

Version professeur

Mathématiques – Terminale Bac Pro

Cours et applications

Chapitre 3

Suites numériques

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Rappel de cours — Avant de commencer

Il faut savoir traduire une hausse ou une baisse de $t\%$ par un **coefficient multiplicateur**, calculer une puissance à la calculatrice, placer des points dans un repère et se souvenir des **suites arithmétiques** de Première. Calculatrice autorisée ; tableur ou Python aux §4, §7 et §8.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
R – Réinvestir les suites arithmétiques (Première)	§1	2 él. 2
C1 – Calculer un terme de rang donné d'une suite géométrique définie par son premier terme et par une relation de récurrence ou par l'expression du terme de rang n (récurrence)	§2	2 él. 2
C1 (suite) – <i>expression du terme de rang n</i>	§3	4 él. 4
C1 (suite) – <i>avec un outil numérique : tableur et Python</i>	§4	5 él. 5
C2 – Réaliser et exploiter une représentation graphique du nuage de points $(n; u_n)$ dans le cas où (u_n) est une suite géométrique	§5	6 él. 6
C3 – Déterminer le sens de variation d'une suite géométrique à l'aide de sa raison q avec $q > 0$ et de son premier terme	§6	7 él. 7
C1 et C3 – Déterminer le rang à partir duquel un seuil est franchi	§7	9 él. 8
C4 – Calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique avec ou sans outils numériques	§8	10 él. 10
R et C1 – Arithmétique ou géométrique : choisir le modèle	§9	12 él. 12

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Dans tout le chapitre, la raison q est **strictement positive** ; la formule de la somme est **fournie**, pas à retenir.

1 Ce que l'on sait des suites depuis la Première (R)

Définition — Suite numérique et suite arithmétique

Une **suite** (u_n) associe à chaque entier n , appelé **rang**, un nombre u_n , appelé **terme de rang** n . Le premier terme est souvent u_0 : le rang 0 existe.

Une suite est **arithmétique** lorsqu'on passe d'un terme au suivant en **ajoutant** toujours le même nombre r , la **raison** :

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{et} \quad u_n = u_0 + n \times r.$$

Elle est croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$, constante si $r = 0$.

Exemple — Une cotisation qui augmente de 8 € par an

La cotisation annuelle d'un club de sport vaut 150 € en 2025 (rang 0) et augmente de 8 € chaque année. On ajoute toujours 8 : la suite est arithmétique de raison $r = 8$, et $u_n = 150 + 8n$.

En 2030, soit au rang 5 : $u_5 = 150 + 8 \times 5 = 190$ €.

Ce chapitre étudie un autre type d'évolution, très fréquent : celle où l'on ne *ajoute* pas une quantité fixe, mais où l'on *multiplie* par un nombre fixe — une hausse ou une baisse d'un même *pourcentage*.

Application 1 – Des arbres plantés chaque année

Une commune plante 40 arbres en 2026 (rang 0), puis chaque année 15 arbres de plus que l'année précédente. On note u_n le nombre d'arbres plantés l'année de rang n .

- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner sa raison.
- Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer le nombre d'arbres plantés en 2032.
- La suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

Correction — Application 1

- On ajoute toujours 15 : la suite est **arithmétique** de raison $r = 15$.
- $u_n = 40 + 15n$. L'année 2032 correspond au rang 6 : $u_6 = 40 + 15 \times 6 = 130$ arbres.
- $r = 15 > 0$: la suite est **croissante**.

Conduite : faire dire à voix haute « on *ajoute* 15 ». Le verbe sera la clé du §9, pour distinguer les deux types de suites.

2 La suite géométrique : une évolution à taux fixe (C1)

Définition — Suite géométrique

Une suite (u_n) est **géométrique** lorsqu'on passe d'un terme au suivant en **multipliant** toujours par le même nombre q , appelé la **raison** :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

La suite est entièrement connue dès qu'on donne son **premier terme** et sa **raison**. Dans ce chapitre, $q > 0$.

Une évolution d'un même pourcentage à chaque période est exactement une multiplication par un nombre fixe : c'est le **coefficient multiplicateur**.

