

Version professeur

**Mathématiques – Terminale Bac Pro****Cahier d'exercices****Chapitre 10****Nombres complexes**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

**Méthode — Mode d'emploi**

Ce cahier suit les sept capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Pour chaque capacité, un rappel, puis des exercices qui vont du guidé à l'autonome, et un dernier exercice où l'on contrôle un résultat ou l'on corrige une erreur. Écrire les calculs, puis une phrase de réponse. Un quadrillage ou une calculatrice sont nécessaires quand l'énoncé le dit. Le chapitre fait partie du programme complémentaire de préparation à une poursuite d'études. Les corrections suivent chaque exercice dans cette version.

**Repères et ordre de travail**

| Capacité et intitulé complet                                                                                                                                                        | Exercices | Pages |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------|
| C1 – Écrire un nombre complexe sous forme algébrique, identifier sa partie réelle et sa partie imaginaire, et utiliser l'égalité de deux nombres complexes                          | 1 à 5     | 2     |
| C2 – Représenter un nombre complexe dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct : placer le point d'affixe donnée, lire l'affixe d'un point, calculer l'affixe d'un vecteur | 6 à 10    | 4     |
| C3 – Calculer la somme et le produit de deux nombres complexes sous forme algébrique                                                                                                | 11 à 16   | 7     |
| C4 – Calculer le conjugué d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le conjugué d'une somme et d'un produit                                                   | 17 à 21   | 10    |
| C5 – Calculer le module d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le module d'un produit                                                                      | 22 à 25   | 12    |
| C6 – Calculer le quotient de deux nombres complexes sous forme algébrique, et utiliser le conjugué et le module d'un quotient                                                       | 26 à 30   | 14    |
| C7 – Déterminer un argument d'un nombre complexe non nul, l'interpréter géométriquement, et passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et réciproquement              | 31 à 35   | 16    |

Dans les exercices d'électricité, l'unité imaginaire est notée  $j$  ( $j^2 = -1$ ), comme le font les électriciens, parce que la lettre  $i$  y désigne une intensité. Aucun exercice ne résout d'équation du second degré ni n'emploie la forme exponentielle : ce n'est pas au programme de ce module.

## C1 – Écrire un nombre complexe sous forme algébrique, identifier sa partie réelle et sa partie imaginaire, et utiliser l'égalité de deux nombres complexes

Prérequis : calcul sur les nombres relatifs, résolution d'une équation du premier degré.

### Rappel de cours

Tout nombre complexe s'écrit de façon unique  $z = a + ib$ , avec  $a$  et  $b$  réels et  $i^2 = -1$ .

$\text{Re}(z) = a$  est la partie réelle,  $\text{Im}(z) = b$  la partie imaginaire : c'est un **nombre réel**, sans le  $i$ .

Si  $b = 0$ ,  $z$  est **réel** ; si  $a = 0$  (et  $b \neq 0$ ),  $z$  est **imaginaire pur**.

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si leurs parties réelles sont égales **et** leurs parties imaginaires sont égales.

### Exercice 1 — Lire les deux parties

Compléter le tableau. Dans la dernière colonne, écrire « réel », « imaginaire pur » ou « ni l'un ni l'autre ».

| $z$          | $\text{Re}(z)$ | $\text{Im}(z)$ | Nature |
|--------------|----------------|----------------|--------|
| $7 + 2i$     |                |                |        |
| $-3 - 5i$    |                |                |        |
| $4i$         |                |                |        |
| $-9$         |                |                |        |
| $0,5 - 1,5i$ |                |                |        |
| $i$          |                |                |        |

### Correction de l'exercice 1

| $z$          | $\text{Re}(z)$ | $\text{Im}(z)$ | Nature             |
|--------------|----------------|----------------|--------------------|
| $7 + 2i$     | 7              | 2              | ni l'un ni l'autre |
| $-3 - 5i$    | -3             | -5             | ni l'un ni l'autre |
| $4i$         | 0              | 4              | imaginaire pur     |
| $-9$         | -9             | 0              | réel               |
| $0,5 - 1,5i$ | 0,5            | -1,5           | ni l'un ni l'autre |
| $i$          | 0              | 1              | imaginaire pur     |

La partie imaginaire se lit avec son signe et sans le  $i$  :  $\text{Im}(-3 - 5i) = -5$ . Pour  $i = 0 + 1 \times i$ , la partie imaginaire vaut 1.

### Exercice 2 — Mettre sous forme algébrique

Écrire chaque nombre sous la forme  $a + ib$ , puis donner sa partie réelle et sa partie imaginaire. On rappelle que  $i^3 = i^2 \times i$  et  $i^4 = i^2 \times i^2$ .

$$z_1 = 4 - 6i + 2 + i \quad z_2 = 3i^2 \quad z_3 = 2i - 5 + i^2 \quad z_4 = i^3 \quad z_5 = 5i^2 - 2i + 7 \quad z_6 = i^4$$

**Correction de l'exercice 2**

$$\begin{aligned}
 z_1 &= (4 + 2) + (-6 + 1)i = 6 - 5i : \text{Re} = 6, \text{Im} = -5. \\
 z_2 &= 3 \times (-1) = -3 : \text{Re} = -3, \text{Im} = 0 \text{ (réel)}. \\
 z_3 &= 2i - 5 - 1 = -6 + 2i : \text{Re} = -6, \text{Im} = 2. \\
 z_4 &= i^2 \times i = -i : \text{Re} = 0, \text{Im} = -1 \text{ (imaginaire pur)}. \\
 z_5 &= -5 - 2i + 7 = 2 - 2i : \text{Re} = 2, \text{Im} = -2. \\
 z_6 &= (-1) \times (-1) = 1 : \text{Re} = 1, \text{Im} = 0 \text{ (réel)}.
 \end{aligned}$$

**Exercice 3 — Trouver les inconnues réelles**

Dans chaque cas, déterminer les nombres réels  $x$  et  $y$  qui rendent l'égalité vraie.

- $x + 5i = -2 + yi$
- $(3x - 1) + (2y + 4)i = 8 - 2i$
- $(x + y) + (x - y)i = 6 + 2i$

**Correction de l'exercice 3**

On égale les parties réelles, puis les parties imaginaires.

- $x = -2$  et  $y = 5$ .
- $3x - 1 = 8$  donne  $x = 3$  ;  $2y + 4 = -2$  donne  $2y = -6$ , soit  $y = -3$ .
- $x + y = 6$  et  $x - y = 2$ . En additionnant :  $2x = 8$ , donc  $x = 4$ , puis  $y = 6 - 4 = 2$ . Contrôle :  $(4 + 2) + (4 - 2)i = 6 + 2i$ .

**Exercice 4 — Réel ou imaginaire pur ?**

On considère le nombre complexe  $z = (m - 3) + (2m + 4)i$ , où  $m$  est un nombre réel.

