

Devoir surveillé – Sujet B

Chapitre 9 – Fonctions logarithme népérien et exponentielle

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 à C5 – l'ensemble du chapitre : fonction $\ln$, nombre e , fonction exponentielle et leurs propriétés.**Durée** : 1 heure **Barème** : sur 20 points**Aides autorisées** : calculatrice autorisée, documents non autorisésCompétences évaluées : **APP** s'approprier ■ **REA** réaliser ■ **ANA** analyser ■ **VAL** valider ■ **COM** communiquer.
Une grandeur physique a une unité.**Partie A — Calculer avec $\ln$ et l'exponentielle****6 points****Question A.1****2 points — REA**On donne $\ln(3) \approx 1,099$ et $\ln(5) \approx 1,609$.

- a. Écrire $\ln(75)$ à l'aide de $\ln(3)$ et de $\ln(5)$, puis en donner une valeur approchée au millièm.
- b. Écrire $\ln(18) - 2\ln(3)$ sous la forme d'un seul logarithme.

Correction — A.1

a. $\ln(75) = \ln(3) + 2\ln(5) \approx 4,317.$

1 pt

b. $\ln(18) - 2\ln(3) = \ln(18) - \ln(9) = \ln(2).$

1 pt

Barème : au a., 0,5 pt pour l'écriture, 0,5 pt pour la valeur.**Question A.2****2 points — REA**Écrire sous la forme e^k ou e^{kx} : $e^2 \times e^{-6}$; $\frac{(e^x)^3}{e^{2x}}.$ **Correction — A.2**

$$e^2 \times e^{-6} = e^{-4}$$

1 pt

$$\frac{(e^x)^3}{e^{2x}} = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} = e^x$$

1 pt

Question A.3**2 points — REA**

Résoudre, en donnant la valeur exacte puis une valeur approchée au centième.

- a. $4e^x - 3 = 9$ b. $2\ln(x) + 1 = 7.$

Correction — A.3

a. $4e^x = 12, e^x = 3, x = \ln(3) \approx 1,10.$

1 pt

b. $\ln(x) = 3, x = e^3 \approx 20,09.$

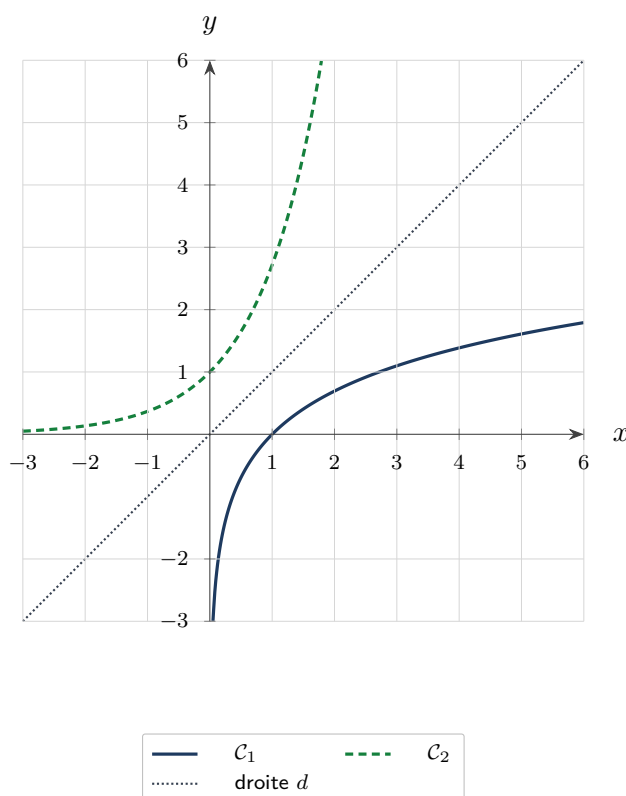
1 pt

Barème : 0,5 pt pour isoler, 0,5 pt pour la traduction et la valeur.

Partie B — Deux courbes

6 points

Dans le repère orthonormé ci-dessous sont tracées deux courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ et la droite d d'équation $y = x$. L'une des courbes est celle de la fonction $\ln$, l'autre celle de la fonction $x \mapsto e^x$.



Repère orthonormé, même unité sur les deux axes. $\mathcal{C}_1$ en trait plein, $\mathcal{C}_2$ en tirets, la droite d en pointillés.

Question B.1

1,5 point — APP

Laquelle des deux courbes est celle de la fonction $\ln$? Justifier par deux arguments.

Correction — B.1

$\mathcal{C}_1$: elle passe par le point $(1; 0)$, puisque $\ln(1) = 0$, et elle n'existe que pour $x > 0$. ($\mathcal{C}_2$ passe par $(0; 1)$ et reste au-dessus de l'axe des abscisses.)

1,5 pt

Barème : 0,5 pt pour le choix, 0,5 pt par argument.

Question B.2

1,5 point — REA

Justifier à l'aide de la dérivée que $\ln$ est croissante sur $[0,25; 6]$, puis dresser son tableau de variations sur cet intervalle, avec les valeurs aux bornes arrondies au centième.