Méthode — Du pourcentage à la raison

Évolution à chaque période	Raison	Exemple
hausse de $t\%$	$q = 1 + \frac{t}{100}$	$+6\%$ donne $q = 1,06$
baisse de $t\%$	$q = 1 - \frac{t}{100}$	-15% donne $q = 0,85$

Méthode — Reconnaître une suite géométrique sur des valeurs

Calculer les **quotients** de termes consécutifs : $\frac{u_1}{u_0}, \frac{u_2}{u_1}, \frac{u_3}{u_2} \dots$

S'ils sont tous égaux, la suite est géométrique et ce quotient commun est la raison q . Deux quotients différents suffisent à prouver qu'elle ne l'est pas.

Exemple — Reconnaître, puis calculer par récurrence

Sur des valeurs. Une suite commence par 2 000 ; 2 100 ; 2 205 ; 2 315,25.

$$\frac{2\,100}{2\,000} = 1,05 \quad \frac{2\,205}{2\,100} = 1,05 \quad \frac{2\,315,25}{2\,205} = 1,05$$

Les quotients sont égaux : la suite est géométrique de raison $q = 1,05$.

Sur un pourcentage. Une commune compte 12 000 habitants en 2025 (rang 0) et sa population augmente de 1,5 % par an. La raison est $q = 1 + \frac{1,5}{100} = 1,015$ et, de proche en proche :

$$u_1 = 12\,000 \times 1,015 = 12\,180 \quad u_2 = 12\,180 \times 1,015 = 12\,362,7$$

soit environ 12 363 habitants en 2027.

Erreur fréquente — Confondre la raison et le taux

Une baisse de 15 % donne $q = 0,85$ — ce qui *reste* — et non $q = 0,15$ ni $q = -0,15$. De même, une hausse de 6 % donne $q = 1,06$ et non $q = 6$ ni $q = 0,06$.

Application 2 – Géométrie ou non ?

Pour chaque liste de termes consécutifs, dire si la suite peut être géométrique. Si oui, donner sa raison.

- a. 400 ; 440 ; 484 ; 532,4 b. 90 ; 81 ; 72 ; 63
c. 5 000 ; 4 000 ; 3 200 ; 2 560 d. 1 ; 2 ; 4 ; 7

Correction — Application 2

a. $\frac{440}{400} = \frac{484}{440} = \frac{532,4}{484} = 1,1$: **géométrique**, $q = 1,1$.

b. $\frac{81}{90} = 0,9$ mais $\frac{72}{81} \approx 0,889$: **pas géométrique**. On retire toujours 9 : elle est **arithmétique** de raison -9 .

c. $\frac{4\,000}{5\,000} = \frac{3\,200}{4\,000} = \frac{2\,560}{3\,200} = 0,8$: **géométrique**, $q = 0,8$.

d. $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$ mais $\frac{7}{4} = 1,75$: **ni géométrique**, ni arithmétique (les écarts valent 1, 2, 3).

Conduite : la liste b. est le piège utile — la suite baisse « régulièrement », mais d'une même *quantité*, pas d'un même *pourcentage*.

Application 3 – Des abonnés qui augmentent de 8 % par mois

- a. Donner la raison correspondant à : une hausse de 8 % ; une baisse de 15 % ; une hausse de 0,5 %.
 b. La chaîne vidéo de tutoriels d'un atelier compte 2 500 abonnés en janvier (rang 0). Leur nombre augmente de 8 % par mois. Calculer, de proche en proche, le nombre d'abonnés en février, mars et avril.

Correction — Application 3

a. +8 % : $q = 1,08$ -15 % : $q = 0,85$ +0,5 % : $q = 1,005$.

b. $u_{n+1} = u_n \times 1,08$ avec $u_0 = 2\,500$: $u_1 = 2\,500 \times 1,08 = 2\,700$; $u_2 = 2\,700 \times 1,08 = 2\,916$; $u_3 = 2\,916 \times 1,08 = 3\,149,28$, soit environ 3 149 abonnés en avril.

Erreur attendue : ajouter 8 % de 2 500 chaque mois (+200), ce qui donne 3 100 en avril. C'est une suite arithmétique : la hausse doit porter sur la valeur du mois précédent.

3 Le terme de rang n (C1)

Pour aller de u_0 à u_n , on multiplie n fois par q . On obtient directement n'importe quel terme, sans calculer tous les précédents.