- Pour quelle valeur de  $m$  le nombre  $z$  est-il réel ? Que vaut alors  $z$  ?
- Pour quelle valeur de  $m$  le nombre  $z$  est-il imaginaire pur ? Que vaut alors  $z$  ?
- Existe-t-il une valeur de  $m$  pour laquelle  $z = 0$  ? Justifier.

**Correction de l'exercice 4**

- $z$  est réel si  $\text{Im}(z) = 0$  :  $2m + 4 = 0$ , soit  $m = -2$ . Alors  $z = -2 - 3 = -5$ .
- $z$  est imaginaire pur si  $\text{Re}(z) = 0$  (et  $\text{Im}(z) \neq 0$ ) :  $m - 3 = 0$ , soit  $m = 3$ . Alors  $z = (2 \times 3 + 4)i = 10i$ , et  $10 \neq 0$ .
- $z = 0$  exige à la fois  $m = 3$  et  $m = -2$  : c'est impossible. Aucune valeur de  $m$  ne convient.

**Exercice 5 — Trois erreurs à corriger**

Un élève a écrit les trois lignes suivantes.

$$(1) \text{Im}(8 - 3i) = -3i \quad (2) \text{Re}(5i) = 5 \quad (3) 4 + 2i^2 = 4 + 2 = 6$$

Pour chaque ligne, expliquer l'erreur en une phrase et écrire le résultat correct.

**Correction de l'exercice 5**

- La partie imaginaire est un réel, sans  $i$  :  $\text{Im}(8 - 3i) = -3$ .
- $5i = 0 + 5i$  : sa partie réelle est 0 ; c'est sa partie imaginaire qui vaut 5.
- $i^2 = -1$ , et non 1 :  $4 + 2i^2 = 4 - 2 = 2$ .

## C2 – Représenter un nombre complexe dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct : placer le point d'affixe donnée, lire l'affixe d'un point, calculer l'affixe d'un vecteur

Prérequis : C1, coordonnées d'un point et d'un vecteur.

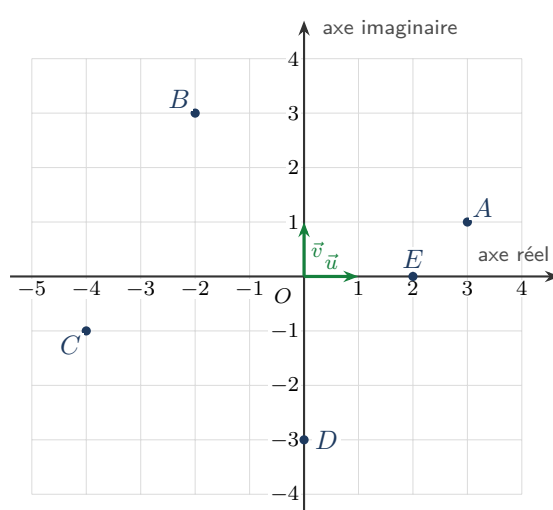
### Rappel de cours

Le point  $M(a; b)$  est l'image de  $z = a + ib$  ;  $z$  est l'**affixe** de  $M$ . La partie réelle se lit en abscisse, la partie imaginaire en ordonnée.

Le vecteur  $\vec{AB}$  a pour affixe  $z_B - z_A$  : l'extrémité *moins* l'origine.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont la même affixe.  $ABCD$  est un parallélogramme si et seulement si  $\vec{AB} = \vec{DC}$ .

### Exercice 6 — Lire et placer des points

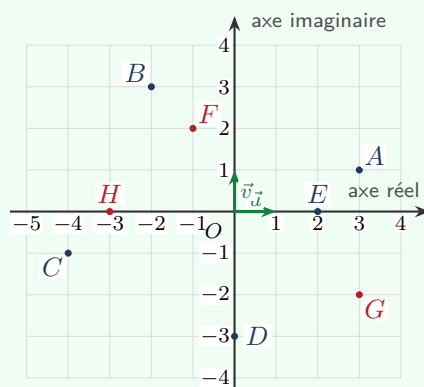


Plan complexe quadrillé, une unité par carreau. Cinq points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$  sont placés.

- Lire l'affixe de chacun des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ .
- Placer sur la figure les points  $F$ ,  $G$  et  $H$  d'affixes  $z_F = -1 + 2i$ ,  $z_G = 3 - 2i$  et  $z_H = -3$ .

### Correction de l'exercice 6

- $z_A = 3 + i$ ,  $z_B = -2 + 3i$ ,  $z_C = -4 - i$ ,  $z_D = -3i$ ,  $z_E = 2$ .
- 



$D$  et  $E$  sont sur les axes :  $D$  sur l'axe imaginaire ( $z_D = 0 - 3i$ ),  $E$  et  $H$  sur l'axe réel.

**Exercice 7 — Quatre spots au plafond**

Sur le plan d'un plafond, un électricien repère quatre spots encastrés par des affixes exprimées en mètres, l'origine étant un angle de la pièce :

$$z_A = 1 + i, \quad z_B = 4 + i, \quad z_C = 4 + 3i, \quad z_D = 1 + 3i.$$

- Calculer les affixes des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{DC}$ . Que peut-on en déduire pour le quadrilatère  $ABCD$  ?
- Le trou du spot  $D$  a été percé par erreur au point  $D'$  d'affixe  $1,5 + 3i$ . Le quadrilatère  $ABCD'$  est-il un parallélogramme ? Justifier.
- Calculer l'affixe du vecteur  $\vec{D'D}$ . De combien, et dans quelle direction, faut-il déplacer le perçage ?

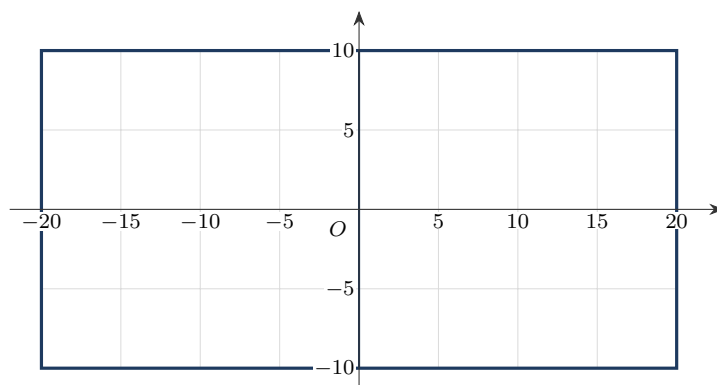
**Correction de l'exercice 7**

- $z_{\vec{AB}} = z_B - z_A = 3$  et  $z_{\vec{DC}} = z_C - z_D = 3$ . Les affixes sont égales, donc  $\vec{AB} = \vec{DC}$  :  $ABCD$  est un parallélogramme.
- $z_{\vec{D'C}} = (4 + 3i) - (1,5 + 3i) = 2,5$ , différent de  $z_{\vec{AB}} = 3$  :  $\vec{AB} \neq \vec{D'C}$ , donc  $ABCD'$  n'est pas un parallélogramme.
- $z_{\vec{D'D}} = (1 + 3i) - (1,5 + 3i) = -0,5$  : c'est un réel négatif. Il faut déplacer le perçage de 0,5 m, soit 50 cm, parallèlement à l'axe réel, vers l'origine.

