

Version professeur

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 9****Fonctions logarithme népérien et exponentielle**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les cinq capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Chaque capacité s'ouvre sur un rappel, puis les exercices vont du plus guidé au plus autonome ; le dernier fait chercher une erreur. Écrire le calcul, puis une phrase de réponse avec son unité quand la grandeur en a une. Plusieurs exercices demandent de **tracer** une courbe : prévoir un crayon bien taillé. Ce chapitre relève du programme complémentaire de préparation à une poursuite d'études. Les corrections suivent chaque exercice dans cette version.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien, sur un intervalle donné	1 à 7	2
C2 – Utiliser les propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien pour transformer des écritures numériques ou littérales	8 à 14	6
C3 – Passer de $\ln(x) = a$ à $x = e^a$ et inversement, a étant un réel et x un réel strictement positif	15 à 21	9
C4 – Utiliser les propriétés opératoires de la fonction exponentielle pour transformer des écritures numériques ou littérales	22 à 26	12
C5 – Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$	27 à 31	14

L'exercice 7 porte la mention « Aller plus loin » : il dépasse ce que demande le programme. Les dérivées de $e^{u(x)}$ ou de $\ln(u(x))$ et la dérivée d'un produit ne figurent pas au programme de ce complément : aucun exercice ne les emploie.

C1 – Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien, sur un intervalle donné

Exigible. Prérequis : signe de la dérivée et sens de variation ; fonction inverse.

Rappel de cours

La fonction $\ln$ est définie sur $]0; +\infty[$, avec $\ln(1) = 0$ et $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.

$\frac{1}{x} > 0$ pour $x > 0$: $\ln$ est **strictement croissante**. Sa courbe passe par $(1; 0)$ et monte en s'aplatissant.

$\ln(x) < 0$ pour $0 < x < 1$; $\ln(x) > 0$ pour $x > 1$.

Le nombre $e \approx 2,718$ est l'unique solution de $\ln(x) = 1$.

Exercice 1 — Des valeurs au tableau

a. À la calculatrice, compléter le tableau avec des valeurs arrondies au centième.

x	0,1	0,25	0,5	1	1,5	2	5	10	20
$\ln(x)$									

b. Pour quelles valeurs de x du tableau $\ln(x)$ est-il négatif ? Énoncer la règle générale.

c. Les nombres de la deuxième ligne augmentent-ils quand x augmente ? Quelle propriété de la fonction $\ln$ le justifie ?

d. Comparer $\ln(10)$ et $\ln(0,1)$. Que remarque-t-on ?

Correction de l'exercice 1

a. x 0,1 0,25 0,5 1 1,5 2 5 10 20

$\ln(x)$ -2,30 -1,39 -0,69 0 0,41 0,69 1,61 2,30 3,00

b. Pour $x = 0,1, 0,25$ et $0,5$: ce sont les valeurs comprises entre 0 et 1. Règle : $\ln(x) < 0$ pour $0 < x < 1$, $\ln(1) = 0$, $\ln(x) > 0$ pour $x > 1$.

c. Oui. La fonction $\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$, car sa dérivée $\frac{1}{x}$ y est positive.

d. $\ln(10) \approx 2,30$ et $\ln(0,1) \approx -2,30$: ce sont deux nombres **opposés**. C'est la propriété $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$, puisque $0,1 = \frac{1}{10}$ (capacité C2).

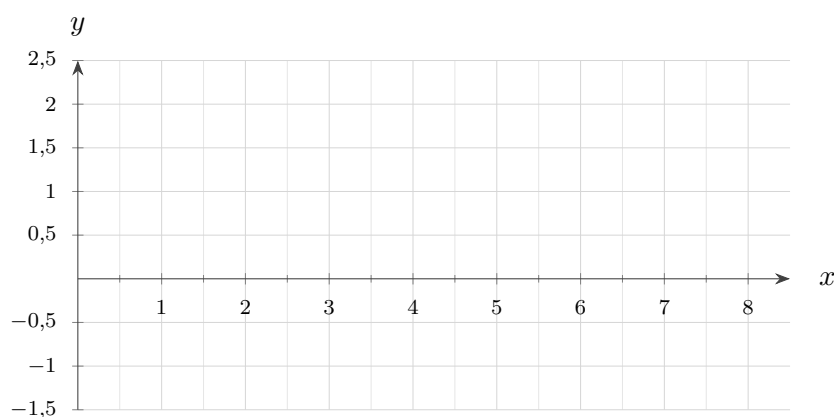
Erreur fréquente : lire la touche **log** au lieu de **ln**. Contrôle : $\ln(10) \approx 2,30$, alors que $\log(10) = 1$.

Exercice 2 — Tracer la courbe sur un intervalle donné

a. Compléter le tableau de valeurs, arrondies au centième.

x	0,25	0,5	1	2	3	4	6	8
$\ln(x)$								

b. Tracer la courbe de $\ln$ sur l'intervalle $[0,25 ; 8]$ dans le repère ci-dessous.



Repère pour le tracé : x de 0 à 8, une graduation par unité et une sous-graduation ; y de $-1,5$ à $2,5$, graduations tous les $0,5$.

c. Lire graphiquement une valeur approchée de la solution de l'équation $\ln(x) = 1,5$, puis de la solution de $\ln(x) = -1$.

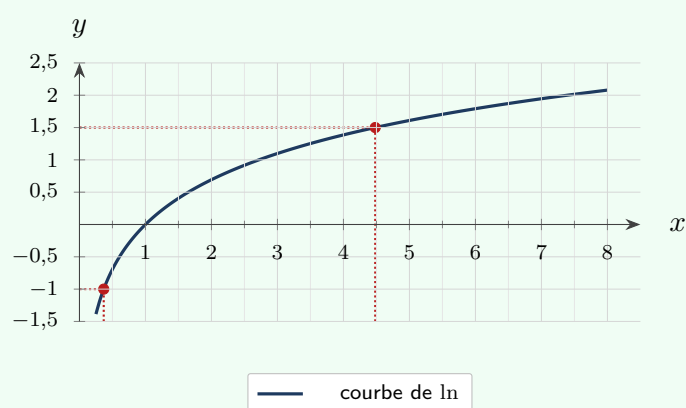
d. Contrôler ces lectures en calculant $\ln(4,5)$ et $\ln(0,37)$.

Correction de l'exercice 2

a.

x	0,25	0,5	1	2	3	4	6	8
$\ln(x)$	-1,39	-0,69	0	0,69	1,10	1,39	1,79	2,08

b. et c. Courbe attendue, avec les deux lectures en pointillés :



c. $\ln(x) = 1,5$ pour $x \approx 4,5$; $\ln(x) = -1$ pour $x \approx 0,4$. On accepte des lectures à $0,1$ près.

d. $\ln(4,5) \approx 1,50$ et $\ln(0,37) \approx -0,99$: les lectures sont confirmées. Les valeurs exactes, $e^{1,5}$ et e^{-1} , seront vues avec la capacité C3.