Théorème — Terme de rang n

Si (u_n) est géométrique de premier terme u_0 et de raison q , alors

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Si le premier terme est u_1 , on multiplie seulement $n - 1$ fois : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Exemple — La valeur d'une machine

Une machine achetée 12 000 € perd 15 % de sa valeur chaque année. On note u_n sa valeur estimée après n années.

$u_0 = 12\,000$ et $q = 1 - 0,15 = 0,85$, donc $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$.

Valeur après 5 ans : $u_5 = 12\,000 \times 0,85^5 \approx 12\,000 \times 0,4437 \approx 5\,324$ €.

À la calculatrice, on tape 12000×0.85^5 , sans arrondir $0,85^5$ en cours de calcul.

Erreur fréquente — Multiplier par n au lieu d'élever à la puissance n

$12\,000 \times 0,85 \times 5 = 51\,000$: la machine vaudrait plus qu'à l'achat. Un résultat absurde signale presque toujours cette erreur.

Application 4 – Deux calculs directs

- a. Un capital de 3 000 € est placé sur un livret à 2,5 % par an, intérêts compris dans le capital chaque année. On suppose que le taux ne change pas. Exprimer le capital u_n après n années, puis le calculer après 8 ans.
- b. Un atelier produit 500 pièces le premier mois ($u_1 = 500$). Sa production augmente ensuite de 4 % par mois. Combien de pièces produit-il le douzième mois ?

Correction — Application 4

- a. $u_0 = 3\,000$, $q = 1,025$: $u_n = 3\,000 \times 1,025^n$ et $u_8 = 3\,000 \times 1,025^8 \approx 3\,655,21$ €.
- b. Le premier terme est u_1 : $u_n = 500 \times 1,04^{n-1}$ et $u_{12} = 500 \times 1,04^{11} \approx 769,7$, soit environ **770 pièces**.

Erreur attendue au b. : écrire $500 \times 1,04^{12} \approx 800$. Entre le premier et le douzième mois, il n'y a que onze hausses.

4 Calculer des termes avec un outil numérique (C1)

Le programme demande de savoir calculer un terme de rang donné aussi avec un **algorithme**. Deux outils suffisent : le tableur et Python.

Méthode — Au tableur

On écrit le premier terme, puis une formule qui fabrique le suivant, et on la recopie vers le bas.

	A	B
1	Rang n	Terme u_n
2	0	12000
3	=A2+1	=B2*0,85

Avec l'expression du terme de rang n , on écrirait directement en B2 la formule =12000*0,85^A2, puis on la recopierait. La cellule B7 affiche le terme de rang 5 : 5 324,46.

Méthode — En Python

La boucle for répète n fois la multiplication par q .

```

1 def terme(u0, q, n):
2     u = u0
3     for k in range(n): # n multiplications par q
4         u = u * q
5     return u
6
7 print(terme(12000, 0.85, 5)) # affiche 5324.46375

```

En Python, la virgule décimale s'écrit avec un point : 0.85.

Application 5 – Lire et compléter

On reprend le livret de l'application 4 : $u_0 = 3\,000$ et $q = 1,025$.

- Au tableur, B2 contient 3000. Écrire la formule à saisir en B3, puis la valeur affichée en B5.
- Quelle instruction Python affiche le capital après 8 ans avec la fonction `terme` ?
- Réécrire la fonction `terme` en une seule ligne de calcul, avec l'opérateur puissance `**`.

Correction — Application 5

- En B3 : `=B2*1,025`. B5 correspond au rang 3 : $3\,000 \times 1,025^3 \approx 3\,230,67$.
- `print(terme(3000, 1.025, 8))`, qui affiche environ 3655.21.
-

```
1 def terme(u0, q, n):
2     return u0 * q**n
```

Conduite : faire vérifier que les deux versions donnent le même résultat. La boucle correspond à la définition par récurrence, la puissance au terme de rang n .