**Exercice 8 — Sur un terrain de handball**

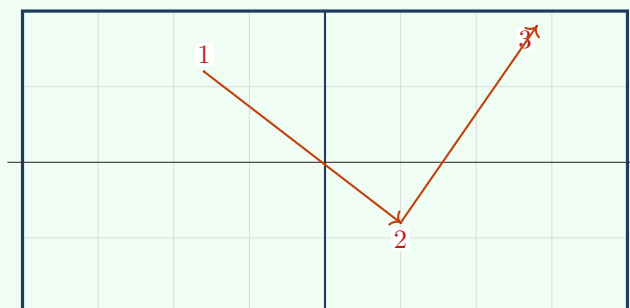
Un terrain de handball est un rectangle de 40 m sur 20 m. On le unit d'un repère d'origine le centre du terrain, l'axe réel dans la longueur ; l'unité est le mètre. Trois joueurs ont pour affixes

$$z_1 = -8 + 6i, \quad z_2 = 5 - 4i, \quad z_3 = 14 + 9i.$$



Le terrain vu de dessus, dans le repère de l'énoncé. Le quadrillage est tracé tous les 5 m ; le trait vertical est la ligne médiane.

- Placer les trois joueurs sur la figure.
- Le joueur 1 fait une passe au joueur 2. Calculer l'affixe du vecteur de cette passe, puis celle de la passe du joueur 2 au joueur 3.
- Un quatrième joueur est au point d'affixe  $22 + 3i$ . Est-il sur le terrain ? Justifier à l'aide de sa partie réelle et de sa partie imaginaire.

**Correction de l'exercice 8****a.**

**b.** Passe de 1 à 2 :  $z_2 - z_1 = (5+8) + (-4-6)i = 13 - 10i$ . Passe de 2 à 3 :  $z_3 - z_2 = (14-5) + (9+4)i = 9 + 13i$ .

**c.** Un point est sur le terrain si sa partie réelle est comprise entre  $-20$  et  $20$  et sa partie imaginaire entre  $-10$  et  $10$ . Ici  $\text{Re} = 22 > 20$  : le joueur est hors du terrain, derrière une ligne de but (sa partie imaginaire, 3, convient).

**Exercice 9 — Le quatrième sommet**

Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ont pour affixes  $z_A = -2 + i$ ,  $z_B = 1 + 3i$  et  $z_C = 4 - i$ .

**a.** Calculer l'afixe du vecteur  $\vec{AB}$ .

**b.** On cherche le point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme, c'est-à-dire tel que  $\vec{DC} = \vec{AB}$ . Écrire cette égalité avec les affixes, puis en déduire  $z_D$ .

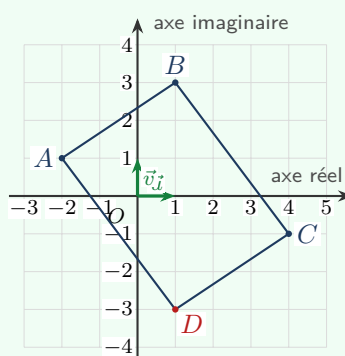
**c.** Contrôler le résultat en plaçant les quatre points sur un quadrillage.

**Correction de l'exercice 9**

**a.**  $z_{\vec{AB}} = (1 + 3i) - (-2 + i) = 3 + 2i$ .

**b.**  $\vec{DC} = \vec{AB}$  s'écrit  $z_C - z_D = 3 + 2i$ , donc  $z_D = z_C - (3 + 2i) = (4 - i) - (3 + 2i) = 1 - 3i$ .

**c.**



Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur : le résultat est cohérent.

**Exercice 10 — Deux affirmations à contrôler**

Un élève affirme :

**a.** « Le point d'affixe  $-1 + 3i$  a pour coordonnées  $(3; -1)$ . »

**b.** « Si  $z_A = 2 + 5i$  et  $z_B = 6 + i$ , alors le vecteur  $\vec{AB}$  a pour affixe  $-4 + 4i$ . »

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, expliquer l'erreur et la corriger.

**Correction de l'exercice 10**

- a. Faux. La partie réelle donne l'abscisse : le point est  $(-1 ; 3)$ . L'élève a inversé les deux coordonnées.  
 b. Faux. L'élève a calculé  $z_A - z_B$ . L'affixe de  $\vec{AB}$  est  $z_B - z_A = (6 - 2) + (1 - 5)i = 4 - 4i$  : l'extrémité moins l'origine. On passe de  $A$  à  $B$  en avançant de 4 et en descendant de 4.

**C3 – Calculer la somme et le produit de deux nombres complexes sous forme algébrique**

Prérequis : C1, développement d'un produit de deux sommes.

**Rappel de cours**

**Somme** : on additionne les parties réelles entre elles et les parties imaginaires entre elles. Pour une différence, attention au signe devant la parenthèse.

**Produit** : 1. développer (quatre produits) ; 2. remplacer  $i^2$  par  $-1$  ; 3. regrouper partie réelle et partie imaginaire.

Exemple :  $(1 + 2i)(3 - i) = 3 - i + 6i - 2i^2 = 3 + 5i + 2 = 5 + 5i$ .

**Exercice 11 — Pas à pas**

- a. Calculer  $(5 + 2i) + (-3 + 4i)$ .  
 b. Calculer  $(6 - i) - (2 - 5i)$ . Attention au signe devant la parenthèse.  
 c. Calculer  $(-1 + 3i) - (-1 - 3i)$ .  
 d. Pour calculer  $(1 + 3i)(2 + i)$ , compléter les quatre produits :  $1 \times 2 = \dots$  ;  $1 \times i = \dots$  ;  $3i \times 2 = \dots$  ;  $3i \times i = \dots$ . Remplacer  $i^2$  par  $-1$ , puis regrouper.

**Correction de l'exercice 11**

- a.  $(5 - 3) + (2 + 4)i = 2 + 6i$ .  
 b.  $(6 - 2) + (-1 + 5)i = 4 + 4i$  : le signe  $-$  change  $-5i$  en  $+5i$ .  
 c.  $(-1 + 1) + (3 + 3)i = 6i$  : un imaginaire pur.  
 d.  $1 \times 2 = 2$  ;  $1 \times i = i$  ;  $3i \times 2 = 6i$  ;  $3i \times i = 3i^2 = -3$ . Donc  $(1 + 3i)(2 + i) = 2 + i + 6i - 3 = -1 + 7i$ .

