

Version élève

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 8****Calcul intégral**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Nom : Classe :

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les quatre capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Dans chaque capacité, les premiers exercices sont guidés, les suivants demandent plus d'autonomie, et le dernier fait contrôler un résultat ou repérer une erreur. Écrire le calcul, puis une phrase de réponse avec son unité quand la grandeur en a une. La calculatrice est autorisée ; elle sert aussi à contrôler. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Déterminer les primitives des fonctions usuelles par lecture inverse d'un tableau des dérivées	1 à 5	2
C2 – Déterminer, avec ou sans outils numériques, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel	6 à 11	4
C3 – Calculer l'intégrale, sur un intervalle $[a ; b]$, d'une fonction f admettant une primitive F , avec ou sans outils numériques	12 à 18	7
C4 – Interpréter l'intégrale d'une fonction définie et positive sur un intervalle $[a ; b]$ comme une aire	19 à 25	10
Aller plus loin – La valeur moyenne d'une fonction (hors des capacités du complément)	26	16

Ce chapitre relève du programme complémentaire de préparation à une poursuite d'études. On n'y cherche de primitive que pour des sommes et des multiples de constantes, de x , de x^2 et de $\frac{1}{x^2}$; on n'y interprète comme une aire que l'intégrale d'une fonction positive.

C1 – Déterminer les primitives des fonctions usuelles par lecture inverse d'un tableau des dérivées

Exigible dans le complément. Prérequis : dérivées de k , x , x^2 , x^3 et $\frac{1}{x}$.

Rappel de cours

Une **primitive** de f sur un intervalle est une fonction F telle que $F'(x) = f(x)$. On la trouve en lisant le tableau des dérivées **à l'envers** :

$f(x)$	k	x	x^2	$\frac{1}{x^2}$ (pour $x > 0$)
une primitive $F(x)$	kx	$\frac{x^2}{2}$	$\frac{x^3}{3}$	$-\frac{1}{x}$

Si F est une primitive de f , alors $F + k$ en est une autre, pour toute constante k . Pour vérifier, on **dérive** F et l'on compare à f .

Exercice 1 — Lire le tableau des dérivées à l'envers

Compléter chaque phrase à l'aide de la dérivée donnée.

- $(x^2)' = 2x$, donc une primitive de $2x$ est
- $(x^3)' = 3x^2$, donc une primitive de $3x^2$ est
- $(x)' = 1$, donc une primitive de 1 est
- $(5x)' = 5$, donc une primitive de 5 est
- $(7)' = 0$, donc 7 est une primitive de la fonction
- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, donc une primitive de $-\frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ est

Exercice 2 — Est-ce une primitive ?

Dans chaque cas, calculer $F'(x)$, puis dire si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

- $F(x) = x^3 + 4$ et $f(x) = 3x^2$
- $F(x) = x^2 - 9$ et $f(x) = 2x$
- $F(x) = 2x$ et $f(x) = x^2$
- $F(x) = \frac{x^3}{3} + 1$ et $f(x) = x^2$
- $F(x) = 5x - 2$ et $f(x) = 5$

Exercice 3 — Six fonctions usuelles

Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes.

- a.** $f(x) = 6$ **b.** $g(x) = x$ **c.** $h(x) = x^2$ **d.** $k(x) = -2$ **e.** $m(x) = \frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ **f.** $p(x) = 0$

Exercice 4 — Une infinité de primitives

On donne $f(x) = 2x$.

- a.** Montrer que $F_1(x) = x^2$, $F_2(x) = x^2 + 5$ et $F_3(x) = x^2 - 1,5$ sont trois primitives de f sur $\mathbb{R}$.
b. Calculer $F_1(0)$, $F_2(0)$ et $F_3(0)$.
c. Donner la primitive G de f telle que $G(0) = 10$.

Exercice 5 — Samir s'est trompé

Samir écrit : « Une primitive de x^2 est $2x$, et une primitive de 3 est 0. »

- a.** Dériver $2x$, puis 0. Qu'a fait Samir ?
b. Corriger ses deux réponses et les vérifier en dérivant.