Exercice 3 — La pente de la courbe en chaque point

- Rappeler l'expression de $\ln'(x)$ pour $x > 0$.
- Calculer la pente de la tangente à la courbe de $\ln$ aux points d'abscisses 0,25, 0,5, 2 et 5.
- Parmi ces quatre points, en lequel la courbe monte-t-elle le plus vite ? le moins vite ?
- La courbe de $\ln$ a-t-elle une tangente horizontale ? Justifier.
- Écrire l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 2, à l'aide de la formule de Première $y = f'(a)(x - a) + f(a)$. Arrondir l'ordonnée à l'origine au centième.

Correction de l'exercice 3

- $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.
- $\frac{1}{0,25} = 4$; $\frac{1}{0,5} = 2$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{5} = 0,2$.
- Le plus vite en $x = 0,25$ (pente 4), le moins vite en $x = 5$ (pente 0,2).
- Non : une tangente horizontale a une pente nulle, or $\frac{1}{x} \neq 0$ pour tout $x > 0$. La courbe monte partout.
- $f(2) = \ln(2) \approx 0,693$ et $f'(2) = 0,5$. $y = 0,5(x - 2) + \ln(2) = 0,5x - 1 + \ln(2)$, soit $y \approx 0,5x - 0,31$.
Erreur fréquente : prendre $\ln(2)$ comme pente. La pente est $\ln'(2) = 0,5$.

Exercice 4 — Le nombre e, de deux façons**Première façon : par balayage.**

- Calculer $\ln(2,71)$ et $\ln(2,72)$ au dix-millième. En déduire un encadrement du nombre e.
- Même question avec 2,718 et 2,719.

Deuxième façon : l'idée de Jacques Bernoulli, en 1683. Un capital de 1 € est placé pendant un an au taux — irréaliste, mais commode — de 100 % par an. Si les intérêts sont versés n fois dans l'année, chaque versement ajoute $\frac{100}{n}$ % du capital acquis, et le capital au bout d'un an vaut $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ euros.

- Compléter le tableau, avec des valeurs arrondies au cent-millième.

n	1	2	12	365	100 000
$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$					

- De quel nombre les valeurs semblent-elles se rapprocher ? Comparer avec les questions a. et b.

Correction de l'exercice 4

- $\ln(2,71) \approx 0,9969$ et $\ln(2,72) \approx 1,0006$. La valeur 1 est entre les deux et $\ln$ est croissante : $2,71 < e < 2,72$.
- $\ln(2,718) \approx 0,9999$ et $\ln(2,719) \approx 1,0003$, donc $2,718 < e < 2,719$.
- 2 ; 2,25 ; 2,61304 ; 2,71457 ; 2,71827.
- Les valeurs se rapprochent de 2,718... : c'est le nombre e encadré au a. et au b. Le même nombre apparaît dans deux questions très différentes.
Conduite : on ne parle pas de limite ; il suffit de constater. Pour $n = 100\,000$, faire taper la formule entière en une fois pour éviter les arrondis intermédiaires.

Exercice 5 — Comparer et résoudre sans calculatrice

- Sans calculatrice, comparer : $\ln(0,35)$ et $\ln(0,3)$; $\ln(7)$ et $\ln(6,9)$; $\ln(0,8)$ et 0 ; $\ln(3)$ et 1.
- Résoudre dans $]0 ; +\infty[$: $\ln(x) < 0$; $\ln(x) \geq 1$; $\ln(x) > \ln(5)$.
Justifier chaque réponse par une propriété de la fonction $\ln$.

Correction de l'exercice 5

a. La fonction $\ln$ est strictement croissante : elle range les images dans le même ordre que les nombres.
 $0,35 > 0,3$ donc $\ln(0,35) > \ln(0,3)$; $7 > 6,9$ donc $\ln(7) > \ln(6,9)$.

$0,8 < 1$ donc $\ln(0,8) < \ln(1) = 0$; $3 > e$ donc $\ln(3) > \ln(e) = 1$.

b. $\ln(x) < 0$ équivaut à $\ln(x) < \ln(1)$, soit $x \in]0 ; 1[$.

$\ln(x) \geq 1$ équivaut à $\ln(x) \geq \ln(e)$, soit $x \in [e ; +\infty[$.

$\ln(x) > \ln(5)$ équivaut à $x > 5$, soit $x \in]5 ; +\infty[$.

Erreur fréquente : oublier que x doit rester strictement positif ; la solution du premier cas n'est pas $] -\infty ; 1[$.

Exercice 6 — Quatre affirmations à contrôler

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

A. « La courbe de $\ln$ passe par l'origine du repère. »

B. « Sur $]0 ; 1[$, $\ln(x)$ est négatif, donc la fonction $\ln$ est décroissante sur $]0 ; 1[$. »

C. « La tangente à la courbe de $\ln$ au point d'abscisse 4 a pour coefficient directeur $\ln(4) \approx 1,39$. »

D. « Comme 2,5 est proche de e , $\ln(2,5)$ est supérieur à 1. »

Correction de l'exercice 6

A. **Faux.** $\ln(0)$ n'existe pas : la courbe ne coupe pas l'axe des ordonnées. Elle coupe l'axe des abscisses au point $(1 ; 0)$, car $\ln(1) = 0$.

B. **Faux.** Le sens de variation se lit sur le signe de la **dérivée**, et $\frac{1}{x} > 0$: $\ln$ est croissante, y compris sur $]0 ; 1[$. Exemple : $\ln(0,2) \approx -1,61 < \ln(0,5) \approx -0,69$.

C. **Faux.** Le coefficient directeur est $\ln'(4) = \frac{1}{4} = 0,25$. Le nombre $\ln(4) \approx 1,39$ est l'ordonnée du point de contact.

D. **Faux.** $2,5 < e$ et $\ln$ est croissante, donc $\ln(2,5) < \ln(e) = 1$. En effet $\ln(2,5) \approx 0,92$.

Exercice 7 — Aller plus loin – Une fonction construite avec $\ln$

On considère la fonction f définie sur $[0,5 ; 6]$ par $f(x) = 2 \ln(x) + 1$.

a. Calculer $f'(x)$ à l'aide des règles de dérivation de Première : $(ku)' = ku'$ et $(u+v)' = u' + v'$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0,5 ; 6]$ et en déduire le sens de variation de f .

c. Calculer $f(0,5)$ et $f(6)$, arrondis au centième, puis dresser le tableau de variations de f sur $[0,5 ; 6]$.

d. À la calculatrice, par balayage avec un pas de 0,1, encadrer la valeur de x pour laquelle $f(x) = 0$.

Correction de l'exercice 7

a. $f'(x) = 2 \times \frac{1}{x} + 0 = \frac{2}{x}$.

b. Pour $x > 0$, $\frac{2}{x} > 0$: f est **strictement croissante** sur $[0,5 ; 6]$.

c. $f(0,5) = 2 \ln(0,5) + 1 \approx -0,39$ $f(6) = 2 \ln(6) + 1 \approx 4,58$.

x	0,5	6
$f'(x)$	+	
$f(x)$	-0,39	4,58

d. $f(0,6) \approx -0,02 < 0$ et $f(0,7) \approx 0,29 > 0$: la valeur cherchée est entre 0,6 et 0,7.

