

Devoir surveillé – Sujet A

Chapitre 5 – Fonctions exponentielles et logarithme décimal

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 à C5 – l'ensemble du chapitre : fonctions exponentielles de base q , logarithme décimal, équations et inéquations. Le logarithme népérien n'est pas utilisé.

Durée : 1 heure **Barème** : sur 20 points

Aides autorisées : calculatrice autorisée, sauf pour la partie A ; règle ; documents non autorisés

Compétences évaluées : **APP** s'approprier ■ **REA** réaliser ■ **ANA** analyser ■ **VAL** valider ■ **COM** communiquer.
Pour une inéquation, dire si le sens de l'inégalité change ; une grandeur a une unité.

Partie A — Le logarithme décimal, sans calculatrice

5 points

Question A.1

1,5 point — REA

Donner la valeur exacte : $\log(100\,000)$; $\log(0,001)$; $\log(10^{-1,5})$.

Correction — A.1

5 ; -3 ; -1,5.

0,5 pt chacun

Question A.2

1,5 point — REA

On donne $\log(2) \approx 0,301$. Calculer, en écrivant la propriété utilisée : $\log(40)$; $\log(0,2)$; $\log(16)$.

Correction — A.2

$\log(4 \times 10) = 2\log(2) + 1 \approx 1,602$; $\log\left(\frac{2}{10}\right) = \log(2) - 1 \approx -0,699$; $\log(2^4) = 4\log(2) \approx 1,204$.

0,5 pt chacun

Barème : valeur sans propriété écrite : 0,25 pt.

Question A.3

1 point — VAL

Un élève écrit : $\log(8 + 2) = \log(8) + \log(2)$. A-t-il raison ? Justifier.

Correction — A.3

Non. $\log(8 + 2) = \log(10) = 1$, alors que $\log(8) + \log(2) = \log(16) = 4\log(2) \approx 1,204$. La propriété porte sur un **produit**, pas sur une somme.

1 pt

Question A.4

1 point — ANA

Sans calculatrice, comparer $\log(0,3)$ et $\log(0,7)$, puis donner leur signe. Justifier.

Correction — A.4

$\log$ est croissante et $0,3 < 0,7$, donc $\log(0,3) < \log(0,7)$. Les deux nombres sont compris entre 0 et 1, donc leurs logarithmes sont négatifs ($\log(1) = 0$).

0,5 pt + 0,5 pt

Partie B — La valeur d'une machine

7 points

Un atelier achète une machine 15 000 €. On admet que sa valeur de revente baisse de 20 % par an. Au bout de t années, t réel positif, sa valeur est $V(t) = 15\,000 \times q^t$ euros.

Question B.1**1 point — APP**

Donner la valeur de q . De quelle suite géométrique la fonction V prolonge-t-elle les termes ?

Correction — B.1

$q = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$. V prolonge la suite géométrique de premier terme 15 000 et de raison 0,8. 0,5 pt + 0,5 pt

Question B.2**1,5 point — REA**

Calculer $V(1)$, $V(3)$ et $V(4,5)$, arrondis à l'euro.

Correction — B.2

$V(1) = 12\,000$ € ; $V(3) = 7\,680$ € ; $V(4,5) \approx 5\,495$ €.

0,5 pt chacun

Question B.3**2 points — REA**

Compléter le tableau (arrondir à l'euro), puis tracer la courbe de V sur $[0 ; 8]$.

t (années)	0	2	4	6	8
$V(t)$ (€)					

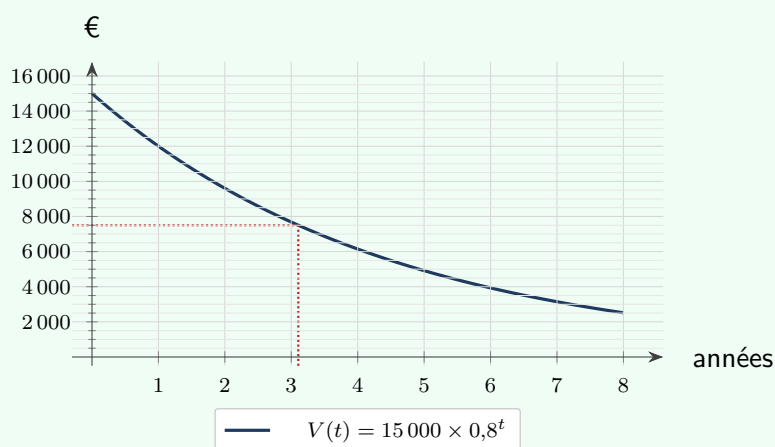


Repère vierge : temps en années de 0 à 8 ; valeur en euros de 0 à 16 000, graduée de 2 000 en 2 000, subdivisions de 500.

