

Devoir surveillé – Sujet A

Chapitre 4 – Fonctions polynômes de degré 3

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 à C5 – l'ensemble du chapitre : étudier la fonction cube ; dériver un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ; dresser son tableau de variations ; en déduire ses extremums locaux et le nombre de solutions d'une équation $f(x) = c$; encadrer une solution par balayage.

Durée : 1 heure **Barème** : sur 20 points

Aides autorisées : calculatrice autorisée, documents non autorisés

Compétences évaluées : **APP** s'approprier ▪ **REA** réaliser ▪ **ANA** analyser ▪ **VAL** valider ▪ **COM** communiquer. Les racines de la dérivée s'obtiennent sans discriminant : forme factorisée, racine connue ou calculatrice.

Partie A — La fonction cube et les dérivées

5 points

Question A.1

1,5 point — REA

On note $f(x) = x^3$. Calculer $f(-2)$, $f(-0,5)$ et $f(1,2)$.

Correction — A.1

$f(-2) = -8$ $f(-0,5) = -0,125$ $f(1,2) = 1,728$.

1,5 pt

Barème : 0,5 pt par valeur ; un cube négatif écrit positif vaut 0.

Question A.2

2 points — ANA

La dérivée de la fonction cube est $f'(x) = 3x^2$. Donner son signe, en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$. On a $f'(0) = 0$: la fonction cube admet-elle un extremum en 0 ? Justifier.

Correction — A.2

$3x^2 \geq 0$, nul seulement en 0 : f est **croissante** sur $\mathbb{R}$. En 0, f' s'annule **sans changer de signe** : pas d'extremum (par exemple $f(-0,1) < f(0) < f(0,1)$). 2 pts

Barème : 1 pt pour le signe et la croissance, 1 pt pour « pas d'extremum » justifié.

Question A.3

1,5 point — REA

Dériver $g(x) = -2x^3 + 4x^2 - 7x + 1$ et $h(x) = x^2(x + 3)$.

Correction — A.3

$g'(x) = -6x^2 + 8x - 7$. $h(x) = x^3 + 3x^2$, donc $h'(x) = 3x^2 + 6x$.

1,5 pt

Barème : 0,75 pt par dérivée ; pour h , dériver sans développer vaut 0.

Partie B — Étude d'une fonction

7 points

On étudie $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$ sur l'intervalle $[-2; 3]$.

Question B.1

1 point — REA

Calculer $f'(x)$.

Correction — B.1

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12.$$

1 pt

Question B.2

1,5 point — REA

Vérifier que -1 est une racine de f' , puis trouver la seconde racine. Écrire $f'(x)$ sous forme factorisée et le vérifier en développant.

Correction — B.2

$f'(-1) = 6 + 6 - 12 = 0$. Seconde racine : $\frac{-12}{6 \times (-1)} = 2$. $f'(x) = 6(x+1)(x-2)$; contrôle : $6(x^2 - 2x + x - 2) = 6(x^2 - x - 2) = 6x^2 - 6x - 12$. ✓

1,5 pt

Barème : 0,5 pt pour le test, 0,5 pt pour la seconde racine, 0,5 pt pour la forme factorisée vérifiée. Une seconde racine juste obtenue autrement (discriminant, calculatrice) est acceptée.

Question B.3

3 points — REA

Donner le signe de f' sur $[-2; 3]$, calculer $f(-2)$, $f(-1)$, $f(2)$ et $f(3)$, puis dresser le tableau de variations de f .

Correction — B.3

$a = 6 > 0$: f' positive, négative entre les racines, puis positive. $f(-2) = -16 - 12 + 24 + 4 = 0$; $f(-1) = -2 - 3 + 12 + 4 = 11$; $f(2) = 16 - 12 - 24 + 4 = -16$; $f(3) = 54 - 27 - 36 + 4 = -5$.

x	-2	-1	2	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	11	-16	-5	

3 pts

Barème : 1 pt pour le signe, 1 pt pour les quatre valeurs (0,25 chacune), 1 pt pour le tableau (flèches et valeurs placées). Une erreur de calcul reprise n'est pénalisée qu'une fois.

Question B.4

1,5 point — ANA

Donner les extremums locaux de f et leur nature. Combien de solutions l'équation $f(x) = -10$ a-t-elle sur $[-2; 3]$? Justifier.

Correction — B.4

Maximum local 11 en $x = -1$; minimum local -16 en $x = 2$. -10 n'est pas entre 0 et 11 ; il est entre 11 et -16 , et entre -16 et -5 : **2 solutions**.

1,5 pt

Barème : 0,75 pt pour les extremums, 0,75 pt pour le nombre de solutions justifié flèche par flèche.

Partie C — La boîte en carton**8 points**

Dans une plaque de carton de 36 cm sur 24 cm, on découpe un carré de côté x , en centimètres, à chaque coin, puis on relève les bords pour former une boîte ouverte de longueur $36 - 2x$, de largeur $24 - 2x$ et de hauteur x .

Question C.1**1 point — APP**

Justifier que $0 < x < 12$, puis que le volume, en cm^3 , est $V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 864x$.

Correction — C.1

$2x < 24$ donc $x < 12$. $V(x) = x(36 - 2x)(24 - 2x)$ et $(36 - 2x)(24 - 2x) = 864 - 72x - 48x + 4x^2 = 4x^2 - 120x + 864$, d'où $V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 864x$. 1 pt

Question C.2**2 points — REA**

Calculer $V'(x)$. À la calculatrice, déterminer ses racines, arrondies au centième. Laquelle est dans $]0; 12[$?

Correction — C.2

$V'(x) = 12x^2 - 240x + 864$. Racines : $x_1 \approx 4,71$ et $x_2 \approx 15,29$; seule x_1 est dans $]0; 12[$. 2 pts
Barème : 1 pt pour V' , 1 pt pour les racines et le choix.

Question C.3**2,5 points — REA**

Dresser le tableau de variations de V sur $[0; 12]$. En déduire les dimensions et le volume de la boîte la plus grande.

Correction — C.3

$a = 12 > 0$: V' positive avant 4,71, négative ensuite. $V(4,71) \approx 1\,825$.

x	0	$\approx 4,71$	12
$V'(x)$		$\begin{matrix} \vdots \\ + & 0 & - \end{matrix}$	
$V(x)$		$\approx 1\,825$	
	0	$\nearrow$	$\searrow$ 0

Boîte d'environ $26,6 \times 14,6 \times 4,7$ cm, pour environ $1\,825 \text{ cm}^3$.

2,5 pts

Barème : 1,5 pt pour le tableau, 1 pt pour la conclusion avec unités.

Question C.4**2,5 points — VAL**

On veut une boîte de 1,5 L, soit $1\,500 \text{ cm}^3$. Combien de valeurs de x conviennent ? Encadrer la plus petite au dixième par balayage.

Correction — C.4

1 500 est entre 0 et 1 825 sur chacune des deux flèches : **2 valeurs**. $V(2) = 1\,280 < 1\,500 < V(3) = 1\,620$; puis $V(2,5) = 1\,472,5 < 1\,500 < V(2,6) \approx 1\,505,5$: **$2,5 < x < 2,6$** . 2,5 pts

Barème : 1 pt pour le nombre de solutions justifié, 1,5 pt pour l'encadrement (0,5 pt pour l'encadrement entre deux entiers).