Prolongement : avec la capacité C3, $2 \ln(x) + 1 = 0$ donne $\ln(x) = -0,5$, soit $x = e^{-0,5} \approx 0,61$.

C2 – Utiliser les propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien pour transformer des écritures numériques ou littérales

Exigible. Prérequis : C1, puissances.

Rappel de cours

Pour $a > 0$, $b > 0$ et n réel :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b) \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) \quad \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a) \quad \ln(a^n) = n \ln(a)$$

Mais $\ln(a + b)$ ne se simplifie pas. Lien avec le logarithme décimal : $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$.

Exercice 8 — Une propriété à la fois

Compléter les égalités.

- a. $\ln(10) = \ln(2 \times 5) = \ln(\dots) + \ln(\dots)$ b. $\ln(3,5) = \ln\left(\frac{7}{2}\right) = \ln(\dots) - \ln(\dots)$
 c. $\ln(125) = \ln(5^3) = \dots \times \ln(5)$ d. $\ln\left(\frac{1}{9}\right) = -\ln(\dots) = -\dots \times \ln(3)$
 e. $\ln(6) + \ln(5) = \ln(\dots)$ f. $\ln(15) - \ln(5) = \ln(\dots)$ g. $4 \ln(2) = \ln(2^4) = \ln(\dots)$
 h. Vérifier l'égalité du a. à la calculatrice.

Correction de l'exercice 8

- a. $\ln(2) + \ln(5)$ b. $\ln(7) - \ln(2)$ c. 3 d. $-\ln(9) = -2 \ln(3)$
 e. $\ln(30)$ f. $\ln(3)$ g. $\ln(16)$
 h. $\ln(10) \approx 2,3026$ et $\ln(2) + \ln(5) \approx 0,6931 + 1,6094 = 2,3025$: égalité vérifiée, à l'arrondi près.

Exercice 9 — Tout écrire avec $\ln(2)$ et $\ln(3)$

On donne $\ln(2) \approx 0,693$ et $\ln(3) \approx 1,099$.

Écrire chaque nombre à l'aide de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$, puis en donner une valeur approchée au millièm.

- a. $\ln(18)$ b. $\ln(16)$ c. $\ln\left(\frac{2}{9}\right)$ d. $\ln(0,75)$ e. $\ln(36)$ f. $\ln\left(\frac{1}{6}\right)$

Correction de l'exercice 9

- a. $\ln(18) = \ln(2 \times 3^2) = \ln(2) + 2 \ln(3) \approx 2,891$.
 b. $\ln(16) = \ln(2^4) = 4 \ln(2) \approx 2,772$.
 c. $\ln\left(\frac{2}{9}\right) = \ln(2) - 2 \ln(3) \approx -1,505$.
 d. $0,75 = \frac{3}{4}$: $\ln(0,75) = \ln(3) - 2 \ln(2) \approx -0,287$.
 e. $\ln(36) = \ln(2^2 \times 3^2) = 2 \ln(2) + 2 \ln(3) \approx 3,584$.
 f. $\ln\left(\frac{1}{6}\right) = -\ln(6) = -\ln(2) - \ln(3) \approx -1,792$.

Contrôle : la calculatrice donne $\ln(18) \approx 2,890$; l'écart d'un millièm vient des arrondis de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$. Les nombres inférieurs à 1 (c., d., f.) ont bien un logarithme négatif.

Exercice 10 — Un seul logarithme

Écrire chaque expression sous la forme $\ln(A)$, avec A le plus simple possible.

- a. $\ln(3) + \ln(5)$ b. $\ln(40) - \ln(8)$ c. $3 \ln(2) + \ln(5)$
 d. $2 \ln(3) - \ln(6)$ e. $\ln(50) - 2 \ln(5)$ f. $\ln(4) + \ln(0,25)$

Correction de l'exercice 10

a. $\ln(3 \times 5) = \ln(15)$. **b.** $\ln\left(\frac{40}{8}\right) = \ln(5)$.

c. $\ln(2^3) + \ln(5) = \ln(8 \times 5) = \ln(40)$.

d. $\ln(3^2) - \ln(6) = \ln\left(\frac{9}{6}\right) = \ln(1,5)$.

e. $\ln(50) - \ln(5^2) = \ln\left(\frac{50}{25}\right) = \ln(2)$.

f. $\ln(4 \times 0,25) = \ln(1) = 0$.

Erreur fréquente : au d., écrire $\ln(9 - 6) = \ln(3)$: une différence de logarithmes est le logarithme d'un quotient.

Exercice 11 — Des écritures littérales

Dans tout l'exercice, x est un nombre strictement positif. Simplifier :

a. $\ln(x^2) - \ln(x)$ **b.** $\ln(5x) - \ln(5)$ **c.** $\ln(x^3) + \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

d. $\ln(e \times x)$ **e.** $\ln(4x^2) - 2\ln(2)$

f. Montrer que $\ln(x+1) - \ln(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

Correction de l'exercice 11

a. $2\ln(x) - \ln(x) = \ln(x)$. **b.** $\ln(5) + \ln(x) - \ln(5) = \ln(x)$.

c. $3\ln(x) - \ln(x) = 2\ln(x)$. **d.** $\ln(e) + \ln(x) = 1 + \ln(x)$.

e. $\ln(4) + \ln(x^2) - 2\ln(2) = 2\ln(2) + 2\ln(x) - 2\ln(2) = 2\ln(x)$.

f. $\ln(x+1) - \ln(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = \ln\left(\frac{x}{x} + \frac{1}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

Contrôle numérique possible : pour $x = 2$, $\ln(3) - \ln(2) \approx 0,405$ et $\ln(1,5) \approx 0,405$.

Exercice 12 — Du logarithme népérien au logarithme décimal : le niveau sonore

Le niveau sonore L , en décibels (dB), se calcule à partir de l'intensité sonore I , en watts par mètre carré, par la relation

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2.$$

a. À l'aide de la relation entre $\log$ et $\ln$, écrire L en n'utilisant que $\ln$.

b. Un appareil produit une intensité $I = 3,2 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$. Calculer le niveau sonore avec la touche $\ln$, au dixième.

c. On fait fonctionner deux appareils identiques : l'intensité double. Montrer, à l'aide d'une propriété de $\ln$, que le niveau sonore augmente de $\frac{10 \ln(2)}{\ln(10)}$ décibels, puis calculer cette augmentation.

Correction de l'exercice 12

a. $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$, donc $L = \frac{10 \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln(10)}$.

b. $\frac{I}{I_0} = \frac{3,2 \times 10^{-5}}{10^{-12}} = 3,2 \times 10^7$; $\ln(3,2 \times 10^7) \approx 17,281$; $L \approx \frac{10 \times 17,281}{2,3026} \approx 75,1 \text{ dB}$.

c. Avec $2I$: $\ln\left(\frac{2I}{I_0}\right) = \ln(2) + \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$, donc le nouveau niveau vaut $L + \frac{10 \ln(2)}{\ln(10)}$. L'augmentation est $\frac{10 \times 0,6931}{2,3026} \approx 3 \text{ dB}$.