**Exercice 12 — Cinq produits**

Calculer chaque produit et donner le résultat sous forme algébrique.

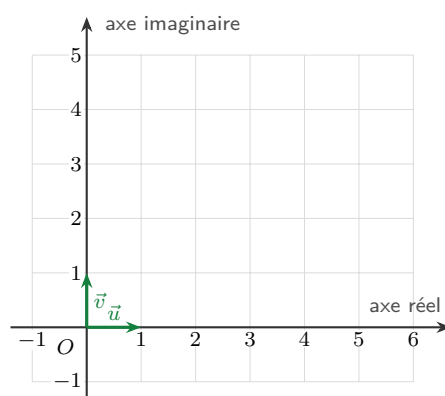
- a.  $(3 + 2i)(5 - i)$       b.  $(-2 + i)(3 + 4i)$       c.  $(1 - 2i)^2$       d.  $(3 + i)(3 - i)$       e.  $2i(4 - 3i)$

**Correction de l'exercice 12**

- a.  $15 - 3i + 10i - 2i^2 = 15 + 7i + 2 = 17 + 7i$ .  
 b.  $-6 - 8i + 3i + 4i^2 = -6 - 5i - 4 = -10 - 5i$ .  
 c.  $1 - 4i + 4i^2 = 1 - 4i - 4 = -3 - 4i$ .  
 d.  $9 - 3i + 3i - i^2 = 9 + 1 = 10$  : le produit d'un nombre par son conjugué est réel (voir C4).  
 e.  $8i - 6i^2 = 6 + 8i$ .

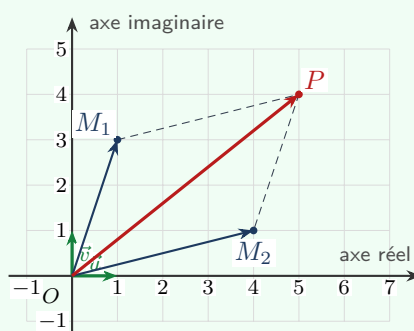
**Exercice 13** — Somme et parallélogramme

On donne  $z_1 = 1 + 3i$  et  $z_2 = 4 + i$ .



Repère vierge : une unité par carreau.

- Placer les points  $M_1$  et  $M_2$  d'affixes  $z_1$  et  $z_2$ .
- Construire le point  $P$  tel que  $OM_1PM_2$  soit un parallélogramme. Lire son affixe.
- Calculer  $z_1 + z_2$  et comparer avec la réponse du b.

**Correction de l'exercice 13**

- Depuis  $M_1$ , on reporte le déplacement de  $O$  à  $M_2$  : 4 vers la droite et 1 vers le haut. On lit  $z_P = 5 + 4i$ .
- $z_1 + z_2 = 5 + 4i$  : c'est l'affixe de  $P$ . La somme correspond à la somme des vecteurs  $\vec{OM}_1 + \vec{OM}_2$ .

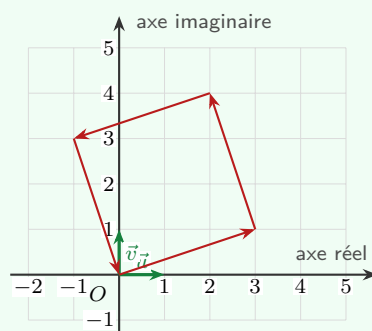
**Exercice 14** — Le robot aspirateur

Un robot aspirateur part de sa base, au point  $O$ . Son premier trajet en ligne droite correspond au vecteur d'affixe  $z_1 = 3 + i$  (unité : le mètre). À chaque obstacle, il tourne d'un quart de tour vers la gauche et parcourt la même distance : l'affixe de son nouveau trajet est celle du trajet précédent **multipliée par  $i$** .

- Calculer  $z_2 = iz_1$ , puis  $z_3 = iz_2$  et  $z_4 = iz_3$ .
- Après les deux premiers trajets, le robot se trouve au point d'affixe  $z_1 + z_2$ . Calculer cette affixe.
- Calculer  $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ . Où se trouve le robot après quatre trajets ?

**Correction de l'exercice 14**

- a.  $z_2 = i(3 + i) = 3i + i^2 = -1 + 3i$  ;  $z_3 = i(-1 + 3i) = -i + 3i^2 = -3 - i$  ;  $z_4 = i(-3 - i) = -3i - i^2 = 1 - 3i$ .
- b.  $z_1 + z_2 = (3 - 1) + (1 + 3)i = 2 + 4i$ .
- c.  $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = (3 - 1 - 3 + 1) + (1 + 3 - 1 - 3)i = 0$  : le robot est revenu à sa base.



Les quatre trajets forment un carré : chaque quart de tour garde la longueur et tourne la direction de  $90^\circ$ .

**Exercice 15 — Le calcul de Bombelli**

En 1572, le mathématicien italien Rafael Bombelli étudie l'équation  $x^3 = 15x + 4$ . Une formule de l'époque y fait apparaître la racine carrée de  $-121$ , un nombre « impossible ». Bombelli a l'idée de calculer comme si ces nombres existaient. Refaisons son calcul avec notre notation.

- a. Vérifier que  $x = 4$  est une solution de l'équation.
- b. Calculer  $(2 + i)^2$ , puis  $(2 + i)^3 = (2 + i)^2 \times (2 + i)$ .
- c. Calculer de même  $(2 - i)^2$ , puis  $(2 - i)^3$ .
- d. Calculer  $(11i)^2$ , puis  $(2 + i) + (2 - i)$ . Quel lien avec la question a. ?

**Correction de l'exercice 15**

- a.  $4^3 = 64$  et  $15 \times 4 + 4 = 64$  : l'égalité est vraie.
- b.  $(2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 3 + 4i$ , puis  $(2 + i)^3 = (3 + 4i)(2 + i) = 6 + 3i + 8i + 4i^2 = 2 + 11i$ .
- c.  $(2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 3 - 4i$ , puis  $(2 - i)^3 = (3 - 4i)(2 - i) = 6 - 3i - 8i + 4i^2 = 2 - 11i$ .
- d.  $(11i)^2 = 121i^2 = -121$  : le nombre  $11i$  joue le rôle de la « racine de  $-121$  ». Et  $(2 + i) + (2 - i) = 4$  : les deux nombres dont les cubes valent  $2 + 11i$  et  $2 - 11i$  ont pour somme 4, la solution réelle de l'équation. Un détour par des nombres « impossibles » conduit à une solution bien réelle.