5 Le nuage de points $(n; u_n)$ (C2)**Définition — Représentation graphique d'une suite**

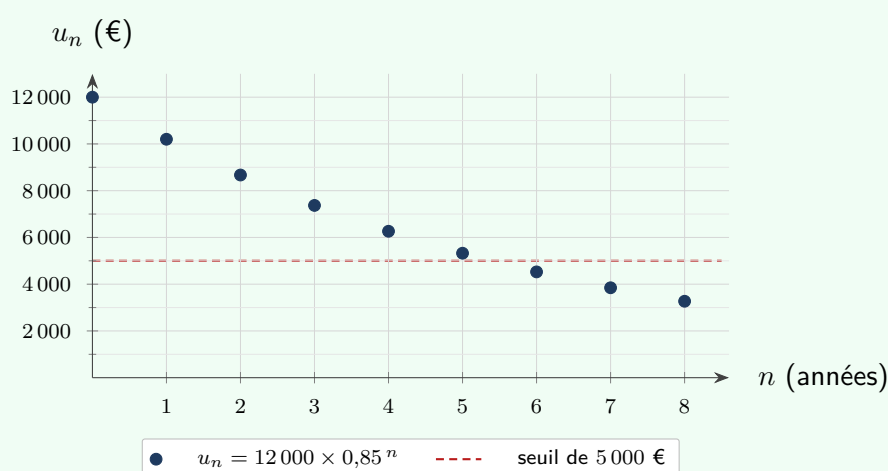
La représentation graphique d'une suite est le **nuage de points** de coordonnées $(n; u_n)$: le rang en abscisse, le terme en ordonnée. Le rang est un nombre entier : les points sont **isolés**, on ne les relie pas.

Méthode — Réaliser le nuage

- Calculer les termes utiles dans un tableau de valeurs.
- Choisir une échelle qui fait tenir le plus grand terme.
- Placer chaque point $(n; u_n)$ avec soin.
- Ne pas relier les points.

Exemple — Exploiter le nuage de la machine

Voici le nuage de $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$, avec la droite horizontale $y = 5\,000$.



Nuage de points : rang n en abscisse (années), valeur de la machine en ordonnée (euros). La droite en tirets marque 5 000 €.

Lecture. Les points descendent : la valeur diminue. Le point de rang 5 est encore au-dessus de la droite, celui de rang 6 en dessous. Le calcul le confirme : $u_5 \approx 5\,324$ et $u_6 \approx 4\,526$. La machine vaut moins de 5 000 € à partir de la sixième année.

Remarque — Vers les fonctions exponentielles

Les points du nuage de $u_n = u_0 \times q^n$ se trouvent sur la courbe de la fonction $x \mapsto u_0 \times q^x$, où x peut prendre toutes les valeurs réelles. Ces fonctions, appelées **exponentielles**, prolongent les suites géométriques : elles sont étudiées au chapitre 5.

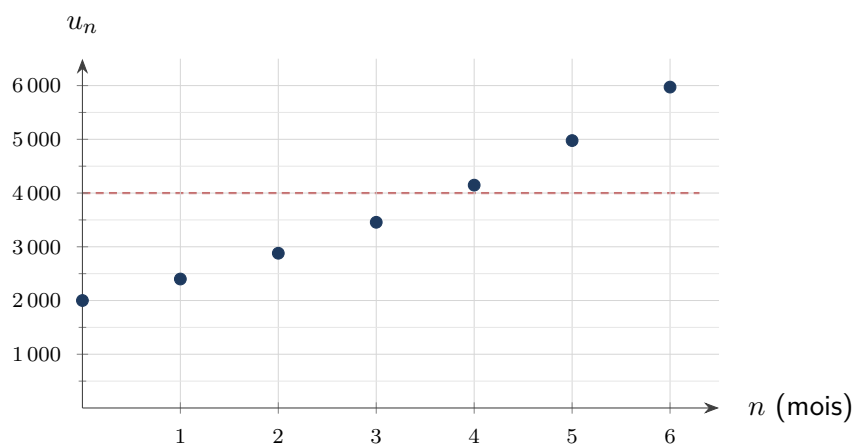
Application 6 – Les visites du site d'un artisan

Le site internet d'un artisan reçoit 2 000 visites en janvier (rang 0). Ce nombre augmente de 20 % par mois : $u_n = 2\,000 \times 1,2^n$.

a. Compléter le tableau (arrondir à l'unité).

Rang n	0	1	2	3	4	5	6
u_n	2 000						

b. Placer le nuage de points dans le repère.



Repère vierge : rang n en abscisse (mois, janvier au rang 0), nombre de visites en ordonnée. Version professeur : nuage placé et droite $y = 4\,000$.

c. À l'aide du nuage, à partir de quel mois le site dépasse-t-il 4 000 visites ? Vérifier par le calcul.