À faire remarquer : doubler l'intensité ne double pas le niveau sonore ; il gagne 3 dB, quel que soit le niveau de départ.

Exercice 13 — La puissance d'un radiateur à eau chaude

La puissance de chauffage d'un radiateur à eau chaude dépend de l'écart ΔT , en degrés Celsius, entre la température moyenne de l'eau et celle de la pièce. La norme européenne des radiateurs (EN 442) donne la puissance P_{50} du radiateur pour $\Delta T = 50^\circ\text{C}$. Pour un autre écart, sa puissance P vaut

$$P = P_{50} \times \left(\frac{\Delta T}{50}\right)^n,$$

où n , l'exposant du radiateur, vaut environ 1,3 pour un radiateur à panneaux en acier.

a. Un radiateur a une puissance $P_{50} = 1\,500\text{ W}$. Calculer sa puissance pour $\Delta T = 30^\circ\text{C}$, avec $n = 1,3$. Arrondir au watt.

b. À l'aide des propriétés de $\ln$, montrer que $\ln(P) = \ln(P_{50}) + n \ln\left(\frac{\Delta T}{50}\right)$.

c. Pour un autre radiateur, $P_{50} = 2\,000\text{ W}$, et l'on mesure $P = 1\,496\text{ W}$ pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$. À l'aide du b., calculer son exposant n , au centième.

d. Que devient la puissance du radiateur du a. pour $\Delta T = 20^\circ\text{C}$? Commenter en une phrase.

Correction de l'exercice 13

a. $P = 1\,500 \times 0,6^{1,3} \approx 1\,500 \times 0,5148 \approx 772\text{ W}$.

b. $\ln(P) = \ln\left(P_{50} \times \left(\frac{\Delta T}{50}\right)^n\right) = \ln(P_{50}) + \ln\left(\left(\frac{\Delta T}{50}\right)^n\right) = \ln(P_{50}) + n \ln\left(\frac{\Delta T}{50}\right)$.

c. $\ln(1\,496) = \ln(2\,000) + n \ln(0,8)$, donc $n = \frac{\ln(1\,496) - \ln(2\,000)}{\ln(0,8)} = \frac{\ln(0,748)}{\ln(0,8)} \approx \frac{-0,2904}{-0,2231} \approx 1,30$.

d. $P = 1\,500 \times 0,4^{1,3} \approx 456\text{ W}$, moins du tiers de P_{50} : avec une eau peu chaude, il faut un radiateur bien plus grand pour chauffer autant.

Exercice 14 — Quatre calculs à contrôler

Pour chacun des calculs suivants, dire s'il est juste ou faux. S'il est faux, le montrer par un calcul à la calculatrice, puis écrire l'égalité correcte.

A. $\ln(2+3) = \ln(2) + \ln(3)$ B. $\frac{\ln(12)}{\ln(3)} = \ln(4)$

C. $\ln(3x) = 3 \ln(x)$ pour $x > 0$ D. $\ln(x^2) = 2 \ln(x)$ pour $x > 0$

Correction de l'exercice 14

A. **Faux.** $\ln(5) \approx 1,609$, mais $\ln(2) + \ln(3) \approx 1,792$. Correct : $\ln(2) + \ln(3) = \ln(6)$.

B. **Faux.** $\frac{\ln(12)}{\ln(3)} \approx 2,262$, mais $\ln(4) \approx 1,386$. Correct : $\ln(12) - \ln(3) = \ln(4)$.

C. **Faux.** Pour $x = 2$: $\ln(6) \approx 1,792$ et $3 \ln(2) \approx 2,079$. Correct : $\ln(3x) = \ln(3) + \ln(x)$.

D. **Juste.** C'est la propriété $\ln(a^n) = n \ln(a)$. Pour $x = 3$: $\ln(9) \approx 2,197$ et $2 \ln(3) \approx 2,197$.

Conduite : un exemple numérique suffit à montrer qu'une égalité est fautive ; il ne suffit pas à montrer qu'elle est vraie. Au D., c'est la propriété qui le prouve.

C3 – Passer de $\ln(x) = a$ à $x = e^a$ et inversement, a étant un réel et x un réel strictement positif

Exigible. Prérequis : C1, C2.

Rappel de cours

$$\ln(x) = a \iff x = e^a \qquad \ln(e^a) = a \qquad e^{\ln(x)} = x$$

$e^a > 0$ pour tout réel a : l'équation $e^x = b$ n'a de solution que si $b > 0$, et alors $x = \ln(b)$.

Méthode : **isoler** l'exponentielle (ou le logarithme), **traduire**, finir le calcul, puis **vérifier** en remplaçant.

Exercice 15 — Traduire dans l'autre écriture

Compléter le tableau : chaque ligne donne une égalité ; écrire l'égalité équivalente dans l'autre écriture, puis une valeur approchée de x au centième.

Écriture avec $\ln$	Écriture avec l'exponentielle	Valeur approchée de x
$\ln(x) = 2$		
$\ln(x) = -1,5$		
.....	$e^x = 9$	
.....	$e^x = 0,2$	
$\ln(x) = 0$		
.....	$e^x = e$	

Correction de l'exercice 15

$$\begin{array}{lll} \ln(x) = 2 & x = e^2 & x \approx 7,39 \\ \ln(x) = -1,5 & x = e^{-1,5} & x \approx 0,22 \\ x = \ln(9) & e^x = 9 & x \approx 2,20 \\ x = \ln(0,2) & e^x = 0,2 & x \approx -1,61 \\ \ln(x) = 0 & x = e^0 = 1 & x = 1 \\ x = \ln(e) & e^x = e & x = 1 \end{array}$$

À faire remarquer : $\ln(x) = -1,5$ a une solution **positive** ; en revanche $x = \ln(0,2)$ est négatif, ce qui est permis : c'est l'exponentielle qui est positive, pas l'exposant.

Exercice 16 — Simplifier sans calculatrice

Simplifier sans calculatrice.

a. $\ln(e^4)$ b. $e^{\ln(3)}$ c. $\ln(e^{-2})$ d. $e^{\ln(0,5)}$
e. $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$ f. $\ln(\sqrt{e})$ g. $e^{2\ln(3)}$ h. $e^{\ln(5)+\ln(2)}$

Correction de l'exercice 16

a. 4 b. 3 c. -2 d. 0,5
e. $\ln(e^{-1}) = -1$ f. $\sqrt{e} = e^{0,5}$, donc $\ln(\sqrt{e}) = 0,5$
g. $2\ln(3) = \ln(9)$, donc $e^{2\ln(3)} = e^{\ln(9)} = 9$ h. $\ln(5) + \ln(2) = \ln(10)$, donc $e^{\ln(10)} = 10$
Erreur fréquente : au g., répondre 6 ou 2×3 ; il faut d'abord réunir $2\ln(3)$ en un seul logarithme.