**Exercice 16 — Deux développements faux**

Un élève a écrit :

(1)  $(2 + 3i)(4 - i) = 8 - 3i^2 = 8 + 3 = 11$       (2)  $(1 + i)^2 = 1 + i^2 = 0$

Expliquer chaque erreur, puis faire le calcul correct.

**Correction de l'exercice 16**

- (1) L'élève n'a multiplié que les termes de même rang ; il manque les deux produits croisés. Correct :  $(2 + 3i)(4 - i) = 8 - 2i + 12i - 3i^2 = 8 + 10i + 3 = 11 + 10i$ .
- (2) Il manque le double produit :  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . Correct :  $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$ .

## C4 – Calculer le conjugué d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le conjugué d'une somme et d'un produit

Prérequis : C2, C3.

### Rappel de cours

Le **conjugué** de  $z = a + ib$  est  $\bar{z} = a - ib$ . Les points d'affixes  $z$  et  $\bar{z}$  sont **symétriques par rapport à l'axe réel**.

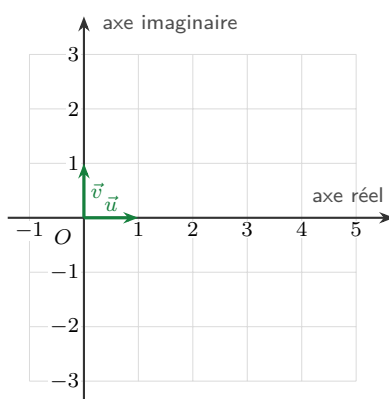
$z + \bar{z} = 2a$  est réel ;  $z \bar{z} = a^2 + b^2$  est un réel positif.

$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$  et  $\overline{z z'} = \bar{z} \bar{z'}$ .

Le conjugué n'est pas l'opposé : l'opposé de  $a + ib$  est  $-a - ib$ .

### Exercice 17 — Conjugués et symétrie

- a. Donner le conjugué de chacun des nombres :  $5 + 2i$ ,  $-3 - 4i$ ,  $6$ ,  $-7i$ ,  $i - 2$ .  
 b. Placer sur le repère le point  $M$  d'affixe  $z = 3 + 2i$  et le point  $M'$  d'affixe  $\bar{z}$ . Que remarque-t-on ?

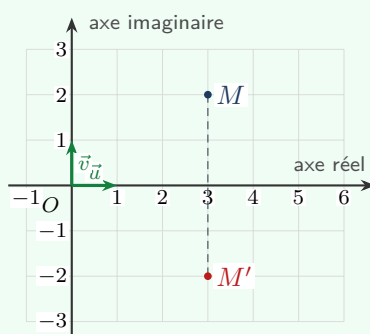


Repère vierge : une unité par carreau.

### Correction de l'exercice 17

- a.  $\overline{5 + 2i} = 5 - 2i$  ;  $\overline{-3 - 4i} = -3 + 4i$  ;  $\bar{6} = 6$  (un réel est son propre conjugué) ;  $\overline{-7i} = 7i$  ;  $i - 2 = -2 + i$ , donc son conjugué est  $-2 - i$ .

b.



$M(3; 2)$  et  $M'(3; -2)$  sont symétriques par rapport à l'axe réel.

**Exercice 18 — Toujours réel ?**

On donne  $z = -2 + 5i$ .

- Calculer  $z + \bar{z}$ ,  $z - \bar{z}$  et  $z \times \bar{z}$ .
- Lesquels de ces trois résultats sont réels ? Lequel est imaginaire pur ?
- En partant de  $z = a + ib$ , expliquer pourquoi  $z + \bar{z}$  est toujours réel.

**Correction de l'exercice 18**

- $\bar{z} = -2 - 5i$ .  $z + \bar{z} = -4$  ;  $z - \bar{z} = 10i$  ;  $z\bar{z} = (-2 + 5i)(-2 - 5i) = 4 + 10i - 10i - 25i^2 = 4 + 25 = 29$ .
- $-4$  et  $29$  sont réels ;  $10i$  est imaginaire pur.
- $z + \bar{z} = (a + ib) + (a - ib) = 2a$  : les parties imaginaires s'annulent, il ne reste qu'un réel.

**Exercice 19 — Le reflet dans le lac**

Sur une photographie, la surface d'un lac calme est prise comme axe réel ; l'origine est un point de la rive et l'unité est le centimètre. Dans l'eau, le reflet d'un point est son symétrique par rapport à la surface. Le sommet d'un arbre a pour affixe  $z_S = -3 + 5i$  et le bord du toit d'une cabane  $z_T = 4 + 2i$ .

- Donner les affixes des reflets  $S'$  et  $T'$  de ces deux points.
- Calculer l'affixe du vecteur  $\vec{S'S'}$ . Que peut-on dire de sa direction ?
- Quels points de la photographie sont leur propre reflet ? Justifier avec le conjugué.

**Correction de l'exercice 19**

- Le reflet est le symétrique par rapport à l'axe réel : son affixe est le conjugué.  $z_{S'} = -3 - 5i$  et  $z_{T'} = 4 - 2i$ .
- $z_{S'}\vec{S'S'} = (-3 - 5i) - (-3 + 5i) = -10i$  : un imaginaire pur, donc le vecteur est vertical, perpendiculaire à la surface de l'eau.
- Un point est son propre reflet si  $\bar{z} = z$ , c'est-à-dire si  $z$  est réel : ce sont les points de l'axe réel, sur la surface de l'eau.

**Exercice 20 — Un produit sans le calculer**

On admet les deux résultats suivants, qu'on pourra vérifier :

$$(2 + i)(3 - 4i) = 10 - 5i \quad \text{et} \quad (1 + 2i) + (4 - 7i) = 5 - 5i.$$

- Sans effectuer aucun calcul, donner  $(2 - i)(3 + 4i)$  et  $(1 - 2i) + (4 + 7i)$ . Citer la propriété utilisée.
- Vérifier la première réponse en développant  $(2 - i)(3 + 4i)$ .

**Correction de l'exercice 20**

- $2 - i$  et  $3 + 4i$  sont les conjugués de  $2 + i$  et  $3 - 4i$ . Comme  $\overline{z z'} = \bar{z} \bar{z'}$ , on a  $(2 - i)(3 + 4i) = \overline{10 - 5i} = 10 + 5i$ . De même, avec  $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$  :  $(1 - 2i) + (4 + 7i) = \overline{5 - 5i} = 5 + 5i$ .
- $(2 - i)(3 + 4i) = 6 + 8i - 3i - 4i^2 = 6 + 5i + 4 = 10 + 5i$ . Le résultat est confirmé.

**Exercice 21 — Conjugué ou opposé ?**

Un élève a écrit :

**(1)**  $\overline{-4 + i} = 4 - i$       **(2)**  $\overline{3i} = 3i$       **(3)** pour  $z = a + ib$ ,  $z\bar{z} = a^2 - b^2$

Expliquer chaque erreur et corriger.