Correction — B.2

$\ln'(x) = \frac{1}{x} > 0$ sur l'intervalle : $\ln$ y est croissante.

1,5 pt

x	0,25	6
$\ln'(x)$	+	
$\ln(x)$	-1,39	1,79
	↗	

Barème : 0,5 pt pour la justification, 0,5 pt pour le tableau, 0,5 pt pour les deux valeurs.

Question B.3**1,5 point — ANA**

Le point A d'abscisse 4 est sur la courbe de $\ln$. Donner ses coordonnées au centième, puis celles de son symétrique A' par rapport à d . Montrer par le calcul que A' est sur la courbe de $x \mapsto e^x$.

Correction — B.3

$A(4; 1,39)$ et $A'(1,39; 4)$. Exactement, $A'(\ln(4); 4)$ et $e^{\ln(4)} = 4$: A' est sur la courbe de l'exponentielle. **1,5 pt**

Barème : 0,5 pt par point, 0,5 pt pour la justification par $e^{\ln(x)} = x$ (une vérification numérique, $e^{1,39} \approx 4$, est acceptée).

Question B.4**1,5 point — COM**

Lire sur le graphique une valeur approchée de la solution de l'équation $\ln(x) = 1$. Comment appelle-t-on ce nombre ? Expliquer en une phrase pourquoi l'équation $e^x = 0$ n'a pas de solution.

Correction — B.4

Lecture : $x \approx 2,7$; c'est le nombre $e \approx 2,718$, défini par $\ln(e) = 1$. L'équation $e^x = 0$ n'a pas de solution car une exponentielle est toujours strictement positive : $\mathcal{C}_2$ ne coupe pas l'axe des abscisses. **1,5 pt**

Barème : 0,5 pt pour la lecture (entre 2,6 et 2,8), 0,5 pt pour le nom, 0,5 pt pour l'explication.

Partie C — Un bâtiment sans chauffage**8 points**

En hiver, le chauffage d'un bâtiment est coupé alors que la température intérieure est de 21°C . La température extérieure reste égale à 6°C . La température intérieure, en degrés Celsius, est modélisée par

$$T(t) = 6 + 15e^{-kt}, \quad t \text{ en heures,}$$

où k est un nombre positif qui dépend de l'isolation du bâtiment. Dix heures après la coupure, on mesure $18,3^\circ\text{C}$ à l'intérieur.

Question C.1**0,5 point — APP**

Calculer $T(0)$ et vérifier la cohérence avec l'énoncé.

Correction — C.1

$T(0) = 6 + 15 = 21$: c'est bien la température au moment de la coupure.

0,5 pt**Question C.2****2 points — REA**

À l'aide de la mesure, écrire une équation vérifiée par k , puis calculer k au millième.

Correction — C.2

$$6 + 15e^{-10k} = 18,3, \quad e^{-10k} = \frac{18,3 - 6}{15}, \quad k = \frac{\ln(15/12,3)}{10} \approx 0,020.$$

2 pts

Barème : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour isoler l'exponentielle, 0,5 pt pour le passage à $\ln$, 0,5 pt pour la valeur.

Dans la suite, on prend $k = 0,02$.

Question C.3**1 point — REA**

Calculer la température intérieure 24 heures après la coupure, au dixième.

Correction — C.3

$$T(24) = 6 + 15e^{-0,48} \approx 15,3^\circ\text{C}.$$

1 pt

Question C.4**1,5 point — VAL**

Justifier que T est décroissante. Selon ce modèle, la température intérieure peut-elle descendre sous 6°C ?

Correction — C.4

$e^{-0,02t} = (e^{-0,02})^t \approx 0,980^t$, base inférieure à 1 : décroissante, donc T aussi. $15e^{-0,02t} > 0$, donc $T(t) > 6$: la température se rapproche de la température extérieure sans l'atteindre. 1,5 pt

Barème : 0,75 pt par partie.

Question C.5**2 points — REA**

Au bout de combien d'heures la température intérieure descend-elle à 12°C ? Arrondir à l'heure.

Correction — C.5

$6 + 15e^{-0,02t} = 12$, $e^{-0,02t} = \frac{6}{15}$, $t = \frac{\ln(15/6)}{0,02} \approx 45,8$: environ 46 h. 2 pts

Barème : 0,5 pt pour l'équation, 1 pt pour la résolution, 0,5 pt pour la réponse arrondie avec l'unité.

Question C.6**1 point — COM**

Le chauffage est coupé le vendredi à 17 h et remis en marche le lundi à 7 h, soit 62 heures plus tard. Le responsable souhaite que la température ne descende pas sous 12°C . Rédiger une réponse argumentée de deux lignes.

Correction — C.6

$T(62) = 6 + 15e^{-1,24} \approx 10,3$: la température descend sous 12°C avant la remise en marche (dès 46 heures environ, d'après C.5). Il faut remettre le chauffage plus tôt, ou le laisser en réduit. 1 pt

Barème : 0,5 pt pour l'argument chiffré, 0,5 pt pour la conclusion rédigée.