Exercice 17 — Isoler, puis traduire

Résoudre chaque équation. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au centième.

a. $2e^x = 18$ b. $e^x - 5 = 0$ c. $3\ln(x) = 6$ d. $\ln(x) + 4 = 3$
e. $10e^x = 2$ f. $e^x + 7 = 2$ g. $e^{3x} = 12$ h. $5 - 2\ln(x) = 1$

Correction de l'exercice 17

- a. $e^x = 9$, $x = \ln(9) \approx 2,20$. b. $e^x = 5$, $x = \ln(5) \approx 1,61$.
 c. $\ln(x) = 2$, $x = e^2 \approx 7,39$. d. $\ln(x) = -1$, $x = e^{-1} \approx 0,37$.
 e. $e^x = 0,2$, $x = \ln(0,2) \approx -1,61$. f. $e^x = -5$: **aucune solution**, car $e^x > 0$.
 g. $3x = \ln(12)$, $x = \frac{\ln(12)}{3} \approx 0,83$. h. $-2\ln(x) = -4$, $\ln(x) = 2$, $x = e^2 \approx 7,39$.

Contrôle : remplacer chaque solution dans l'équation de départ ; par exemple $10e^{-1,61} \approx 2,0$.

Exercice 18 — La charge d'un condensateur

Un condensateur se charge à travers une résistance, sous une tension de 12 V. La tension à ses bornes, en volts, est modélisée par

$$u(t) = 12 \left(1 - e^{-0,5t} \right), \quad t \text{ en secondes.}$$

- a. Calculer $u(0)$ puis $u(2)$, au centième.
 b. Résoudre l'équation $u(t) = 9$. Donner la valeur exacte, puis arrondie au centième.
 c. L'équation $u(t) = 12$ a-t-elle une solution ? Interpréter.
 d. Vérifier qu'au bout de 10 s la tension dépasse 99 % de 12 V.

Correction de l'exercice 18

- a. $u(0) = 12(1 - e^0) = 12(1 - 1) = 0$ V ; $u(2) = 12(1 - e^{-1}) \approx 7,59$ V.
 b. $12(1 - e^{-0,5t}) = 9$, $1 - e^{-0,5t} = 0,75$, $e^{-0,5t} = 0,25$, $-0,5t = \ln(0,25)$, $t = -2\ln(0,25) = 2\ln(4) \approx 2,77$ s.
 c. $u(t) = 12$ équivaut à $e^{-0,5t} = 0$, impossible car une exponentielle est strictement positive. La tension se rapproche de 12 V sans jamais l'atteindre.
 d. $u(10) = 12(1 - e^{-5}) \approx 11,92$ V, et $0,99 \times 12 = 11,88$ V : la tension dépasse bien 99 % de 12 V.

Exercice 19 — La résistance du béton selon son âge

Le béton durcit pendant plusieurs semaines. Les règles européennes de calcul des structures en béton (Eurocode 2) estiment sa résistance moyenne à la compression à l'âge de t jours par

$$f(t) = \beta(t) \times f_{28} \quad \text{avec} \quad \beta(t) = e^{s(1 - \sqrt{28/t})}.$$

f_{28} est la résistance moyenne à 28 jours ; s dépend du ciment : $s = 0,25$ pour un ciment de classe N (par exemple CEM 42,5 N), $s = 0,20$ pour un ciment à durcissement rapide, de classe R. On étudie un béton de résistance moyenne $f_{28} = 33$ MPa, fabriqué avec un ciment de classe N.

- a. Calculer $\beta(28)$. Interpréter.
 b. Calculer $\beta(7)$ au centième, puis la résistance moyenne du béton à 7 jours.
 c. On cherche l'âge t auquel le béton atteint 90 % de sa résistance à 28 jours.
 c1. Montrer que l'équation $\beta(t) = 0,9$ équivaut à $0,25 \left(1 - \sqrt{28/t} \right) = \ln(0,9)$.
 c2. En déduire $\sqrt{28/t}$ au dix-millième, puis t au jour près.
 d. Avec un ciment de classe R, que vaudrait $\beta(7)$? Comparer au b.

Correction de l'exercice 19

- a. $\beta(28) = e^{0,25(1-1)} = e^0 = 1$: à 28 jours, le béton a exactement sa résistance de référence f_{28} .
 b. $\beta(7) = e^{0,25(1-\sqrt{4})} = e^{-0,25} \approx 0,78$; $f(7) \approx 0,78 \times 33 \approx 25,7$ MPa.
 c1. $e^{0,25(1-\sqrt{28/t})} = 0,9$ équivaut à $0,25 \left(1 - \sqrt{28/t} \right) = \ln(0,9)$, puisque $e^A = b$ équivaut à $A = \ln(b)$.
 c2. $1 - \sqrt{28/t} = \frac{\ln(0,9)}{0,25} \approx -0,4214$, donc $\sqrt{28/t} \approx 1,4214$; $\frac{28}{t} \approx 2,0205$ et $t \approx 13,9$: environ **14 jours**.
 d. $e^{0,20(1-2)} = e^{-0,2} \approx 0,82$: 82 % de la résistance à 28 jours au lieu de 78 % ; ce ciment durcit plus vite.

Exercice 20 — Dater une poutre de charpente

Tant qu'un arbre vit, la proportion de carbone 14 dans son bois reste constante. Après l'abattage, elle diminue selon

$$P(t) = P_0 e^{-\lambda t}, \quad t \text{ en années}, \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{5\,730} \approx 1,21 \times 10^{-4} \text{ par an},$$

où P_0 est la proportion dans un bois vivant. La durée de 5 730 ans est la **période** du carbone 14.

a. Montrer que $P(5\,730) = \frac{P_0}{2}$.

b. Le bois d'une poutre de charpente ancienne ne contient plus que 93 % du carbone 14 d'un bois vivant. Calculer l'âge de ce bois, à la dizaine d'années près.

c. Quel pourcentage du carbone 14 de départ reste-t-il dans un bois abattu il y a 2 000 ans ?

Correction de l'exercice 20

a. $P(5\,730) = P_0 e^{-\frac{\ln(2)}{5\,730} \times 5\,730} = P_0 e^{-\ln(2)} = \frac{P_0}{e^{\ln(2)}} = \frac{P_0}{2}$.

b. $e^{-\lambda t} = 0,93$, $-\lambda t = \ln(0,93)$, $t = \frac{-\ln(0,93) \times 5\,730}{\ln(2)} \approx \frac{0,07257 \times 5\,730}{0,6931} \approx 600$ ans.

c. $e^{-2\,000\lambda} \approx e^{-0,242} \approx 0,785$: il reste environ 78,5 % du carbone 14.

Conduite : garder λ sous la forme $\frac{\ln(2)}{5\,730}$ jusqu'au bout évite une erreur d'arrondi sur un produit de l'ordre de 10^{-4} .

Exercice 21 — Quatre résolutions à contrôler

Pour chacune des résolutions suivantes, dire si elle est juste. Si elle est fausse, expliquer l'erreur et corriger.