**Correction de l'exercice 21**

- L'élève a écrit l'opposé. Le conjugué garde la partie réelle :  $\overline{-4 + i} = -4 - i$ .
- $3i = 0 + 3i$ , donc  $\overline{3i} = -3i$ . Seuls les réels sont égaux à leur conjugué.
- $(a + ib)(a - ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 - i^2 b^2 = a^2 + b^2$  : c'est  $i^2 = -1$  qui change le signe.

## C5 – Calculer le module d'un nombre complexe, l'interpréter géométriquement et utiliser le module d'un produit

Prérequis : C2, théorème de Pythagore et sa réciproque.

### Rappel de cours

Le **module** de  $z = a + ib$  est  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  : c'est la distance  $OM$ . Il est toujours positif.

**Distance** :  $AB = |z_B - z_A|$ .

$|zz'| = |z| \times |z'|$  et  $z\bar{z} = |z|^2$ .

Pas de  $i$  sous la racine :  $|2 - 3i| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$ .

### Exercice 22 — Six modules

Compléter le tableau. Donner la valeur exacte du module, puis une valeur approchée au centième si ce n'est pas un entier.

| $z$        | $a^2$ | $b^2$ | $a^2 + b^2$ | $ z  = \sqrt{a^2 + b^2}$ |
|------------|-------|-------|-------------|--------------------------|
| $6 + 8i$   |       |       |             |                          |
| $-5 + 12i$ |       |       |             |                          |
| $2 - 2i$   |       |       |             |                          |
| $-9i$      |       |       |             |                          |
| $-4$       |       |       |             |                          |
| $1 + 2i$   |       |       |             |                          |

### Correction de l'exercice 22

| $z$        | $a^2$ | $b^2$ | $a^2 + b^2$ | $ z $                               |
|------------|-------|-------|-------------|-------------------------------------|
| $6 + 8i$   | 36    | 64    | 100         | 10                                  |
| $-5 + 12i$ | 25    | 144   | 169         | 13                                  |
| $2 - 2i$   | 4     | 4     | 8           | $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ |
| $-9i$      | 0     | 81    | 81          | 9                                   |
| $-4$       | 16    | 0     | 16          | 4                                   |
| $1 + 2i$   | 1     | 4     | 5           | $\sqrt{5} \approx 2,24$             |

Un carré est toujours positif :  $(-5)^2 = 25$  et  $(-2)^2 = 4$ . Pour  $-4$  (réel), le module est la valeur absolue.

### Exercice 23 — Les bouées d'une régate

Un parcours de régate est un triangle formé par trois bouées. Dans un repère dont l'unité représente 100 m, les bouées ont pour affixes

$$z_A = -1 + 2i, \quad z_B = 5 + 2i, \quad z_C = 2 + 6i.$$

- Calculer les distances  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$ , puis les convertir en mètres.
- Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ? Est-il rectangle ? Justifier.
- Quelle distance un voilier parcourt-il en faisant un tour du parcours au plus près des bouées ?

**Correction de l'exercice 23**

- a.  $z_B - z_A = 6$ , donc  $AB = 6$ , soit 600 m.  $z_C - z_B = -3 + 4i$ , donc  $BC = \sqrt{9 + 16} = 5$ , soit 500 m.  $z_A - z_C = -3 - 4i$ , donc  $CA = 5$ , soit 500 m.
- b.  $CA = CB$  : le triangle est isocèle en  $C$ . Le plus grand côté est  $AB$  :  $AB^2 = 36$  et  $CA^2 + CB^2 = 25 + 25 = 50$ . Ces nombres diffèrent : d'après le théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.
- c.  $600 + 500 + 500 = 1\,600$  m, soit 1,6 km.

**Exercice 24 — Le module d'un produit**

Répondre **sans développer** les produits, en utilisant  $|z z'| = |z| \times |z'|$ .

- a. Calculer  $|(3 - 4i)(1 + i)|$ .
- b. Calculer  $|(1 + 2i)^2|$ , puis vérifier en calculant  $(1 + 2i)^2$ .
- c. Calculer  $|(6 + 8i) \times (-5i)|$ .
- d. Un nombre complexe  $z$  a pour module 3. Que vaut  $z \bar{z}$  ?

**Correction de l'exercice 24**

- a.  $|3 - 4i| = 5$  et  $|1 + i| = \sqrt{2}$ , donc  $|(3 - 4i)(1 + i)| = 5\sqrt{2} \approx 7,07$ .
- b.  $|1 + 2i| = \sqrt{5}$ , donc  $|(1 + 2i)^2| = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$ . Vérification :  $(1 + 2i)^2 = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$  et  $|-3 + 4i| = \sqrt{9 + 16} = 5$ .
- c.  $|6 + 8i| = 10$  et  $|-5i| = 5$ , donc le module vaut 50.
- d.  $z \bar{z} = |z|^2 = 3^2 = 9$ .

**Exercice 25 — Trois modules faux**

Un élève a écrit :

- (1)  $|3 - 4i| = \sqrt{9 - 16}$ , impossible      (2)  $|-6| = -6$       (3)  $|2 + 3i| = 2 + 3 = 5$
- Expliquer chaque erreur, puis donner le bon module.

**Correction de l'exercice 25**

- (1) On élève au carré les nombres réels  $a = 3$  et  $b = -4$ , sans le  $i$  :  $|3 - 4i| = \sqrt{9 + 16} = 5$ .
- (2) Un module est une distance, jamais négative :  $|-6| = 6$ .
- (3) Le module n'est pas la somme des parties :  $|2 + 3i| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \approx 3,61$ . On peut contrôler :  $\sqrt{13} < 5$ , car le chemin direct  $OM$  est plus court que le trajet « 2 puis 3 ».

## C6 – Calculer le quotient de deux nombres complexes sous forme algébrique, et utiliser le conjugué et le module d'un quotient

Prérequis : C3, C4, C5.

**Rappel de cours**

Pour écrire  $\frac{z}{z'}$  sous forme algébrique, on multiplie le numérateur **et** le dénominateur par le **conjugué du dénominateur** : le dénominateur devient le réel  $c^2 + d^2$  si  $z' = c + id$ .

$$\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} \quad \text{et} \quad \overline{\left( \frac{z}{z'} \right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}.$$

Contrôle : le quotient multiplié par le dénominateur redonne le numérateur.

**Exercice 26 — Deux quotients guidés**

- a. Pour écrire  $\frac{1}{1+2i}$  sous forme algébrique, compléter :

$$\frac{1}{1+2i} = \frac{1 \times (\dots\dots\dots)}{(1+2i)(\dots\dots\dots)} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

- b. Écrire de même  $\frac{5}{2-i}$  sous forme algébrique.