Correction — Application 6

a. 2 000 ; 2 400 ; 2 880 ; 3 456 ; 4 147 ; 4 977 ; 5 972.

b. Voir le repère : sept points isolés, qui montent de plus en plus vite.

c. Le point de rang 4 est le premier au-dessus de 4 000 : $u_3 = 3\,456 < 4\,000$ et $u_4 \approx 4\,147 > 4\,000$.
Le site dépasse 4 000 visites **à partir de mai** (rang 4).

Erreur attendue : relier les points par une courbe. Rappeler qu'il n'existe pas de « rang 3,5 ».

6 Le sens de variation (C3)**Théorème — Sens de variation d'une suite géométrique**

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme u_0 .

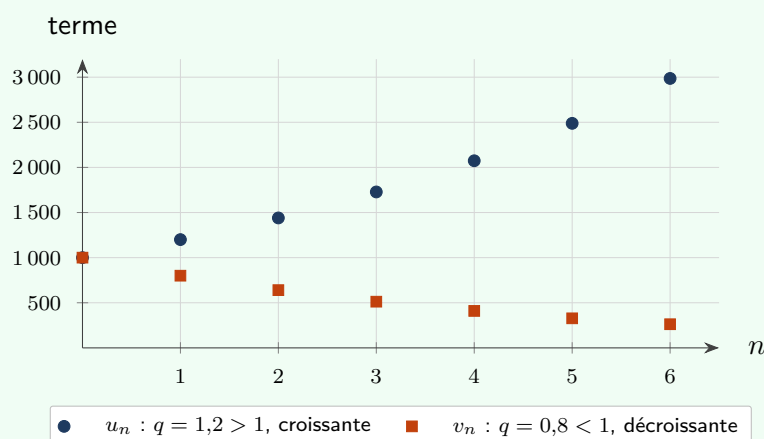
Si $u_0 > 0$: $q > 1$: la suite est **croissante** ; $0 < q < 1$: elle est **décroissante** ; $q = 1$: elle est **constante**.

Si $u_0 < 0$, tous les termes sont négatifs et les sens sont **inversés** : $q > 1$ donne une suite décroissante, $0 < q < 1$ une suite croissante.

Pourquoi ? L'écart entre deux termes consécutifs vaut $u_{n+1} - u_n = u_n \times q - u_n = u_n \times (q - 1)$. Son signe est celui de u_n multiplié par celui de $q - 1$.

Exemple — Deux suites de même premier terme

$u_n = 1\,000 \times 1,2^n$ (en bleu) et $v_n = 1\,000 \times 0,8^n$ (en orange).



Deux nuages de même premier terme 1000 : ronds pour $q = 1,2$, carrés pour $q = 0,8$.

Avec $u_0 = -100$ et $q = 2$: -100 ; -200 ; -400 ... Les termes deviennent de plus en plus négatifs : la suite est **décroissante**, bien que $q > 1$.

Erreur fréquente — Croire qu'une suite décroissante finit par devenir négative

Avec $u_0 > 0$ et $0 < q < 1$, les termes diminuent mais restent **toujours positifs** : on multiplie un nombre positif par un nombre positif. Une machine qui perd 15 % par an ne vaut jamais 0 dans ce modèle.

Application 7 – Croissante, décroissante ou constante ?

Déterminer le sens de variation de chaque suite géométrique, en justifiant par la raison et le premier terme.

- a. $u_0 = 500$ et $q = 1,03$ b. $u_0 = 80$ et $q = 0,6$ c. $u_0 = 7$ et $q = 1$
d. $u_0 = -200$ et $q = 1,1$ e. la valeur d'un scooter de 2 400 € qui perd 12 % par an

Correction — Application 7

- a. $u_0 > 0$ et $q > 1$: **croissante**. b. $u_0 > 0$ et $0 < q < 1$: **décroissante**. c. $q = 1$: **constante** (tous les termes valent 7).
d. $u_0 < 0$ et $q > 1$: **décroissante** (-200 ; -220 ; -242 ...).
e. $u_0 = 2\,400 > 0$ et $q = 0,88$, compris entre 0 et 1 : **décroissante**.

Conduite : le cas d. justifie la présence du premier terme dans l'intitulé de la capacité. Faire calculer les trois premiers termes pour s'en convaincre.