A. « $4e^x = 20$, donc $x = \frac{\ln(20)}{4} \approx 0,75$. »

B. « $\ln(x) = -2$ n'a pas de solution, car -2 est négatif. »

C. « $e^x = -1$, donc $x = \ln(-1)$. »

D. « $e^{2x} = 16$, donc $2x = \ln(16)$ et $x = \frac{\ln(16)}{2} \approx 1,39$. »

Correction de l'exercice 21

A. **Faux.** Il faut isoler l'exponentielle avant de traduire : $e^x = 5$, donc $x = \ln(5) \approx 1,61$. Contrôle : $4e^{0,75} \approx 8,5 \neq 20$, alors que $4e^{1,61} \approx 20$.

B. **Faux.** C'est x qui doit être positif, pas a : $x = e^{-2} \approx 0,14$.

C. **Faux.** $\ln(-1)$ n'existe pas. Une exponentielle est toujours strictement positive : l'équation n'a **aucune solution**.

D. **Juste.** $x = \frac{\ln(16)}{2} = \ln(4) \approx 1,39$; contrôle : $e^{2 \times 1,386} \approx 16$.

C4 – Utiliser les propriétés opératoires de la fonction exponentielle pour transformer des écritures numériques ou littérales

Exigible. Prérequis : C3, puissances.

Rappel de cours

Pour a et b réels et n entier :

$$e^{a+b} = e^a \times e^b \quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b} \quad e^{-a} = \frac{1}{e^a} \quad (e^a)^n = e^{na}$$

L'exponentielle est la fonction $x \mapsto q^x$ de base $q = e$. Inversement, $q^x = e^{x \ln(q)}$.

Mais $e^a + e^b$ ne se simplifie pas, et $e^2 \neq 2e$.

Exercice 22 — Une règle à la fois

Écrire chaque nombre sous la forme e^k , en complétant.

- a. $e^2 \times e^5 = e^{2+} \dots = e^{\dots}$ b. $e^{-3} \times e^4 = e^{\dots}$ c. $\frac{e^6}{e^2} = e^{6-} \dots = e^{\dots}$
d. $\frac{e}{e^4} = e^{\dots}$ e. $(e^3)^2 = e^{3 \times} \dots = e^{\dots}$ f. $\frac{1}{e^{-5}} = e^{\dots}$ g. $(e^{-1})^3 \times e^4 = e^{\dots}$

Correction de l'exercice 22

- a. e^7 b. $e^1 = e$ c. e^4 d. $e^{1-4} = e^{-3}$ e. e^6 f. e^5 g. $e^{-3} \times e^4 = e^1 = e$

Erreur fréquente : au e., écrire e^5 en additionnant les exposants ; pour une puissance de puissance, on les multiplie.

Exercice 23 — Des écritures littérales

Dans tout l'exercice, x est un nombre réel. Simplifier :

- a. $e^x \times e^2$ b. $\frac{e^{5x}}{e^{2x}}$ c. $(e^x)^3 \times e^{-x}$ d. $e^{x+1} \times e^{1-x}$ e. $\frac{e^{2x} + e^x}{e^x}$
f. Montrer que $e^{-x}(e^x + e^{2x}) = 1 + e^x$.

Correction de l'exercice 23

- a. e^{x+2} b. $e^{5x-2x} = e^{3x}$ c. $e^{3x} \times e^{-x} = e^{2x}$ d. $e^{x+1+1-x} = e^2$
e. $\frac{e^{2x}}{e^x} + \frac{e^x}{e^x} = e^x + 1$.
f. $e^{-x} \times e^x + e^{-x} \times e^{2x} = e^0 + e^x = 1 + e^x$.

Erreur fréquente : au e., simplifier « en barrant » e^x en haut et en bas pour obtenir e^{2x} : on divise **chaque** terme de la somme.

Exercice 24 — La population d'une ville

Une ville compte 20 000 habitants et sa population augmente de 1,5 % par an. On modélise sa population au bout de n années par $P(n) = 20\,000 \times 1,015^n$.

- a. Écrire $1,015^n$ sous la forme e^{kn} : donner k exactement, puis arrondi au dix-millième.
b. Calculer $P(10)$ de deux façons : avec $1,015^n$, puis avec e^{kn} (en gardant k exact, avec la touche ln). Comparer.
c. La population d'une autre ville est modélisée par $Q(t) = 15\,000 e^{0,02t}$, t en années. Écrire $e^{0,02t}$ sous la forme q^t , avec q arrondi au dix-millième. De quel pourcentage cette population augmente-t-elle chaque année ?

Correction de l'exercice 24

- a. $1,015 = e^{\ln(1,015)}$, donc $1,015^n = e^{n \ln(1,015)}$: $k = \ln(1,015) \approx 0,0149$.
b. $20\,000 \times 1,015^{10} \approx 23\,211$ et $20\,000 \times e^{10 \ln(1,015)} \approx 23\,211$: les deux calculs donnent le même nombre, puisque ce sont deux écritures du même nombre.
c. $e^{0,02t} = (e^{0,02})^t \approx 1,0202^t$: la population augmente d'environ 2,02 % par an — un peu plus que 2 %.
Conduite : au b., arrondir k à 0,0149 donne 23 213 : faire constater l'effet d'un arrondi placé dans un exposant.

Exercice 25 — *La concentration d'un médicament dans le sang*

Après une prise, la concentration d'un médicament dans le sang, en milligrammes par litre, diminue selon

$$C(t) = 16 e^{-0,28t}, \quad t \text{ en heures.}$$

- Calculer $C(0)$ et $C(5)$, au dixième.
- Montrer que $C(t + 2,5) = C(t) \times e^{-0,7}$, puis donner $e^{-0,7}$ au centième. Interpréter.
- Écrire $C(t)$ sous la forme $16 \times q^t$, avec q arrondi au millièm. De quel pourcentage la concentration baisse-t-elle chaque heure ?

Correction de l'exercice 25

- $C(0) = 16 \text{ mg/L}$; $C(5) = 16 e^{-1,4} \approx 3,9 \text{ mg/L}$.
- $C(t + 2,5) = 16 e^{-0,28t-0,7} = 16 e^{-0,28t} \times e^{-0,7} = C(t) \times e^{-0,7}$, et $e^{-0,7} \approx 0,50$. Toutes les deux heures et demie, la concentration est divisée par deux environ : c'est la **demi-vie** du médicament. Contrôle : $C(5) \approx \frac{16}{4} = 4$.
- $e^{-0,28t} = (e^{-0,28})^t \approx 0,756^t$, donc $C(t) \approx 16 \times 0,756^t$: la concentration baisse d'environ 24,4 % par heure.

Exercice 26 — *Cinq égalités à contrôler*

Pour chacune des égalités suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Si elle est fausse, le montrer à la calculatrice, puis corriger.

