

Devoir surveillé – Sujet A

Chapitre 8 – Calcul intégral

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 – Déterminer les primitives des fonctions usuelles par lecture inverse d'un tableau des dérivées ■ C2 – Déterminer, avec ou sans outils numériques, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel ■ C3 – Calculer l'intégrale, sur un intervalle $[a; b]$, d'une fonction f admettant une primitive F , avec ou sans outils numériques ■ C4 – Interpréter l'intégrale d'une fonction définie et positive sur un intervalle $[a; b]$ comme une aire

Durée : 1 heure **Barème :** sur 20 points**Aides autorisées :** calculatrice autorisée, documents non autorisés

Compétences évaluées : **APP** s'approprier ■ **REA** réaliser ■ **ANA** analyser ■ **VAL** valider ■ **COM** communiquer.
Une primitive se vérifie en dérivant ; une aire a une unité.

Exercice 1 — Primitives**6 points****Question 1.1****3 points — REA**

Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes.

a. $f(x) = 7$ **b.** $g(x) = x^2$ **c.** $h(x) = 9x^2 - 4x + 3$ **d.** $k(x) = \frac{2}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$

Correction — Question 1.1

a. $7x$ **b.** $\frac{x^3}{3}$ **c.** $3x^3 - 2x^2 + 3x$ **d.** $-\frac{2}{x}$ **3 pts**

Barème : a. et b. 0,5 pt chacun (C1) ; c. 1 pt (C2 : 0,25 pt par terme, 0,25 pt pour l'assemblage) ; d. 1 pt (C1 et C2 : 0,5 pt pour $-\frac{1}{x}$, 0,5 pt pour le coefficient).

Question 1.2**2 points — VAL**Vérifier que $F(x) = x^3 - 3x^2 + 5x$ est une primitive de $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$ sur $\mathbb{R}$.**Correction — Question 1.2**

$F'(x) = 3x^2 - 6x + 5 = f(x)$: F est bien une primitive de f . **2 pts**

Barème : 1,5 pt pour la dérivée juste, 0,5 pt pour la conclusion.

Question 1.3**1 point — ANA**Donner la primitive de f qui vaut 10 pour $x = 0$.**Correction — Question 1.3**

$F(0) = 0$; la primitive $F + 10$ vaut 10 en 0 : $G(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 10$. **1 pt**

Exercice 2 — Calculer des intégrales**5 points****Question 2.1****1,5 point — REA**

Calculer $\int_1^5 2x \, dx$.

Correction — Question 2.1

$$\int_1^5 2x \, dx = [x^2]_1^5 = 25 - 1 = \mathbf{24}.$$

1,5 pt

Barème : 0,5 pt pour la primitive, 1 pt pour le calcul.

Question 2.2

2 points — REA

Calculer $\int_0^2 (6x^2 - 2x + 1) \, dx$.

Correction — Question 2.2

$$\int_0^2 (6x^2 - 2x + 1) \, dx = [2x^3 - x^2 + x]_0^2 = 16 - 4 + 2 = \mathbf{14}.$$

2 pts

Barème : 1 pt pour la primitive, 1 pt pour le calcul. Erreur reportée non repénalisée.

Question 2.3

1,5 point — REA

Calculer $\int_1^2 \frac{2}{x^2} \, dx$ (on pourra utiliser la question 1.1 d).

Correction — Question 2.3

$$\int_1^2 \frac{2}{x^2} \, dx = \left[-\frac{2}{x} \right]_1^2 = -1 - (-2) = \mathbf{1}.$$

1,5 pt

Barème : 0,5 pt pour la primitive (acceptée si reprise du 1.1 d), 1 pt pour le calcul avec les parenthèses.