7 Le rang à partir duquel un seuil est franchi (C1 et C3)

Question fréquente : « à partir de quand la valeur passe-t-elle sous un seuil ? ». Le sens de variation dit si l'on cherche un franchissement vers le bas ou vers le haut ; le calcul des termes dit *quand*.

Méthode — Trois façons de trouver le rang

1. Tableau de valeurs : calculer les termes jusqu'au premier qui franchit le seuil. **2. Tableur** : recopier la formule et lire la colonne. **3. Python** : une boucle `while` (« tant que ») multiplie tant que le seuil n'est pas franchi, et compte les tours.

Exemple — Une voiture qui perd 15 % par an

Une voiture achetée 20 000 € perd 15 % de sa valeur par an. À partir de quelle année vaut-elle moins de 8 000 € ?

$u_n = 20\,000 \times 0,85^n$ est décroissante ($u_0 > 0$, $0 < q < 1$) : on cherche le premier rang où $u_n < 8\,000$.

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n (€)	20 000	17 000	14 450	12 283	10 440	8 874	7 543

$u_5 \approx 8\,874 > 8\,000$ et $u_6 \approx 7\,543 < 8\,000$: c'est à partir de la sixième année. En Python :

```

1 u = 20000
2 n = 0
3 while u >= 8000: # tant que le seuil n'est pas franchi
4     u = u * 0.85
5     n = n + 1
6 print(n) # affiche 6

```

Application 8 – La décroissance de l'iode 131

L'iode 131, utilisé en médecine nucléaire, a une période d'environ 8 jours : son activité est divisée par 2 tous les 8 jours. Un échantillon a une activité de 80 000 becquerels (Bq). On note u_n son activité après n périodes de 8 jours.

a. Justifier que $u_n = 80\,000 \times 0,5^n$.

b. Compléter le programme pour qu'il affiche le nombre de périodes au bout duquel l'activité devient inférieure à 1 000 Bq.

```

1 u = 80000
2 n = 0
3 while u >= .....:
4     u = u * .....
5     n = n + 1
6 print(n)

```

c. Quel nombre le programme affiche-t-il ? Combien de jours cela représente-t-il ?

Correction — Application 8

a. Diviser par 2, c'est multiplier par 0,5 : suite géométrique de premier terme 80 000 et de raison 0,5.

b. `while u >= 1000:` puis `u = u * 0.5`.

c. Les termes valent 80 000 ; 40 000 ; 20 000 ; 10 000 ; 5 000 ; 2 500 ; 1 250 ; 625. Le premier inférieur à 1 000 est $u_7 = 625$: le programme affiche **7**, soit $7 \times 8 = \mathbf{56}$ jours.

Erreur attendue : afficher `u` au lieu de `n`, ou répondre « 7 jours ». Le compteur compte des *périodes* de 8 jours.

8 La somme des n premiers termes (C4)

On veut souvent un **total** : une production cumulée, une consommation sur plusieurs années, une épargne constituée.

Définition — Somme des n premiers termes

La somme des n premiers termes d'une suite qui commence à u_0 est

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} \quad : \text{elle compte } n \text{ termes.}$$

Si la suite commence à u_1 , la somme des n premiers termes est $u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

Méthode — Calculer la somme

Sans outil numérique : additionner les termes à la calculatrice, ou utiliser la formule suivante, **toujours fournie** dans les énoncés :

$$S = \text{premier terme} \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

Avec un outil numérique : au tableur, une colonne de sommes cumulées (C2 : =B2, puis C3 : =C2+B3 recopiée vers le bas) ; en Python, une variable qui accumule les termes dans une boucle.

Exemple — Une petite somme, deux méthodes

$u_0 = 3$ et $q = 2$. Somme des 5 premiers termes : $3 + 6 + 12 + 24 + 48 = 93$.

Avec la formule : $3 \times \frac{1 - 2^5}{1 - 2} = 3 \times \frac{-31}{-1} = 93$. Les deux méthodes concordent.

Exemple — La production cumulée de moulures

Un atelier produit 400 m de moulures la première semaine (rang 0). Grâce à une nouvelle machine, la production augmente de 5 % chaque semaine. Production totale sur 8 semaines ?