C2 – Déterminer, avec ou sans outils numériques, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel

Exigible dans le complément. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Somme : une primitive de $f + g$ est $F + G$. **Produit par un réel** : une primitive de $k \times f$ est $k \times F$.

On travaille **terme par terme** en gardant les coefficients : par exemple, $6x$ donne $6 \times \frac{x^2}{2} = 3x^2$, et 5 donne $5x$.

Un logiciel de calcul formel (GeoGebra : Intégrale(f)) donne une primitive, parfois suivie d'une constante c_1 . On vérifie toujours en dérivant.

Exercice 6 — Un coefficient devant la fonction

Compléter.

- a. Une primitive de x est $\frac{x^2}{2}$, donc une primitive de $5x$ est $5 \times \frac{x^2}{2} = \dots\dots\dots$
- b. Une primitive de x^2 est $\frac{x^3}{3}$, donc une primitive de $6x^2$ est $\dots\dots\dots$
- c. Une primitive de $-4x$ est $\dots\dots\dots$
- d. Une primitive de $\frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ est $-\frac{1}{x}$, donc une primitive de $\frac{3}{x^2}$ est $\dots\dots\dots$

Exercice 7 — Une somme, terme par terme

Pour chaque fonction, écrire une primitive de chaque terme, puis une primitive de la fonction.

- a. $f(x) = 2x + 7$ b. $g(x) = x^2 + x$ c. $h(x) = 3x^2 - 1$

Exercice 8 — Cinq primitives de polynômes

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes.

- a.** $f(x) = 6x^2 + 2x - 5$ **b.** $g(x) = -x^2 + 4x$ **c.** $h(x) = 0,3x^2 + 0,4x$
d. $k(x) = 9 - 2x$ **e.** $m(x) = \frac{x^2}{2} - 3$

Exercice 9 — Ce qu'affiche un logiciel

Dans la fenêtre de calcul formel de GeoGebra, la saisie Intégrale($12x^2 - 6x + 2$) affiche le résultat $4x^3 - 3x^2 + 2x + c_1$.

- a.** Vérifier par dérivation que $4x^3 - 3x^2 + 2x$ est une primitive de $12x^2 - 6x + 2$.
b. Que représente c_1 ?
c. Léa trouve $4x^3 - 3x^2 + 2x - 8$. A-t-elle faux ? Justifier.

Exercice 10 — La trottinette électrique

Une trottinette électrique démarre. Sa vitesse, en mètres par seconde, est modélisée par $v(t) = 0,3t + 1$, pour t compris entre 0 et 15 secondes. La distance $d(t)$ parcourue depuis le départ, en mètres, est la primitive de v qui vaut 0 pour $t = 0$.

- a.** Donner une primitive de v , puis écrire les primitives de la forme $F(t) + k$.
b. Déterminer k pour que la primitive vaille 0 en $t = 0$. En déduire $d(t)$.
c. Calculer la vitesse atteinte et la distance parcourue au bout de 15 s.

Exercice 11 — *Inès a recopié deux termes*

Pour $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$, Inès propose $F(x) = x^3 + 4x + 2$.

- a.** Calculer $F'(x)$. F est-elle une primitive de f ?
b. Repérer les deux termes mal traités, puis donner une primitive correcte.

C3 – Calculer l'intégrale, sur un intervalle $[a; b]$, d'une fonction f admettant une primitive F , avec ou sans outils numériques

Exigible dans le complément. Prérequis : C1, C2, calcul d'une image.

Rappel de cours

$$\int_a^b f(x) \, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

1. Chercher une primitive F .
2. Calculer $F(b)$ puis $F(a)$, avec des parenthèses si un nombre est négatif.
3. Faire la différence $F(b) - F(a)$, dans cet ordre.

La constante k d'une primitive disparaît dans la différence : on prend la primitive la plus simple. La calculatrice (fonction $\int$) ou GeoGebra (Intégrale(f, a, b)) permet de contrôler le résultat.

Exercice 12 — Pas à pas

- a. Calculer $\int_2^5 2x \, dx$ en complétant.

Une primitive de $2x$ est $F(x) = \dots\dots\dots$

$F(5) = \dots\dots\dots$ $F(2) = \dots\dots\dots$

$\int_2^5 2x \, dx = F(5) - F(2) = \dots\dots\dots$

- b. Même travail pour $\int_0^3 3x^2 \, dx$.

