

Devoir surveillé – Sujet B

Chapitre 1 – Statistiques à deux variables

Terminale Bac Pro – Mathématiques

Version professeur

Édition : 23 septembre 2026

Capacité(s) : C1 à C5 – l'ensemble du chapitre : ajustement affine et R^2 , choix d'un modèle, changement de variable indiqué, interpolation et extrapolation, corrélation et causalité.

Durée : 1 heure **Barème :** sur 20 points

Aides autorisées : calculatrice autorisée (mode examen) ; documents non autorisés

Compétences évaluées : **APP** s'approprier ■ **REA** réaliser ■ **ANA** analyser ■ **VAL** valider ■ **COM** communiquer.
Recopier les équations avec les arrondis demandés ; une prévision précise toujours « interpolation » ou « extrapolation ».

Partie A — Un ajustement affine

6 points

Un technicien relève, pour six semaines, la durée totale x de fonctionnement des machines d'un atelier et la consommation électrique y de l'atelier.

Durée x (h)	20	35	50	70	85	100
Consommation y (kWh)	410	650	905	1 220	1 470	1 720

Question A.1

2 points — REA

Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en fonction de x (a au dixième, b à l'unité) et R^2 au millièm.

Correction — Question A.1

$$y \approx 16,4x + 81, R^2 \approx 1,000.$$

2 pts

Barème : 0,5 pt par coefficient, 1 pt pour R^2 ; modèle Proportionnel : 0 pt.

Question A.2

2 points — ANA

Interpréter les coefficients a et b dans la situation, avec leurs unités.

Correction — Question A.2

$a \approx 16,4$ kWh par heure : chaque heure de fonctionnement supplémentaire consomme environ 16,4 kWh.
1 pt

$b \approx 81$ kWh : consommation même sans machine en marche (éclairage, veilles) ; valeur prévue pour $x = 0$, hors des relevés.
1 pt

Barème : 0,5 pt pour le sens, 0,5 pt pour l'unité, par coefficient.

Question A.3

2 points — REA/VAL

Estimer y pour 60 heures. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ? L'estimation est-elle fiable ?

Correction — Question A.3

$16,4 \times 60 + 81 = 1 065$ kWh ; interpolation (60 est dans la plage des relevés), et R^2 proche de 1 : estimation fiable.
2 pts

Barème : 1 pt pour le calcul, 1 pt pour le type et le jugement.

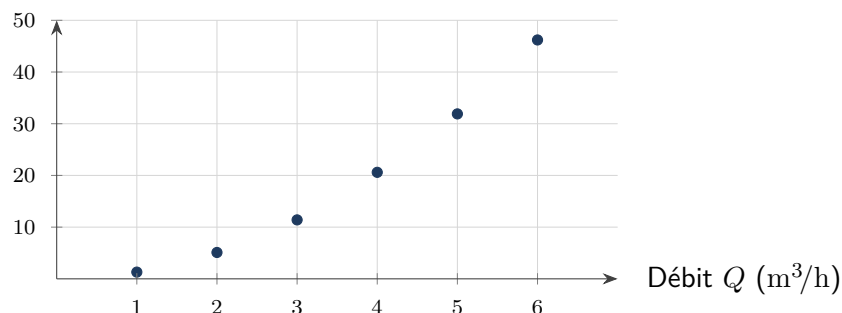
Partie B — Choisir un modèle

8 points

On mesure la perte de charge ΔP dans une conduite de chauffage selon le débit Q de l'eau.

Débit Q (m ³ /h)	1	2	3	4	5	6
$z = Q^2$						
Perte de charge ΔP (kPa)	1,3	5,1	11,4	20,6	31,9	46,2

Perte de charge ΔP (kPa)



Nuage des six mesures : Q en abscisse, ΔP en ordonnée ; seuls les points mesurés sont tracés.

Question B.1

2 points — ANA

Réaliser l'ajustement linéaire de ΔP en fonction de Q (équation au dixième près, R^2). Que prévoit ce modèle pour $Q = 0,5$? Conclure.