Premier terme 400, raison 1,05, 8 termes (rangs 0 à 7) :

$$S = 400 \times \frac{1 - 1,05^8}{1 - 1,05} \approx 400 \times 9,5491 \approx 3\,820 \text{ m.}$$

	A	B	C
1	Semaine n	Production u_n	Cumul
2	0	400	=B2
3	=A2+1	=B2*1,05	=C2+B3

Recopiée jusqu'à la ligne 9 (rang 7), la colonne C affiche 3 819,64 en C9 : le tableur confirme le calcul.

Erreur fréquente — Se tromper dans le nombre de termes

De u_0 à u_7 , il y a 8 termes, pas 7. Compter les rangs sur ses doigts avant d'appliquer la formule. Et ne pas confondre la *somme* avec le *dernier terme* u_7 , qui ne vaut qu'environ 563 m.

Remarque — Aller plus loin – la notation Σ

En vue d'études supérieures, la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ s'écrit aussi $\sum_{i=0}^{n-1} u_i$, qui se lit « somme des u_i pour i allant de 0 à $n - 1$ ». Cette notation n'est pas exigée.

Application 9 – Compter, additionner, vérifier

- a.** Combien de termes compte la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_7$? Et la somme $u_1 + u_2 + \dots + u_{12}$?
b. (u_n) est géométrique avec $u_0 = 100$ et $q = 3$. Calculer la somme de ses 5 premiers termes en additionnant, puis vérifier avec la formule.

Correction — Application 9

- a.** De u_0 à u_7 : 8 termes. De u_1 à u_{12} : 12 termes.
b. $100 + 300 + 900 + 2\,700 + 8\,100 = 12\,100$. Formule : $100 \times \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = 100 \times \frac{-242}{-2} = 12\,100$.

Application 10 – Un plan d'économies d'énergie

Un bâtiment consomme 15 000 kWh la première année (rang 0) d'un plan d'économies d'énergie. Le plan prévoit une baisse de 4 % par an.

- a.** Donner le premier terme et la raison de la suite des consommations annuelles.
b. Calculer la consommation totale sur les 6 premières années.
c. Sans le plan, la consommation serait restée de 15 000 kWh par an. Quelle économie le plan permet-il sur ces 6 années ?

Correction — Application 10

- a.** Premier terme 15 000, raison $q = 1 - 0,04 = 0,96$.
b. 6 termes : $S = 15\,000 \times \frac{1 - 0,96^6}{1 - 0,96} \approx 15\,000 \times 5,4311 \approx 81\,466$ kWh.
c. Sans le plan : $6 \times 15\,000 = 90\,000$ kWh. Économie : $90\,000 - 81\,466 \approx 8\,534$ kWh.
Erreur attendue : calculer u_6 ou u_5 au lieu de la somme, ou employer 5 termes au lieu de 6.

9 Arithmétique ou géométrie : choisir le modèle (R et C1)

Méthode — Reconnaître le modèle dans l'énoncé

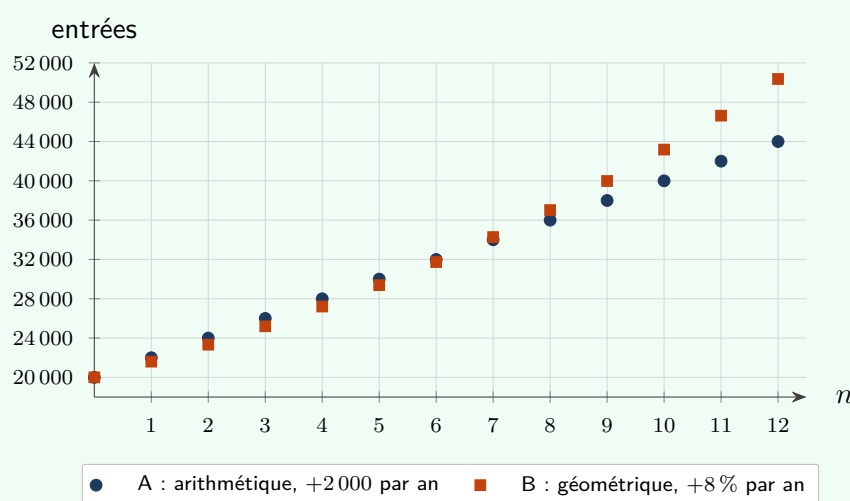
« augmente de x euros », « de x unités de plus » : on **ajoute** une quantité fixe, la suite est **arithmétique**.