Exercice 13 — Quatre intégrales

Calculer les intégrales suivantes.

- a. $\int_1^6 3 \, dx$ b. $\int_0^4 x \, dx$ c. $\int_0^3 x^2 \, dx$ d. $\int_2^4 (3x - 1) \, dx$

Exercice 14 — Avec des polynômes

Calculer les intégrales suivantes. Donner la valeur exacte, puis une valeur arrondie au centième si elle n'est pas entière.

a. $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 4) \, dx$ **b.** $\int_1^3 (x^2 - 1) \, dx$ **c.** $\int_{-1}^1 (x^2 + 2) \, dx$

Exercice 15 — Le choix de la primitive

On veut calculer $\int_2^4 x^2 \, dx$.

- a.** Faire le calcul avec la primitive $F(x) = \frac{x^3}{3}$.
b. Refaire le calcul avec la primitive $G(x) = \frac{x^3}{3} + 10$.
c. Que constate-t-on ? Expliquer.

Exercice 16 — *Ce qu'affiche la calculatrice*

La calculatrice affiche $\int_1^4 (0,5x^2 + 1) dx = 13,5$.

a. Retrouver ce résultat par le calcul.

b. Un camarade a saisi les bornes dans l'autre ordre, de 4 à 1, et obtient $-13,5$. Expliquer ce résultat à l'aide de la définition de l'intégrale.

Exercice 17 — *Avec la fonction $x \mapsto 1/x^2$*

Calculer les intégrales suivantes.

a. $\int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ **b.** $\int_1^2 \frac{3}{x^2} dx$

Exercice 18 — *Deux erreurs à repérer*

On veut calculer $I = \int_{-2}^1 (3x^2 + 2x) dx$, avec la primitive $F(x) = x^3 + x^2$.

Nora écrit : « $F(-2) = 8 + 4 = 12$, donc $I = F(1) - F(-2) = 2 - 12 = -10$. »

Hugo écrit : « $I = f(1) - f(-2) = 5 - 8 = -3$. »

a. Quelle erreur chacun a-t-il commise ?

b. Calculer I correctement.

C4 – Interpréter l'intégrale d'une fonction définie et positive sur un intervalle $[a; b]$ comme une aire

Exigible dans le complément. Prérequis : C3, aires du rectangle, du triangle et du trapèze.

Rappel de cours

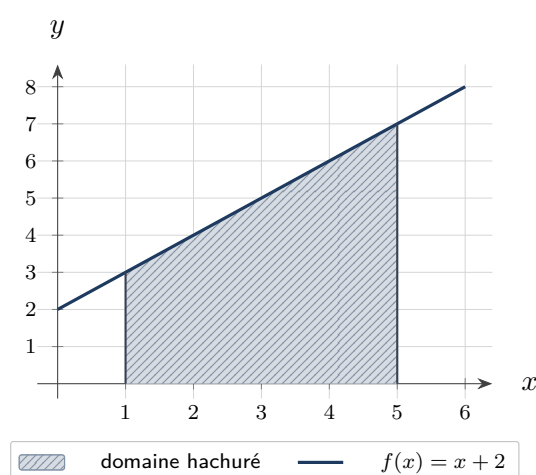
Si f est **positive** sur $[a; b]$, $\int_a^b f(x) dx$ est l'**aire**, en unités d'aire (u.a.), du domaine limité par la courbe, l'axe des abscisses et les verticales $x = a$ et $x = b$. On vérifie donc d'abord le signe de f .

En situation, l'unité de l'aire est le produit des unités des deux axes : m/s $\times$ s donne des m, kW $\times$ h donne des kWh, dm $\times$ dm donne des dm².

Des rectangles de même largeur donnent une valeur approchée de l'aire ; un tableur ou un programme en utilise beaucoup pour s'approcher de l'intégrale.

Exercice 19 — Un trapèze, deux méthodes

On donne $f(x) = x + 2$.