Correction — Question B.1

$\Delta P \approx 8,97 Q - 11,99$, $R^2 \approx 0,957$. Pour $Q = 0,5$: $8,97 \times 0,5 - 11,99 \approx -7,5$ kPa, une perte de charge négative, impossible. Le nuage se courbe vers le haut : le modèle linéaire est à écarter.

2 pts

Barème : 1 pt équation et R^2 , 1 pt calcul et conclusion.

Question B.2

2 points — REA/VAL

Réaliser l'ajustement quadratique puis l'ajustement puissance de ΔP en fonction de Q et donner les deux R^2 . Permettent-ils de départager ces deux modèles ?

Correction — Question B.2

Quadratique : $\Delta P \approx 1,295 Q^2 - 0,088 Q + 0,09$, $R^2 \approx 1,000$. Puissance : $\Delta P \approx 1,290 Q^{1,99}$, $R^2 \approx 1,000$. Les deux R^2 sont égaux au millièm : ils ne départagent pas les modèles. On remarque que l'exposant du modèle puissance vaut presque 2.

2 pts

Barème : 0,5 pt par R^2 , 1 pt pour la conclusion.

Question B.3

3 points — REA

On indique le changement de variable $z = Q^2$. Compléter la ligne des z du tableau, ajuster ΔP en fonction de z (a au millièm, b au centièm) et donner R^2 . En déduire ΔP en fonction de Q , en négligeant b .

Correction — Question B.3

z : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36. $\Delta P \approx 1,283 z - 0,04$, $R^2 \approx 1,000$. $\Delta P \approx 1,28 Q^2$.

3 pts

Barème : 1 pt ligne des z , 1 pt ajustement, 1 pt retour aux variables initiales ; retour oublié (ΔP en fonction de z seulement) : 0 pt sur ce dernier point.

Question B.4**1 point — VAL**

Contrôler le modèle obtenu pour $Q = 4$.

Correction — Question B.4

$Q = 4$: $1,28 \times 16 \approx 20,5$, pour 20,6 mesurés : le modèle convient.

1 pt**Partie C — Utiliser le modèle et le critiquer****6 points**

On utilise le modèle $\Delta P \approx 1,28 Q^2$ de la partie B.

Question C.1**2 points — REA**

Estimer ΔP pour $Q = 2,5$, puis répondre : Pour quel débit la perte de charge atteint-elle 25 kPa ? Préciser chaque fois interpolation ou extrapolation.

Correction — Question C.1

$1,28 \times 6,25 = 8,0$ kPa ; interpolation. $Q = \sqrt{\frac{25}{1,28}} \approx 4,42$ m³/h ; interpolation.

2 pts

Barème : 1 pt par estimation (0,5 pt pour la valeur, 0,5 pt pour le type).

Question C.2**2 points — VAL**

On envisage un débit de 15 m³/h. Estimer la perte de charge. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ? Le résultat est-il fiable ?

Correction — Question C.2

$1,28 \times 225 = 288$ kPa ; extrapolation très loin des mesures (1 à 6 m³/h) : la loi en Q^2 reste plausible, mais la pompe de l'installation ne fournirait sans doute pas un tel débit et l'écoulement peut changer de régime. Résultat à prendre comme un ordre de grandeur, pas comme une prévision sûre.

2 pts

Barème : 1 pt pour le calcul, 1 pt pour une réserve argumentée.

Question C.3**2 points — COM**

Sur trente bâtiments, la consommation d'eau annuelle et le nombre de fuites détectées sont corrélés ($R^2 = 0,90$). Un stagiaire en conclut : « consommer de l'eau provoque des fuites ». Rédiger une réponse argumentée en citant un facteur commun.

Correction — Question C.3

La corrélation (R^2 proche de 1) ne prouve pas une cause. Facteur commun : la **taille du bâtiment** (longueur du réseau, nombre d'occupants) : un grand bâtiment consomme plus d'eau et a plus de canalisations susceptibles de fuir. Conclusion correcte : les deux grandeurs sont corrélées parce qu'elles dépendent toutes deux de ce facteur.

2 pts

Barème : 1 pt pour « corrélation n'est pas causalité », 1 pt pour un facteur commun pertinent.