« augmente de $t\%$ », « perd $t\%$ », « double », « est divisé par 2 » : on **multiplie** par un nombre fixe, la suite est **géométrique**.

Sur des valeurs : écarts constants pour l'arithmétique, quotients constants pour la géométrie. Le nuage d'une suite arithmétique est **aligné** ; celui d'une suite géométrique **s'incurve**.

Exemple — Deux prévisions de fréquentation d'une piscine

Une piscine reçoit 20 000 entrées en 2026 (rang 0). Prévision A : 2 000 entrées de plus chaque année, $a_n = 20\,000 + 2\,000n$. Prévision B : 8 % de plus chaque année, $b_n = 20\,000 \times 1,08^n$.



Deux nuages partant de 20 000 entrées en 2026 : ronds alignés pour A, carrés qui s'incurvent pour B, sur douze ans.

B reste en dessous de A jusqu'au rang 6 ($31\,737 < 32\,000$), puis le dépasse au rang 7 ($34\,276 > 34\,000$). Une hausse en pourcentage finit toujours par dépasser une hausse fixe, parce qu'elle porte sur une valeur de plus en plus grande.

Application 11 – Deux tarifs d'entretien de chaudière

Un contrat d'entretien coûte 150 € la première année (rang 0). Tarif A : il augmente de 6 € par an. Tarif B : il augmente de 3,5 % par an.

- Préciser la nature de chaque suite et exprimer a_n et b_n en fonction de n .
- Calculer le prix de chaque tarif au rang 5.
- À partir de quel rang le tarif B devient-il plus cher que le tarif A ?

Correction — Application 11

- A : arithmétique de raison 6, $a_n = 150 + 6n$. B : géométrique de raison 1,035, $b_n = 150 \times 1,035^n$.
- $a_5 = 180$ € et $b_5 \approx 178,15$ € : B est encore moins cher.
- $a_8 = 198$ et $b_8 \approx 197,52$; $a_9 = 204$ et $b_9 \approx 204,43$. B devient plus cher à **partir du rang 9**.

Conduite : faire chercher le rang au tableur, deux colonnes côte à côte. Le calcul à la main de tous les rangs est long : c'est l'occasion de montrer l'intérêt de l'outil.

Bilan – Je sais faire

À retenir

Suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q > 0$:

$$u_{n+1} = u_n \times q \quad u_n = u_0 \times q^n \quad (u_n = u_1 \times q^{n-1} \text{ si l'on part de } u_1)$$

Hausse de $t\%$: $q = 1 + \frac{t}{100}$. Baisse de $t\%$: $q = 1 - \frac{t}{100}$.

Avec $u_0 > 0$: $q > 1$ croissante, $0 < q < 1$ décroissante, $q = 1$ constante. Avec $u_0 < 0$, les sens s'inversent.

Somme de n termes : additionner, utiliser le tableur ou Python, ou la formule fournie

$$S = \text{premier terme} \times \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1).$$

Méthode — Choisir la bonne méthode

On me demande...

J'utilise...

un terme proche du début

la récurrence, terme après terme

un terme de rang éloigné

$u_n = u_0 \times q^n$ (§3)

beaucoup de termes, un tableau

le tableur ou une boucle `for` (§4)

un graphique

le nuage de points, sans relier (§5)

« à partir de quand... »

tableau, tableur ou boucle `while` (§7)

un total, un cumul

la somme de n termes (§8)

Méthode — Vérifier sa réponse

1. Ma raison est-elle ce qui *reste* (0,85 pour -15%) et non le taux ?
 2. Ai-je élevé à la puissance, et pas multiplié par n ?
 3. Mon rang correspond-il à la bonne année, sachant que le rang 0 existe ?
 4. Ma somme compte-t-elle le bon nombre de termes ?
 5. Un terme décroissant est-il resté positif ?
- Une valeur a-t-elle un sens dans le contexte, avec son unité ?

Remarque — Ce que ce chapitre ne demande pas

La formule de la somme n'est **pas à mémoriser** : elle est donnée. Les suites de raison négative, les suites définies par $u_{n+1} = a u_n + b$ (qui décrivent par exemple le remboursement d'un emprunt) et la recherche d'une limite ne sont pas au programme.