- A.** $e^{2+3} = e^2 + e^3$ **B.** $(e^2)^3 = e^5$ **C.** $e^{-2} = -e^2$
D. $2e^x = e^{2x}$ pour tout réel x **E.** $e^x \times e^x = e^{2x}$ pour tout réel x

Correction de l'exercice 26

- A. Faux.** $e^5 \approx 148,4$, mais $e^2 + e^3 \approx 27,5$. Correct : $e^{2+3} = e^2 \times e^3$.
B. Faux. $(e^2)^3 = e^6 \approx 403,4$, alors que $e^5 \approx 148,4$.
C. Faux. $e^{-2} \approx 0,135 > 0$, alors que $-e^2 \approx -7,39$. Correct : $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$.
D. Faux. Pour $x = 1$: $2e \approx 5,44$ et $e^2 \approx 7,39$.
E. Vrai. $e^x \times e^x = e^{x+x} = e^{2x}$.

C5 – Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$

Exigible. Prérequis : C3, fonctions $x \mapsto q^x$ du chapitre 5.

Rappel de cours

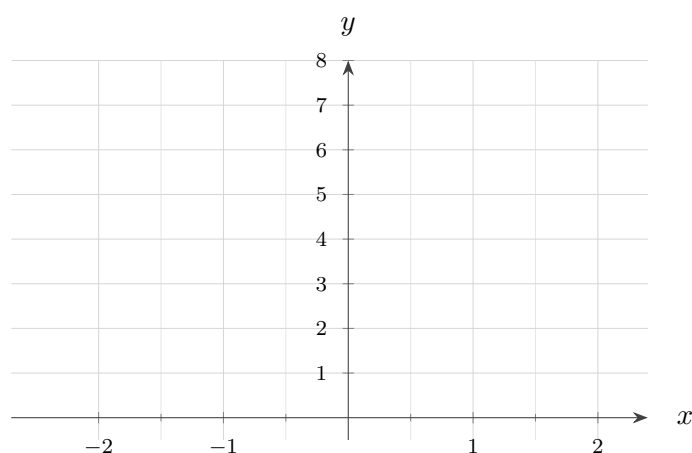
$e^x > 0$ pour tout réel x ; $e^0 = 1$; la fonction $x \mapsto e^x$ est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$.
 Sa courbe est la symétrique de celle de $\ln$ par rapport à la droite $y = x$: le point $(a ; b)$ devient $(b ; a)$.
 $t \mapsto e^{-kt}$ avec $k > 0$ est **décroissante**, car $e^{-kt} = (e^{-k})^t$ et $0 < e^{-k} < 1$.

Exercice 27 — *Tableau de valeurs et courbe*

a. Compléter le tableau, avec des valeurs arrondies au centième.

x	-2,5	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
e^x									

b. Tracer la courbe de la fonction exponentielle sur $[-2,5 ; 2]$ dans le repère ci-dessous.



Repère pour le tracé : x de $-2,5$ à 2 , graduations tous les $0,5$; y de 0 à 8 , une graduation par unité.

c. Lire graphiquement une valeur approchée de la solution de $e^x = 3$, puis la contrôler par le calcul.

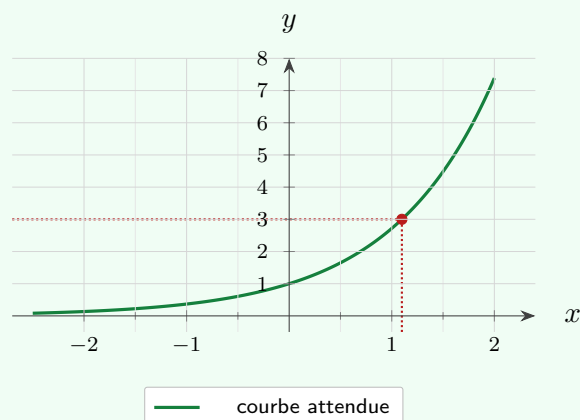
d. Donner le sens de variation et le signe de e^x sur $[-2,5 ; 2]$.

Correction de l'exercice 27

a.

x	-2,5	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
e^x	0,08	0,14	0,37	0,61	1	1,65	2,72	4,48	7,39

b. et c.

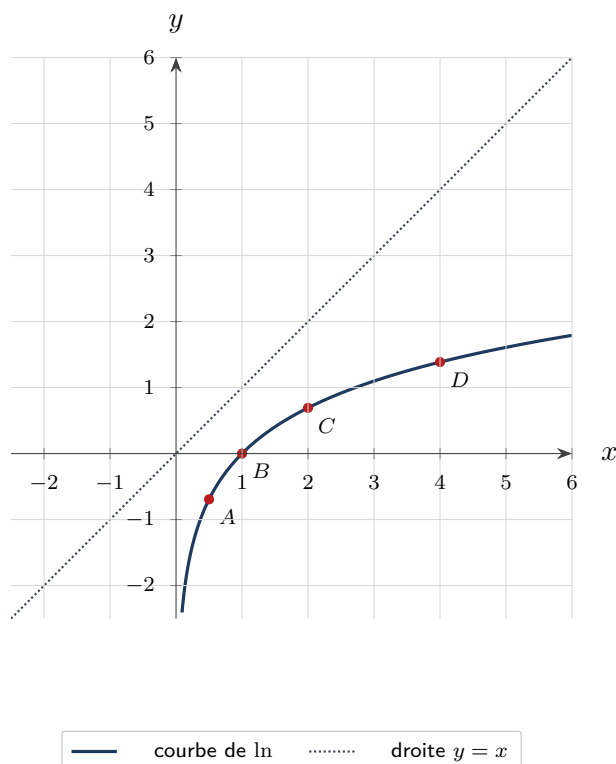


c. Lecture : $x \approx 1,1$. Calcul : $x = \ln(3) \approx 1,10$.

d. e^x est strictement positive et la fonction est strictement croissante sur $[-2,5 ; 2]$: la courbe monte, toujours au-dessus de l'axe des abscisses.

Exercice 28 — La courbe de l'exponentielle par symétrie

La figure ci-dessous est tracée dans un repère orthonormé. On y voit la courbe de la fonction $\ln$, la droite d'équation $y = x$ et quatre points de la courbe : $A(0,5 ; -0,69)$, $B(1 ; 0)$, $C(2 ; 0,69)$ et $D(4 ; 1,39)$.

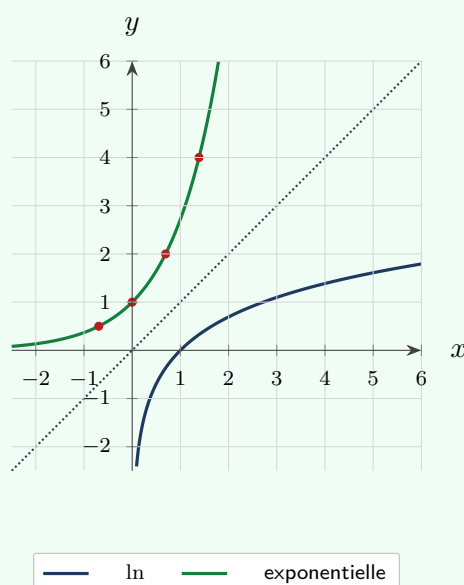


Repère orthonormé : même unité sur les deux axes. En bleu, la courbe de $\ln$; en pointillés, la droite $y = x$; en rouge, les points A , B , C et D .