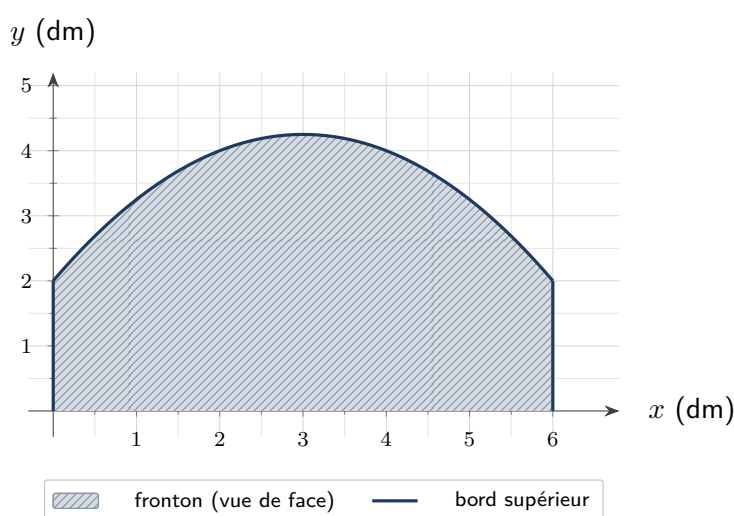
Exercice 3 — Le fronton d'un meuble

9 points

Le fronton décoratif d'un meuble est découpé dans un panneau de bois. Vue de face, il est limité par l'axe des abscisses, les verticales $x = 0$ et $x = 6$ et la courbe de

$$f(x) = -0,25x^2 + 1,5x + 2,$$

les longueurs étant en décimètres.



Vue de face du fronton, dans un repère gradué en décimètres. Bord inférieur sur l'axe des abscisses, bords verticaux en $x = 0$ et $x = 6$; le bord supérieur suit la courbe de f .

Question 3.1**1,5 point — APP**

Compléter le tableau de valeurs.

x (dm)	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$ (dm)	2			4,25			2

Correction — Question 3.1

$$f(1) = 3,25 ; f(2) = 4 ; f(4) = 4 ; f(5) = 3,25.$$

1,5 pt

Barème : 0,5 pt par paire de valeurs symétriques justes, 0,5 pt pour l'ensemble.

Question 3.2**1 point — ANA**Vérifier que $f(x) = 2 + 0,25x(6 - x)$, puis justifier que f est positive sur $[0; 6]$.**Correction — Question 3.2**

En développant, $2 + 0,25x(6 - x) = -0,25x^2 + 1,5x + 2$. Sur $[0; 6]$, $x \geq 0$ et $6 - x \geq 0$, donc $f(x) \geq 2 > 0$.

1 pt**Question 3.3****1,5 point — REA**Estimer l'aire du fronton avec six rectangles de largeur 1 dm, dont la hauteur est la valeur de f au bord gauche de chaque bande.**Correction — Question 3.3**

$$1 \times (2 + 3,25 + 4 + 4,25 + 4 + 3,25) = 20,75 \text{ dm}^2.$$

1,5 ptBarème : 1 pt pour la somme des six hauteurs $f(0)$ à $f(5)$, 0,5 pt pour le résultat avec l'unité.**Question 3.4****1 point — REA**Déterminer une primitive F de f .**Correction — Question 3.4**

$$F(x) = -\frac{x^3}{12} + 0,75x^2 + 2x.$$

1 pt**Question 3.5****2 points — REA**Calculer l'aire exacte du fronton, en dm^2 .**Correction — Question 3.5**

$$f \text{ est positive, donc l'aire vaut } \int_0^6 f(x) \, dx = F(6) - F(0) = -18 + 27 + 12 = \mathbf{21 \text{ dm}^2}.$$

2 pts

Barème : 0,5 pt pour l'écriture de l'intégrale, 1 pt pour le calcul, 0,5 pt pour l'unité. Primitive fausse du 3.4 reportée : calcul noté s'il est cohérent.

Question 3.6**1 point — VAL**

Quel écart, en pourcentage de l'aire exacte, l'estimation du 3.3 présente-t-elle ? Arrondir au dixième.

Correction — Question 3.6

$$\frac{21 - 20,75}{21} \times 100 \approx 1,2 \% : \text{l'estimation par six rectangles est déjà proche.}$$

1 pt

Question 3.7

1 point — COM

On découpe dix frontons identiques. Quelle surface de panneau est occupée par les pièces elles-mêmes ? Répondre par une phrase, en m².

Correction — Question 3.7

$10 \times 21 = 210 \text{ dm}^2$, soit $2,1 \text{ m}^2$ ($1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$). « Les dix frontons occupent $2,1 \text{ m}^2$ de panneau, sans compter les chutes. »

1 pt

Barème : 0,5 pt pour le calcul et la conversion, 0,5 pt pour la phrase avec l'unité.