1^\circ)$.

d. $\frac{4}{60 + 80j} = \frac{4(60 - 80j)}{10\,000} = 0,024 - 0,032j$; $\sqrt{0,024^2 + 0,032^2} = \sqrt{0,0016} = 0,04$: c'est bien I .

Barème : a. 1 ; b. 0,5 + 0,5 ; c. 1 pour l'argument, 0,5 pour l'écriture ; d. 0,5 conjugué, 0,5 résultat, 0,5 vérification. Une erreur au a. reportée correctement ensuite n'est pénalisée qu'au a.