- Donner les coordonnées des points A' , B' , C' et D' , symétriques de A , B , C et D par rapport à la droite $y = x$.
- Vérifier à la calculatrice que ces quatre points sont, aux arrondis près, sur la courbe de la fonction $x \mapsto e^x$.
- Placer A' , B' , C' et D' sur la figure, puis tracer la courbe de la fonction exponentielle.
- Expliquer pourquoi la courbe de l'exponentielle ne coupe jamais l'axe des abscisses.

Correction de l'exercice 28

- a. On échange les coordonnées : $A'(-0,69; 0,5)$, $B'(0; 1)$, $C'(0,69; 2)$, $D'(1,39; 4)$.
 b. $e^{-0,69} \approx 0,50$; $e^0 = 1$; $e^{0,69} \approx 1,99$; $e^{1,39} \approx 4,01$: les points sont bien sur la courbe, les écarts viennent des arrondis.
 c.



- d. La courbe de $\ln$ ne touche jamais l'axe des ordonnées, puisque $\ln$ n'est définie que pour $x > 0$; son symétrique, l'axe des abscisses, n'est donc jamais touché par la courbe de l'exponentielle. Par le calcul : $e^x > 0$ pour tout réel x .

Exercice 29 — Une population de bactéries

En laboratoire, le nombre de bactéries d'une culture est modélisé par

$$N(t) = 800 e^{0,025t}, \quad t \text{ en minutes.}$$

- a. Justifier que la fonction N est croissante sur $[0; +\infty[$.
 b. Calculer $N(28)$ à l'unité. Que remarque-t-on ?
 c. Résoudre $N(t) = 20\,000$. En déduire à partir de quel instant la culture compte plus de 20 000 bactéries.
 d. Le nombre $N(t)$ peut-il devenir nul ? Justifier.

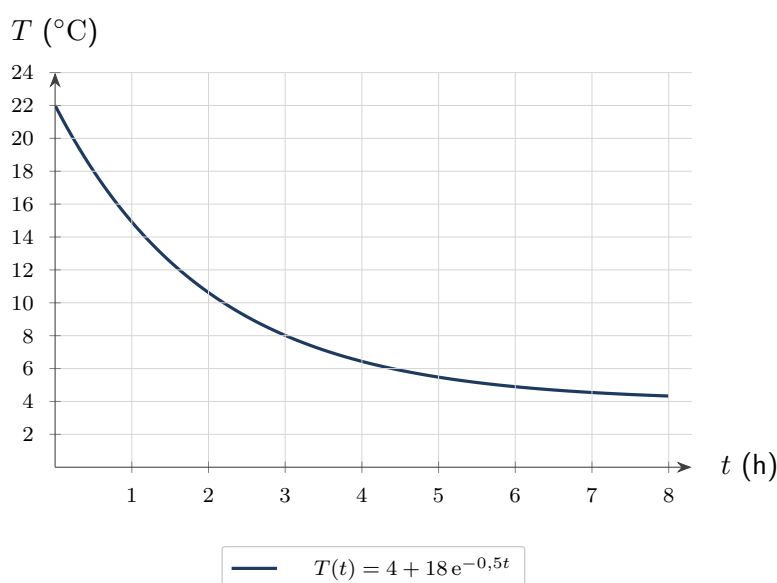
Correction de l'exercice 29

- a. $e^{0,025t} = (e^{0,025})^t \approx 1,0253^t$, fonction $t \mapsto q^t$ de base supérieure à 1 : elle est croissante, et N aussi puisque $800 > 0$. (On accepte : quand t augmente, $0,025t$ augmente, donc $e^{0,025t}$ augmente.)
 b. $N(28) = 800 e^{0,7} \approx 1\,611$: environ le double de 800. La population double en 28 min environ.
 c. $800 e^{0,025t} = 20\,000$, $e^{0,025t} = 25$, $t = \frac{\ln(25)}{0,025} \approx 128,8$. N étant croissante, la culture dépasse 20 000 bactéries après 129 min environ, soit 2 h 9 min.
 d. Non : $800 > 0$ et $e^{0,025t} > 0$, donc $N(t) > 0$ pour tout t .

Exercice 30 — Une bouteille au réfrigérateur

Une bouteille d'eau à 22 °C est placée dans un réfrigérateur à 4 °C. Sa température, en degrés Celsius, est modélisée par

$$T(t) = 4 + 18e^{-0,5t}, \quad t \text{ en heures.}$$



Température de l'eau, en degrés Celsius, en fonction du temps passé au réfrigérateur, en heures, de 0 à 8 h.

- Calculer $T(0)$.
- Justifier que la fonction T est décroissante.
- Calculer $T(1)$ et $T(3)$ au dixième, puis lire $T(2)$ sur le graphique.
- Selon ce modèle, l'eau peut-elle descendre sous 4 °C ? Justifier.
- Au bout de combien de temps l'eau est-elle à 9 °C ? Donner la réponse en heures et minutes.

Correction de l'exercice 30

- $T(0) = 4 + 18 = 22$ °C.
- $e^{-0,5t} = (e^{-0,5})^t \approx 0,607^t$, base inférieure à 1 : cette fonction décroît, et T aussi puisque $18 > 0$.
- $T(1) = 4 + 18e^{-0,5} \approx 14,9$ °C ; $T(3) = 4 + 18e^{-1,5} \approx 8,0$ °C ; lecture : $T(2) \approx 10,5$ °C (valeur calculée : 10,6).
- Non : $18e^{-0,5t} > 0$, donc $T(t) > 4$. L'eau se rapproche de la température du réfrigérateur sans l'atteindre.
- $4 + 18e^{-0,5t} = 9$, $e^{-0,5t} = \frac{5}{18}$, $t = -2\ln\left(\frac{5}{18}\right) = 2\ln(3,6) \approx 2,56$ h, soit environ 2 h 34 min.

Exercice 31 — Quatre affirmations à contrôler

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

- « Pour $x = -3$, e^x est négatif, puisque -3 est négatif. »
- « La courbe de la fonction $x \mapsto e^x$ passe par le point (1 ; 0). »
- « La fonction $x \mapsto e^{-x}$ est croissante, comme toute exponentielle. »
- « $e^{0,5} < e^{0,4}$, puisque $0,5 > 0,4$. »

Correction de l'exercice 31

- A. Faux.** $e^{-3} \approx 0,05 > 0$: une exponentielle est toujours strictement positive, même d'un nombre négatif.
- B. Faux.** $e^1 = e \approx 2,72$. La courbe passe par $(0 ; 1)$, puisque $e^0 = 1$; c'est la courbe de $\ln$ qui passe par $(1 ; 0)$.
- C. Faux.** $e^{-x} = (e^{-1})^x \approx 0,37^x$, base inférieure à 1 : elle est **décroissante**. Exemple : $e^{-1} \approx 0,37 > e^{-2} \approx 0,14$.
- D. Faux.** L'exponentielle est croissante : $0,5 > 0,4$ donne $e^{0,5} > e^{0,4}$ ($1,65 > 1,49$).