**Correction de l'exercice 26**

- a. On multiplie par le conjugué  $1-2i$  :  $\frac{1}{1+2i} = \frac{1-2i}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{1-2i}{1+4} = \frac{1-2i}{5} = 0,2 - 0,4i$ .

- b.  $\frac{5}{2-i} = \frac{5(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{10+5i}{5} = 2+i$ .

Contrôle :  $(2+i)(2-i) = 4+1 = 5$ .

**Exercice 27 — Quatre quotients**

Écrire chaque quotient sous forme algébrique, puis contrôler un des résultats par un produit.

- a.  $\frac{4+2i}{1+i}$     b.  $\frac{3-4i}{2+i}$     c.  $\frac{10i}{3+i}$     d.  $\frac{1+i}{1-i}$

**Correction de l'exercice 27**

- a.  $\frac{(4+2i)(1-i)}{2} = \frac{4-4i+2i-2i^2}{2} = \frac{6-2i}{2} = 3-i$ .

- b.  $\frac{(3-4i)(2-i)}{5} = \frac{6-3i-8i+4i^2}{5} = \frac{2-11i}{5} = 0,4 - 2,2i$ .

- c.  $\frac{10i(3-i)}{10} = \frac{30i-10i^2}{10} = \frac{10+30i}{10} = 1+3i$ .

- d.  $\frac{(1+i)(1+i)}{2} = \frac{1+2i+i^2}{2} = \frac{2i}{2} = i$ .

Contrôle du a. :  $(3-i)(1+i) = 3+3i-i-i^2 = 4+2i$ .

**Exercice 28 — Le module avant le calcul**

On pose  $q = \frac{8+6i}{1-i}$ .

- a. Sans calculer  $q$ , déterminer son module.  
 b. Écrire  $q$  sous forme algébrique, puis vérifier le module trouvé au a.  
 c. Donner  $\bar{q}$ , puis le retrouver en calculant  $\frac{\overline{8+6i}}{\overline{1-i}}$ .

**Correction de l'exercice 28**

- a.  $|q| = \frac{|8+6i|}{|1-i|} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \approx 7,07$ .

- b.  $q = \frac{(8+6i)(1+i)}{2} = \frac{8+8i+6i+6i^2}{2} = \frac{2+14i}{2} = 1+7i$  ;  $|1+7i| = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ .

- c.  $\bar{q} = 1-7i$ .  $\frac{8-6i}{1+i} = \frac{(8-6i)(1-i)}{2} = \frac{8-8i-6i+6i^2}{2} = \frac{2-14i}{2} = 1-7i$ .

**Exercice 29 — L'intensité complexe**

En électricité, l'unité imaginaire est notée  $j$  ( $j^2 = -1$ ), car la lettre  $i$  désigne l'intensité. Au laboratoire, on applique à un dipôle d'impédance complexe  $Z = 60 + 80j$  (en ohms) une tension alternative de valeur efficace 12 V, prise comme référence : on l'écrit  $U = 12$ . L'intensité complexe est  $I = \frac{U}{Z}$ .

- Écrire  $I$  sous forme algébrique.
- Calculer  $|I|$ , qui est l'intensité efficace en ampères.
- Retrouver ce résultat en calculant  $\frac{U}{|Z|}$ .

**Correction de l'exercice 29**

- $I = \frac{12}{60 + 80j} = \frac{12(60 - 80j)}{60^2 + 80^2} = \frac{720 - 960j}{10\,000} = 0,072 - 0,096j$ .
- $|I| = \sqrt{0,072^2 + 0,096^2} = \sqrt{0,0144} = 0,12$  : l'intensité efficace vaut 0,12 A, soit 120 mA.
- $|Z| = \sqrt{3600 + 6400} = 100 \, \Omega$  et  $\frac{12}{100} = 0,12$  A : c'est le module d'un quotient,  $\left| \frac{U}{Z} \right| = \frac{|U|}{|Z|}$ .

**Exercice 30 — Une division partie par partie**

Un élève a écrit :  $\frac{6 + 9i}{3 + 3i} = \frac{6}{3} + \frac{9}{3}i = 2 + 3i$ .

- Calculer  $(2 + 3i)(3 + 3i)$ . Le résultat de l'élève est-il juste ?
- Calculer correctement le quotient, puis contrôler par un produit.

**Correction de l'exercice 30**

- $(2 + 3i)(3 + 3i) = 6 + 6i + 9i + 9i^2 = -3 + 15i$ , et non  $6 + 9i$  : le résultat est faux. On ne divise pas partie réelle par partie réelle et partie imaginaire par partie imaginaire.
- $\frac{(6 + 9i)(3 - 3i)}{9 + 9} = \frac{18 - 18i + 27i - 27i^2}{18} = \frac{45 + 9i}{18} = 2,5 + 0,5i$ . Contrôle :  $(2,5 + 0,5i)(3 + 3i) = 7,5 + 7,5i + 1,5i + 1,5i^2 = 6 + 9i$ .

## C7 – Déterminer un argument d'un nombre complexe non nul, l'interpréter géométriquement, et passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et réciproquement

Prérequis : C5, cosinus et sinus, touche  $\cos^{-1}$  de la calculatrice.

**Rappel de cours**

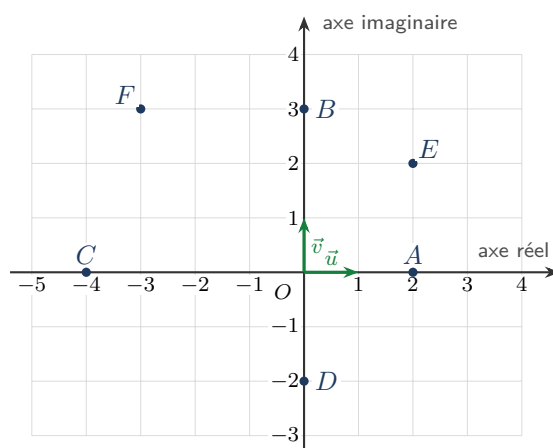
Un **argument**  $\theta$  de  $z \neq 0$  mesure l'angle  $(\vec{u}, \vec{OM})$ , entre  $-180^\circ$  et  $180^\circ$ . Avec  $r = |z|$  :  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ,  $a = r \cos \theta$  et  $b = r \sin \theta$ .

**Algébrique vers trigonométrie** :  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ , puis  $\cos \theta = \frac{a}{r}$  ; la touche  $\cos^{-1}$  donne un angle entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  : **si  $b < 0$ , on prend son opposé**.

Valeurs remarquables :  $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ .

**Exercice 31** — *Les bateaux autour du ponton*

Sur la carte d'un plan d'eau, on place un repère d'origine le ponton  $O$ , l'axe réel vers l'est, l'axe imaginaire vers le nord ; l'unité vaut 100 m. Six bateaux sont repérés.