Correction — B.3

$V(0) = 15\,000$; $V(2) = 9\,600$; $V(4) \approx 6\,144$; $V(6) \approx 3\,932$; $V(8) \approx 2\,517$.

1 pt



1 pt : courbe lisse, décroissante, passant par les points

Question B.4

1 point — ANA

Donner le sens de variation de V et le justifier. Lire sur la courbe au bout de combien de temps la machine a perdu la moitié de sa valeur.

Correction — B.4

$0 < 0,8 < 1$: V est décroissante. 0,5 pt La valeur vaut 7 500 € pour $t \approx 3,1$ ans (lecture à $\pm 0,2$). 0,5 pt

Question B.5

1,5 point — COM

Montrer que $V(t+2) = 0,64 \times V(t)$. Traduire ce résultat par une phrase, en pourcentage.

Correction — B.5

$V(t+2) = 15\,000 \times 0,8^t \times 0,8^2 = 0,64 \times V(t)$. 1 pt En deux ans, la valeur baisse de 36 %, et non de 40 %. 0,5 pt

Partie C — Dater un ossement au carbone 14

5 points

La proportion de carbone 14 restant dans un organisme mort depuis t années est $p(t) = 0,5^{t/5\,730}$: la période radioactive du carbone 14 est de 5 730 ans.

Question C.1

1 point — APP

Calculer $p(11\,460)$ et l'exprimer en pourcentage.

Correction — C.1

$p(11\,460) = 0,5^2 = 0,25$, soit 25 %.

1 pt

Question C.2

2 points — REA

Un ossement contient encore 40 % du carbone 14 initial. Calculer son âge, arrondi à la dizaine d'années.

Correction — C.2

$0,5^{t/5\,730} = 0,4$

0,5 pt donc $t = 5\,730 \times \frac{\log(0,4)}{\log(0,5)} \approx 7\,570$ ans.

1,5 pt

Question C.3**2 points — ANA**

À partir de quel âge reste-t-il moins de 1 % du carbone 14 ? Résoudre une inéquation.

Correction — C.3

$0,5^{t/5730} < 0,01$; la base 0,5 est inférieure à 1, le sens change : $\frac{t}{5730} > \frac{\log(0,01)}{\log(0,5)}$, soit $t > 38\,069$ ans environ.

2 pts

Barème : 1 pt pour l'inéquation et le passage au logarithme, 1 pt pour le sens justifié et la conclusion.

Partie D — Le niveau sonore d'une machine**3 points**

Le niveau d'intensité acoustique L , en décibels, est lié à l'intensité sonore I , en W/m^2 , par $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Question D.1**1 point — REA**

Calculer le niveau sonore pour $I = 4 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$, arrondi au dixième.

Correction — D.1

$$L = 10 \log (4 \times 10^8) \approx 86,0 \text{ dB.}$$

1 pt**Question D.2****1 point — VAL**

Une seconde machine identique est mise en marche : l'intensité double. Calculer le nouveau niveau. Le nombre de décibels a-t-il doublé ?

Correction — D.2

$10 \log (2 \times 4 \times 10^8) = 10 \log(2) + 86,0 \approx 89,0 \text{ dB}$: le niveau augmente d'environ 3 dB, il ne double pas.

1 pt**Question D.3****1 point — REA**

Pour quelles intensités I le niveau est-il inférieur ou égal à 80 dB ?

Correction — D.3

$10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \leq 80 \iff \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \leq 8 \iff I \leq 10^{-4} \text{ W/m}^2$ (log est croissante, le sens est conservé).

1 pt