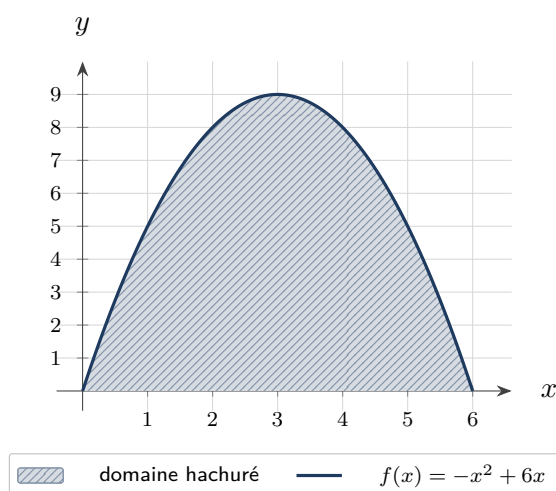


Repère d'unité 1 sur chaque axe. En trait plein, la droite d'équation $y = x + 2$; en hachuré, le domaine limité par cette droite, l'axe des abscisses et les verticales $x = 1$ et $x = 5$.

- Justifier que f est positive sur $[1; 5]$.
- Calculer $f(1)$ et $f(5)$, puis l'aire du trapèze hachuré avec la formule $\frac{(B + b) \times h}{2}$.
- Calculer $\int_1^5 (x + 2) dx$ et comparer.

Exercice 20 — *Sous un arc de parabole*

On donne $f(x) = -x^2 + 6x$.

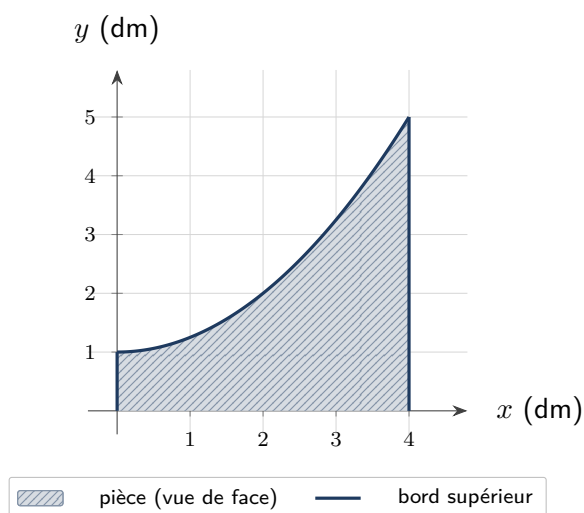


Repère d'unité 1 sur chaque axe. En hachuré, le domaine limité par la courbe de f et l'axe des abscisses, entre $x = 0$ et $x = 6$; la courbe monte jusqu'à 9 en $x = 3$.

- Vérifier que $f(x) = x(6 - x)$, puis en déduire que f est positive sur $[0 ; 6]$.
- Calculer l'aire du domaine hachuré.
- Le rectangle de base $[0 ; 6]$ et de hauteur $f(3)$ a pour aire 54 u.a. Quelle fraction de ce rectangle le domaine occupe-t-il ?

Exercice 21 — Une pièce de contreplaqué

Une pièce est découpée dans un panneau de contreplaqué. Vue de face, elle est limitée par l'axe des abscisses, les verticales $x = 0$ et $x = 4$ et la courbe de $f(x) = 0,25x^2 + 1$, les longueurs étant en décimètres.

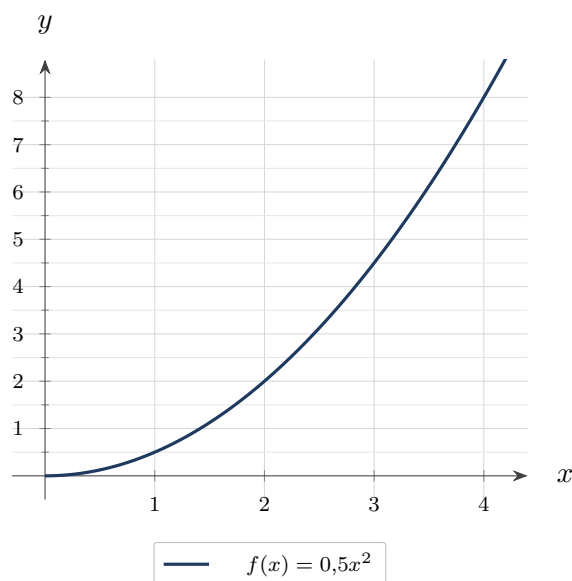


Vue de face de la pièce, dans un repère gradué en décimètres. Bord inférieur sur l'axe des abscisses, bords verticaux en $x = 0$ et $x = 4$; le bord supérieur suit la courbe d'équation $y = 0,25x^2 + 1$.

- Calculer la hauteur de la pièce à gauche ($x = 0$) et à droite ($x = 4$).
- Calculer l'aire de la pièce en dm^2 , puis en cm^2 .
- Contrôler : l'aire est-elle comprise entre celle d'un rectangle de 4 dm sur 1 dm et celle d'un rectangle de 4 dm sur 5 dm ?

Exercice 22 — *Des rectangles au tableur*

On donne $f(x) = 0,5x^2$, positive et croissante sur $[0 ; 4]$.



Repère d'unité 1 sur chaque axe. La courbe de f monte de 0 à 8 entre $x = 0$ et $x = 4$; les rectangles sont à tracer.

- Tracer quatre rectangles de largeur 1 « à gauche » et calculer la somme de leurs aires.
- Un tableur donne, avec davantage de rectangles « à gauche » : 9,12 pour 10 rectangles, 10,507 2 pour 100 et 10,650 672 pour 1 000. Vers quelle valeur ces sommes semblent-elles se diriger ?
- Calculer $\int_0^4 0,5x^2 dx$ et conclure.
- Pourquoi les rectangles « à gauche » donnent-ils ici une valeur trop petite ?

Exercice 23 — La montée d'un drone

Un drone décolle verticalement. Sa vitesse de montée, en mètres par seconde, est modélisée par $v(t) = -0,24t^2 + 2,4t$, pour t compris entre 0 et 10 secondes. L'altitude gagnée est égale à l'aire sous la courbe de v .

- Calculer $v(0)$, $v(5)$ et $v(10)$. Interpréter.
- Vérifier que $v(t) = 0,24t(10 - t)$, puis justifier que v est positive sur $[0; 10]$.
- Calculer l'altitude atteinte au bout de 10 s. Préciser l'unité.

Exercice 24 — L'énergie d'un chauffage d'atelier

La puissance d'un chauffage d'atelier au cours d'une matinée est modélisée par $P(t) = -0,5t^2 + 3t + 2$, en kilowatts, pour t compris entre 0 et 6 heures.

- Compléter le tableau de valeurs.

t (h)	0	1	2	3	4	5	6
$P(t)$ (kW)	2			6,5			

- Calculer $P'(t)$ et en déduire que la puissance est toujours au moins égale à 2 kW sur $[0; 6]$.
- Calculer l'énergie consommée $E = \int_0^6 P(t) dt$, en kilowattheures.
- Un collègue estime l'énergie en multipliant la puissance maximale par la durée. Quel résultat obtient-il ? Pourquoi est-il trop grand ?

Exercice 25 — Une aire négative ?

Tom calcule $\int_0^5 (x - 3) \, dx = -2,5$ et conclut : « le domaine sous la courbe de $f(x) = x - 3$, entre 0 et 5, a une aire de $-2,5$ u.a. »

a. Refaire le calcul de l'intégrale.

b. Étudier le signe de $x - 3$ sur $[0 ; 5]$. Pourquoi la conclusion de Tom est-elle fausse ?

c. Calculer $\int_3^5 (x - 3) \, dx$. Pourquoi ce nombre est-il une aire ? Le vérifier avec l'aire d'un triangle.

Aller plus loin

Hors des capacités du complément : pour les élèves qui préparent un BTS. Rien de ce qui suit n'est évalué.

Exercice 26 — La hauteur moyenne d'une arche

Aller plus loin – hors des capacités du chapitre. La **valeur moyenne** d'une fonction f sur $[a; b]$ est

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx.$$

- a.** Calculer la valeur moyenne de $f(x) = -x^2 + 6x$ sur $[0; 6]$ (voir l'exercice 20).
b. Tracer, sur la figure de l'exercice 20, le rectangle de base $[0; 6]$ et de hauteur μ . Que peut-on dire de son aire ?