Plan d'eau vu de dessus : le ponton est à l'origine ; une unité par carreau.

Pour chaque bateau, donner le module et un argument (en degrés) de son affixe. Donner les modules sous forme exacte.

**Correction de l'exercice 31**

$A : z_A = 2$ , module 2, argument  $0^\circ$ .  $B : z_B = 3i$ , module 3, argument  $90^\circ$ .  $C : z_C = -4$ , module 4, argument  $180^\circ$ .  $D : z_D = -2i$ , module 2, argument  $-90^\circ$ .

$E : z_E = 2 + 2i$ , module  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ , argument  $45^\circ$  (le point est sur la diagonale du premier quart).

$F : z_F = -3 + 3i$ , module  $3\sqrt{2}$ , argument  $135^\circ$  ( $45^\circ$  au-delà de l'axe imaginaire).

**Exercice 32** — *Quatre formes trigonométriques*

Écrire chaque nombre sous forme trigonométrique, en donnant l'argument en degrés.

a.  $z_1 = 4 + 4i$     b.  $z_2 = -5\sqrt{3} + 5i$     c.  $z_3 = 1 - i$     d.  $z_4 = -6i$

**Correction de l'exercice 32**

a.  $r = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ ,  $\cos \theta = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $b > 0 : \theta = 45^\circ$ .  $z_1 = 4\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$ .

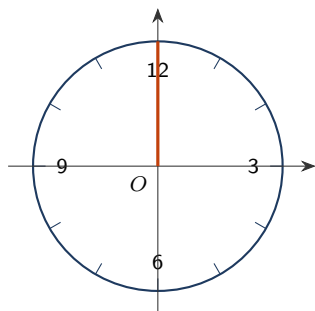
b.  $r = \sqrt{75 + 25} = 10$ ,  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  et  $b > 0 : \theta = 150^\circ$ .  $z_2 = 10(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ .

c.  $r = \sqrt{2}$ ,  $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  donne  $45^\circ$ , et  $b < 0 : \theta = -45^\circ$ .  $z_3 = \sqrt{2}(\cos(-45^\circ) + i \sin(-45^\circ))$ .

d.  $r = 6$ , imaginaire pur de partie imaginaire négative :  $\theta = -90^\circ$ .  $z_4 = 6(\cos(-90^\circ) + i \sin(-90^\circ))$ .

**Exercice 33** — *L'aiguille des minutes*

On place le cadran d'une horloge dans un repère d'origine le centre, l'axe réel dirigé vers le « 3 » et l'axe imaginaire vers le « 12 ». L'aiguille des minutes mesure 15 cm. Quand elle indique  $m$  minutes, son extrémité a pour argument  $\theta = 90^\circ - m \times 6^\circ$  (on retranche  $360^\circ$  ou on les ajoute si besoin).



Cadran vu de face, dans le repère de l'énoncé ; l'aiguille orange indique 0 minute, son extrémité a pour affixe  $15i$ .

- Vérifier la formule pour  $m = 0$  et pour  $m = 15$ .
- Pour  $m = 10$ ,  $m = 25$  et  $m = 40$ , calculer l'argument, puis écrire l'affixe de l'extrémité sous forme trigonométrique et sous forme algébrique (valeurs exactes, puis arrondies au dixième).
- À quelle minute l'extrémité a-t-elle pour affixe  $-15$  ?

**Correction de l'exercice 33**

- $m = 0 : \theta = 90^\circ$ , affixe  $15i$  (le « 12 »).  $m = 15 : \theta = 0^\circ$ , affixe 15 (le « 3 »).
- $m = 10 : \theta = 30^\circ$  ;  $15(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = 7,5\sqrt{3} + 7,5i \approx 13,0 + 7,5i$ .  
 $m = 25 : \theta = -60^\circ$  ;  $15(\cos(-60^\circ) + i \sin(-60^\circ)) = 7,5 - 7,5\sqrt{3}i \approx 7,5 - 13,0i$ .  
 $m = 40 : \theta = 90^\circ - 240^\circ = -150^\circ$  ;  $15(\cos(-150^\circ) + i \sin(-150^\circ)) = -7,5\sqrt{3} - 7,5i \approx -13,0 - 7,5i$ .
- $-15 = 15(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$  : il faut  $90^\circ - 6m = -180^\circ$ , soit  $m = 45$ . L'aiguille est sur le « 9 ».

**Exercice 34** — *Le drone*

Depuis sa base  $O$ , un télépilote repère son drone de loisir à 250 m, dans une direction qui fait un angle de  $40^\circ$  avec l'axe réel (sens direct). Le repère a son axe réel vers l'est et son axe imaginaire vers le nord ; l'unité est le mètre.

- Écrire l'affixe  $z_1$  de la position du drone sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique (arrondir au dixième).
- Le drone rejoint le point d'affixe  $z_2 = -120 + 90i$ . Calculer sa distance à la base, puis un argument de  $z_2$  (arrondi au dixième de degré).
- Quelle distance le drone a-t-il parcourue en ligne droite entre ses deux positions ?

**Correction de l'exercice 34**

- $z_1 = 250(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ) \approx 250 \times 0,7660 + 250 \times 0,6428i \approx 191,5 + 160,7i$ .
- $|z_2| = \sqrt{120^2 + 90^2} = \sqrt{22\,500} = 150$  m.  $\cos \theta = \frac{-120}{150} = -0,8$  ;  $\cos^{-1}(-0,8) \approx 143,1^\circ$  et  $b > 0$ , donc  $\theta \approx 143,1^\circ$ .
- $z_2 - z_1 \approx -311,5 - 70,7i$ , donc la distance vaut  $\sqrt{311,5^2 + 70,7^2} \approx 319,4$  m.

**Exercice 35** — *Deux arguments faux*

Un élève a écrit :

(1) « Un argument de  $-2 - 2i$  est  $\tan^{-1}\left(\frac{-2}{-2}\right) = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$ . »

(2) « Un argument de  $3 - 4i$  est  $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 53,1^\circ$ . »

Placer chaque point sur un croquis, expliquer l'erreur et donner le bon argument.

**Correction de l'exercice 35**

- (1) Le point  $(-2; -2)$  est en bas à gauche : son argument ne peut pas être  $45^\circ$ . Méthode du cours :  
 $r = 2\sqrt{2}$ ,  $\cos \theta = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos^{-1}$  donne  $135^\circ$ , et  $b < 0$  :  $\theta = -135^\circ$ .
- (2) Le point  $(3; -4)$  est sous l'axe réel, et  $b < 0$  : il faut prendre l'opposé,  $\theta \approx -53,1^\circ$ . La touche  $\cos^{-1}$  ne donne que des angles entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ .