

Version professeur

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 1****Statistiques à deux variables**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Rappel de cours — Avant de commencer

Ce chapitre prolonge celui de Première : on sait déjà afficher un nuage de points, obtenir à la calculatrice l'équation d'une droite d'ajustement et son coefficient de détermination R^2 , estimer une valeur et distinguer corrélation et causalité. Il faut aussi savoir calculer l'image d'un nombre par une fonction simple $(ax + b, x^2, \frac{1}{x})$ et lire un graphique. La calculatrice (ou un tableur) est indispensable pendant tout le chapitre.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Réaliser un ajustement affine à l'aide d'outils numériques, déterminer le coefficient de détermination R^2 et évaluer la pertinence de l'ajustement (<i>reprise de Première</i>)	§1	2 él. 2
C2 – À l'aide d'outils numériques, choisir un modèle adapté pour réaliser un ajustement d'un nuage de points associé à une série statistique à deux variables	§2	3 él. 3
C3 – Se ramener à un ajustement affine par un changement de variable indiqué, puis revenir à la relation entre les variables initiales	§3	6 él. 6
C4 – Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues	§4	7 él. 8
C5 – Distinguer corrélation et causalité : un coefficient de détermination proche de 1 ne prouve pas une relation de cause à effet (<i>reprise de Première</i>)	§5	9 él. 9
Aller plus loin – Le changement de variable $z = \log(y)$, repris au chapitre 5	§6	10 él. 10

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Dans tout le chapitre, l'énoncé indique le sens de l'ajustement : on ajuste y en fonction de x . Aucune justification théorique du modèle n'est demandée ; on le choisit en regardant le nuage, en comparant les R^2 et en contrôlant les valeurs qu'il prévoit.

1 Ajuster un nuage par une droite : les acquis de Première (C1)

Définition — Série à deux variables et ajustement

Une **série statistique à deux variables** est une liste de couples $(x_i; y_i)$: chaque couple réunit deux mesures faites sur une même observation. Placés dans un repère, ces couples forment le **nuage de points** ; on ne relie pas les points.

Ajuster y en fonction de x , c'est choisir une fonction f dont la courbe passe au plus près des points : on remplace alors le nuage par un **modèle** $y = f(x)$.

Définition — Droite d'ajustement et coefficient de détermination

L'outil numérique fournit la droite des **moindres carrés** $y = ax + b$: parmi toutes les droites, c'est celle qui rend la plus petite possible la somme des carrés des écarts verticaux entre les points et la droite.

Il affiche aussi le **coefficient de détermination** R^2 , compris entre 0 et 1. Plus R^2 est proche de 1, plus les points sont proches de la courbe du modèle. Il n'existe pas de seuil universel : R^2 se lit avec le nuage.

Méthode — Avec la calculatrice NumWorks

1. Ouvrir l'application **Régressions**, onglet **Données** : saisir les x dans la colonne X1 et les y dans la colonne Y1, un couple par ligne. **2.** Onglet **Graphique** : le nuage s'affiche. Ouvrir le menu **Régression**, choisir **Modèle** puis le modèle voulu (ici **Linéaire**). **3.** Lire les coefficients a et b et le coefficient de détermination R^2 ; ils figurent aussi dans l'onglet **Stats**. **4.** Écrire l'équation avec les arrondis demandés.

Au tableur : tracer un nuage de points (diagramme XY), ajouter une **courbe de tendance** et cocher « afficher l'équation » et « afficher le coefficient de détermination R^2 ».

Exemple — Chauffage d'une maison

On a relevé, pour six mois d'hiver, la température extérieure moyenne T du mois et la consommation de gaz C du chauffage d'une maison.

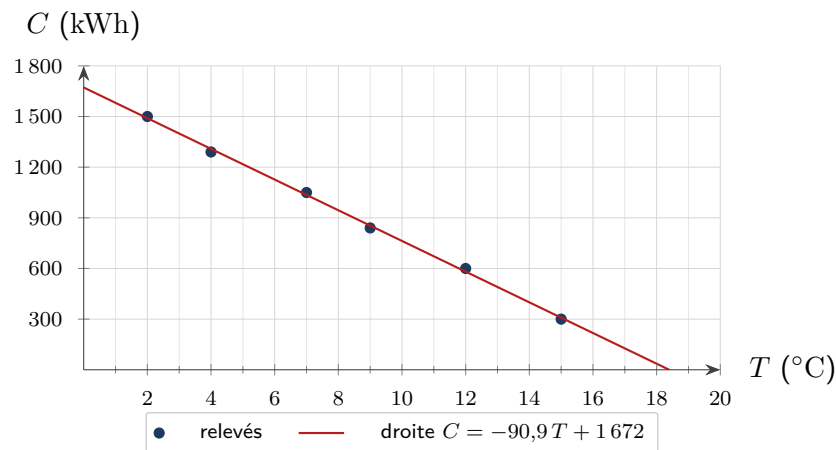
Température T (°C)	2	4	7	9	12	15
Consommation C (kWh)	1 500	1 290	1 050	840	600	300

On ajuste C en fonction de T . La calculatrice donne $a \approx -90,88$, $b \approx 1\,672,2$ et $R^2 \approx 0,999$. On retient :

$$C \approx -90,9T + 1\,672$$

R^2 est très proche de 1 et le nuage est allongé le long d'une droite : l'ajustement affine est pertinent.

Lire les coefficients. $a \approx -90,9$: quand la température moyenne augmente de 1 °C, la consommation baisse d'environ 91 kWh dans le mois. $b \approx 1\,672$: consommation prévue pour un mois à 0 °C — une valeur hors des relevés, donc à prendre avec prudence.



Nuage des six relevés (température en abscisse, consommation en ordonnée) et droite d'ajustement tracée de 0°C à 18°C : les points sont presque alignés, la droite passe au milieu d'eux.

Erreur fréquente — Ne pas relier les points, ne pas forcer l'origine

Le nuage ne se trace pas « point à point » : c'est la droite d'ajustement qui résume la tendance. Et l'on choisit le modèle **Linéaire** $y = ax + b$, pas **Proportionnelle** $y = ax$: rien n'oblige la droite à passer par l'origine.

Application 1 – L'allongement d'un ressort

On suspend des masses m à un ressort et l'on mesure sa longueur L .

Masse m (g)	50	100	150	200	250	300
Longueur L (cm)	12,4	14,9	17,3	19,8	22,4	24,8

- À la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de L en fonction de m (a au millième, b au dixième) et la valeur de R^2 .
- L'ajustement affine est-il pertinent ? Justifier.
- Interpréter a et b dans la situation, avec leurs unités.

Correction — Application 1

- $a \approx 0,0497$ et $b = 9,9$: $L \approx 0,050m + 9,9$, avec $R^2 \approx 0,9999$ (la calculatrice arrondit parfois à 1).
- Oui : R^2 est pratiquement égal à 1 et les six points sont alignés.
- $a \approx 0,050$: le ressort s'allonge d'environ 0,05 cm par gramme ajouté, soit 5 cm pour 100 g.
 $b \approx 9,9$: longueur prévue sans masse accrochée, c'est-à-dire la longueur du ressort à vide, environ 9,9 cm.

Conduite : faire saisir les données à tous avant de commenter ; vérifier le choix « Linéaire » et non « Proportionnelle ». En physique-chimie, a est lié à la raideur du ressort (bivalence mécanique).

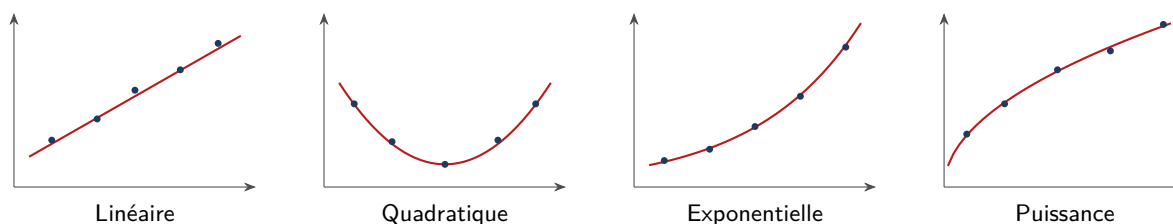
2 Choisir un modèle adapté (C2)

Un nuage n'a pas toujours la forme d'une droite. L'outil numérique propose d'autres modèles ; le chapitre utilise les quatre suivants.

Définition — Quatre modèles proposés par l'outil numérique

Modèle (NumWorks)	Équation	Allure du nuage
Linéaire	$y = ax + b$	points alignés
Quadratique (second degré)	$y = ax^2 + bx + c$	arc de parabole, en « U » ou en « ∩ »
Exponentielle	$y = a \times b^x$	monte (ou descend) de plus en plus vite (ou de moins en moins vite), sans changer de sens
Puissance	$y = a \times x^b$	pour $x > 0$: courbe issue de l'origine si $b > 0$, qui descend vers l'axe des abscisses si $b < 0$

Pour chaque modèle, l'outil affiche l'équation et le coefficient de détermination R^2 .



Quatre repères sans graduation, de gauche à droite : un nuage aligné et sa droite ; un nuage en « U » et son arc de parabole ; un nuage qui monte de plus en plus vite et sa courbe exponentielle ; un nuage qui part de l'origine et s'aplatit, et sa courbe puissance.

Méthode — Choisir un modèle en quatre gestes

1. Regarder le nuage. Est-il aligné ? courbé vers le haut, vers le bas ? en « U » ? **2. Essayer les modèles plausibles** à l'outil numérique et noter pour chacun l'équation et R^2 . **3. Comparer les R^2** : le modèle le plus proche du nuage a le R^2 le plus proche de 1. **4. Contrôler le sens du modèle** : prévoit-il des valeurs impossibles (durée ou tension négative) ? se comporte-t-il comme le phénomène, par exemple sans remonter quand la grandeur ne peut que diminuer ?

Indice sur un tableau à pas régulier (les x augmentent toujours de la même quantité) : des **écarts** $y_{i+1} - y_i$ constants orientent vers un modèle **linéaire** ; des **rapports** $\frac{y_{i+1}}{y_i}$ constants orientent vers un modèle **exponentiel**.

Exemple — Décharge d'un condensateur

Un condensateur chargé se décharge dans une résistance. On relève la tension u à ses bornes toutes les deux secondes.

Temps t (s)	0	2	4	6	8	10	12
Tension u (V)	12,0	7,7	4,9	3,1	2,0	1,3	0,8

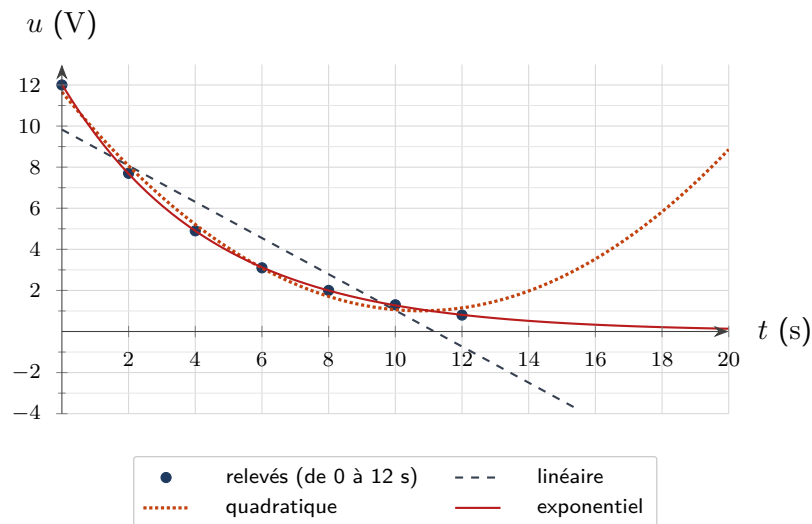
1. Le nuage descend de moins en moins vite : ce n'est pas une droite. **2 et 3. Trois modèles essayés :**

Modèle	Équation (arrondie)	R^2
Linéaire	$u \approx -0,88t + 9,83$	0,879
Quadratique	$u \approx 0,092t^2 - 1,98t + 11,66$	0,994
Exponentielle	$u \approx 12,03 \times 0,799^t$	1,000

4. Contrôle. La droite prévoit $u \approx -2,5$ V à $t = 14$ s : une tension négative, impossible pour un condensateur qui se vide. La parabole a un R^2 élevé, mais elle remonte après $t \approx 11$ s et prévoit près de

9 V à $t = 20$ s : le condensateur se rechargerait tout seul. Le modèle exponentiel ne présente aucun de ces défauts. Les rapports confirment le choix : $\frac{7,7}{12} \approx \frac{4,9}{7,7} \approx \frac{3,1}{4,9} \approx 0,64$.

Conclusion : on retient $u \approx 12,03 \times 0,799^t$, que l'on peut arrondir en $u \approx 12 \times 0,8^t$.



Les sept relevés de la décharge (temps en abscisse, tension en ordonnée) et les trois modèles prolongés jusqu'à 20 s : la droite devient négative, la parabole remonte, seule la courbe exponentielle continue de descendre vers 0.

Erreur fréquente — Le plus grand R^2 ne suffit pas

R^2 compare le modèle aux points *mesurés*, pas à ce que le phénomène fera ensuite. Un modèle au R^2 élevé peut prévoir des valeurs absurdes : c'est le geste 4 qui l'écarte.

Application 2 – Écarts ou rapports ?

Sans calculatrice, pour chaque tableau, calculer les écarts puis les rapports entre deux valeurs successives de y , et dire quel modèle essayer en premier.

a.						b.					
x	0	1	2	3	4	x	0	1	2	3	4
y	5	8	11	14	17	y	3	6	12	24	48

c. Même question pour : $x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5$ et $y : 2 ; 8 ; 18 ; 32 ; 50$. Vérifier ensuite que $y = 2x^2$ convient.

Correction — Application 2

a. Écarts : 3 ; 3 ; 3 ; 3, constants. Modèle **linéaire** : $y = 3x + 5$.

b. Écarts : 3 ; 6 ; 12 ; 24, non constants. Rapports : 2 ; 2 ; 2 ; 2, constants. Modèle **exponentiel** : $y = 3 \times 2^x$.

c. Écarts : 6 ; 10 ; 14 ; 18, non constants. Rapports : 4 ; 2,25 ; 1,78 ; 1,56, non constants. Ni linéaire ni exponentiel : on essaie un modèle quadratique ou puissance. $2 \times 1^2 = 2$, $2 \times 2^2 = 8$, $2 \times 3^2 = 18$, $2 \times 4^2 = 32$, $2 \times 5^2 = 50$: $y = 2x^2$ convient.

Conduite : l'indice ne vaut que si les x avancent d'un pas constant ; le rappeler avant de laisser chercher.

Application 3 – Une culture de bactéries

On compte le nombre N de bactéries d'une culture, en millions, toutes les heures.

Temps t (h)	0	1	2	3	4	5
Nombre N (millions)	1,2	1,9	3,1	4,8	7,7	12,3

- a. À la calculatrice, réaliser un ajustement linéaire puis un ajustement exponentiel de N en fonction de t . Noter les deux équations et les deux R^2 .
 b. Quel modèle choisir ? Donner deux arguments.

Correction — Application 3

- a. Linéaire : $N \approx 2,13t - 0,16$, $R^2 \approx 0,902$. Exponentielle : $N \approx 1,20 \times 1,59^t$, $R^2 \approx 1,000$.
 b. On choisit le modèle **exponentiel** : son R^2 est plus proche de 1 ; les rapports successifs (1,58 ; 1,63 ; 1,55 ; 1,60 ; 1,60) sont presque constants ; et la droite prévoit $N \approx -0,16$ million à $t = 0$, un nombre négatif de bactéries. Deux arguments parmi ces trois suffisent.

3 Se ramener à une droite par un changement de variable (C3)**Définition — Changement de variable indiqué**

Quand le nuage n'est pas aligné, l'énoncé peut indiquer une **nouvelle variable** z , calculée à partir de x : par exemple $z = x^2$ ou $z = 1/x$. Si le nuage des points $(z ; y)$ est aligné, on réalise un ajustement **affine** de y en fonction de z : $y = az + b$. On remplace enfin z par son expression pour revenir aux variables de départ :

$$y = ax^2 + b \quad \text{ou} \quad y = \frac{a}{x} + b$$

Méthode — Changer de variable en quatre étapes

1. Compléter la colonne des z (sur la NumWorks, une colonne peut être remplie par une formule, par exemple $X2 = X1^2$). 2. Ajuster y en fonction de z avec le modèle **Linéaire** ; lire a , b et R^2 . 3. Écrire le modèle en z , puis remplacer z par son expression en x . 4. Contrôler sur une ligne du tableau que le modèle redonne à peu près la valeur mesurée.

Exemple — Puissance d'une résistance chauffante

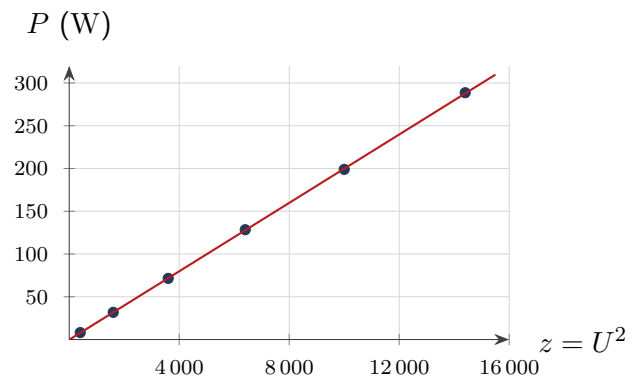
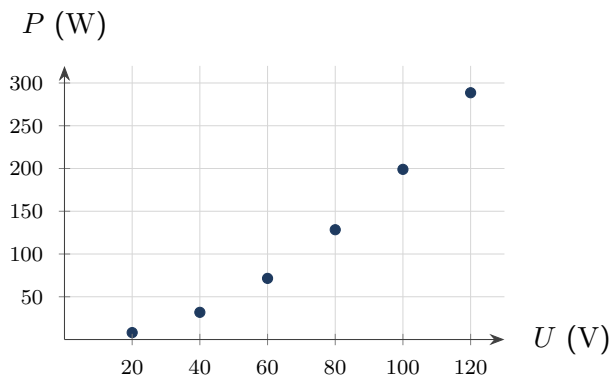
On mesure la puissance P reçue par une résistance chauffante pour plusieurs tensions U . L'énoncé indique le changement de variable $z = U^2$.

Tension U (V)	20	40	60	80	100	120
$z = U^2$	400	1 600	3 600	6 400	10 000	14 400
Puissance P (W)	8,1	31,8	71,5	128,4	199,0	288,6

Étapes 1 et 2. L'ajustement affine de P en fonction de z donne $P \approx 0,020z - 0,22$ avec $R^2 \approx 1,000$: les points $(z ; P)$ sont alignés. **Étape 3.** On remplace z par U^2 : $P \approx 0,020U^2 - 0,22$. Le terme $-0,22$ est négligeable devant des puissances de 8 à 289 W : $P \approx 0,02U^2$. **Étape 4.** Pour $U = 60$: $0,02 \times 3 600 = 72$, pour 71,5 mesurés.

Un ajustement affine de P en fonction de U aurait donné $P \approx 2,80U - 74,9$ ($R^2 \approx 0,957$) et une puissance négative à $U = 20$ V.

En physique-chimie, la loi de Joule s'écrit $P = \frac{U^2}{R}$: le coefficient 0,02 vaut $\frac{1}{R}$, d'où $R = 50 \Omega$.



À gauche, le nuage des mesures $(U; P)$ se courbe vers le haut. À droite, les mêmes mesures placées en fonction de $z = U^2$ sont alignées sur la droite $P = 0,02z - 0,22$.

Erreur fréquente — Revenir aux variables de départ

Le modèle $P \approx 0,020z - 0,22$ relie P à z , pas à U . Remplacer z par U dans une prévision donne un résultat faux : pour $U = 100$, on calcule $0,02 \times 100^2 = 200$, et non $0,02 \times 100 = 2$.

Application 4 – Une seringue fermée

On enferme de l'air dans une seringue bouchée et l'on mesure sa pression P pour plusieurs volumes V . On indique le changement de variable $z = \frac{1}{V}$.

Volume V (mL)	50	80	100	125	200	250
$z = \frac{1}{V}$		0,0125		0,008		0,004
Pression P (hPa)	2 010	1 245	1 003	797	502	398

- Compléter la ligne des z .
- Réaliser l'ajustement affine de P en fonction de z : équation (a à l'unité, b au dixième) et R^2 .
- En déduire P en fonction de V , puis contrôler le modèle pour $V = 100$.

Correction — Application 4

- z : 0,02 ; 0,0125 ; 0,01 ; 0,008 ; 0,005 ; 0,004.
- $P \approx 100\,560z - 4,7$, avec $R^2 \approx 1,000$.
- $P \approx \frac{100\,560}{V} - 4,7$. Pour $V = 100$: $1\,005,6 - 4,7 \approx 1\,001$ hPa, pour 1 003 mesurés.

Conduite : faire remarquer que $P \times V$ reste voisin de 100 000 : c'est la loi de Boyle-Mariotte, que les élèves retrouvent ici sans l'avoir apprise. Un ajustement affine de P en fonction de V donnerait seulement $R^2 \approx 0,788$.

4 Interpoler et extrapoler avec un modèle (C4)

Définition — Interpolation et extrapolation

Les données couvrent un intervalle $[x_{\min}; x_{\max}]$. Estimer une valeur avec le modèle pour un x **dans** cet intervalle, c'est **interpoler** ; pour un x **en dehors**, c'est **extrapoler**.

L'interpolation reste proche des mesures qui ont servi à construire le modèle. L'extrapolation suppose que le phénomène garde le même comportement hors des mesures : elle est d'autant plus risquée qu'on s'en éloigne, et elle peut donner des valeurs impossibles.

Méthode — Estimer une valeur avec un modèle

Connaissant x : remplacer x dans l'équation du modèle et calculer y . **Connaissant y** : chercher x tel que $f(x) = y$; dans l'application Régressions, utiliser **Prédiction sachant Y** (et **Prédiction sachant X** pour le cas précédent), ou lire un tableau de valeurs du modèle. **Dans les deux cas** : donner l'unité, dire s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation, et juger si le résultat est vraisemblable.

Exemple — Trois estimations pour le condensateur

Le modèle retenu au §2 est $u \approx 12,03 \times 0,799^t$, construit sur des mesures de 0 à 12 s.

- **Tension à $t = 5$ s.** $12,03 \times 0,799^5 \approx 3,9$ V. C'est une **interpolation** : 5 est compris entre 0 et 12.
- **Instant où $u = 1$ V.** Prédiction sachant Y, ou tableau de valeurs : $t \approx 11,1$ s. C'est encore une **interpolation**.
- **Tension à $t = 30$ s.** $12,03 \times 0,799^{30} \approx 0,014$ V. C'est une **extrapolation** : le résultat est vraisemblable (le condensateur est presque vide), mais aucune mesure ne le confirme.



Axe du temps : le trait vert épais couvre les mesures, de 0 à 12 s. Les instants 5 et 11,1 s sont dessus (interpolation) ; l'instant 30 s est en dehors (extrapolation).

Application 5 – Estimer avec le modèle de la seringue

On utilise le modèle de l'application 4 : $P \approx \frac{100\,560}{V} - 4,7$, établi pour des volumes de 50 mL à 250 mL.

- Estimer la pression pour $V = 150$ mL, puis pour $V = 40$ mL. Préciser chaque fois s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.
- Pour quel volume la pression vaut-elle 1 600 hPa ?

Correction — Application 5

- $V = 150$: $\frac{100\,560}{150} - 4,7 \approx 666$ hPa, interpolation (150 est entre 50 et 250). $V = 40$: $\frac{100\,560}{40} - 4,7 \approx 2\,509$ hPa, extrapolation ($40 < 50$).
- $\frac{100\,560}{V} - 4,7 = 1\,600$ donne $\frac{100\,560}{V} = 1\,604,7$, soit $V = \frac{100\,560}{1\,604,7} \approx 62,7$ mL (Prédiction sachant Y donne la même valeur). C'est une interpolation.

Application 6 – Jusqu'où va le modèle du chauffage ?

On reprend le modèle $C \approx -90,9T + 1\,672$ du §1, établi pour des mois dont la température moyenne va de 2°C à 15°C .

- Calculer C pour $T = 22^\circ\text{C}$. Interpolation ou extrapolation ? Commenter.
- Pour quelle température le modèle prévoit-il une consommation nulle ? Que signifie ce résultat pour l'usage du modèle ?

Correction — Application 6

a. $-90,9 \times 22 + 1\,672 \approx -328 \text{ kWh}$: extrapolation, et résultat impossible, une consommation ne peut pas être négative.

b. $-90,9T + 1\,672 = 0$ donne $T = \frac{1\,672}{90,9} \approx 18,4^\circ\text{C}$. Au-delà, le modèle prévoit une consommation négative : on ne chauffe plus, et le modèle affine n'a plus de sens. On ne l'utilise que sur la plage des mesures, ou un peu au-delà en le disant.

5 Corrélation et causalité (C5)**Définition — Corrélation, causalité**

Deux variables sont **corrélées** quand elles varient ensemble : leur nuage est proche de la courbe d'un modèle, et R^2 est proche de 1. Il y a **causalité** quand l'une des deux grandeurs agit réellement sur l'autre.

Une corrélation, même forte, ne prouve pas une causalité. Et ajuster y en fonction de x ne veut pas dire que x est la cause de y : c'est seulement le sens choisi pour l'étude.

Exemple — Glaces et sauvetages

Sur une plage, on a relevé chaque mois, d'avril à septembre, le nombre de glaces vendues par un kiosque (en milliers) et le nombre d'interventions des sauveteurs.

Mois	avr.	mai	juin	juil.	août	sept.
Glaces vendues (milliers)	2,1	3,4	5,8	7,9	7,2	4,0
Interventions	4	5	12	14	15	6

L'ajustement affine des interventions en fonction des glaces donne $R^2 \approx 0,94$: les deux séries sont fortement corrélées. Pourtant, vendre des glaces ne provoque pas d'accidents de baignade. Un **facteur commun** agit sur les deux : quand il fait chaud, la plage est plus fréquentée ; on y achète plus de glaces et on s'y baigne davantage.

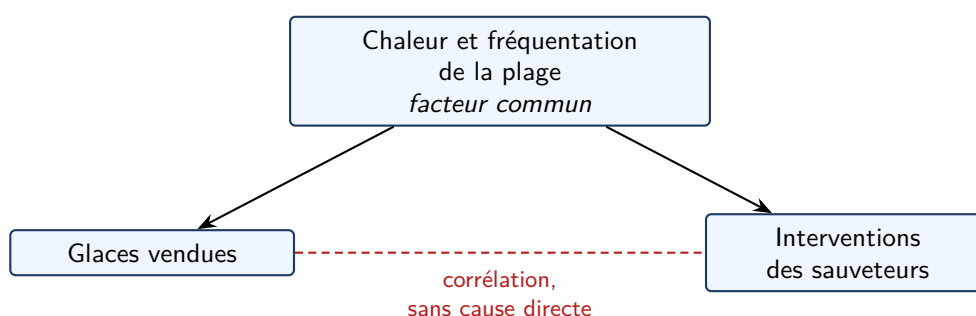


Schéma d'explication : deux flèches partent du facteur commun vers chacune des deux séries ; le trait rouge en tirets entre les séries représente la corrélation observée, qui n'est pas une flèche de cause à effet.

Méthode — Avant de conclure à une cause

1. Chercher un **facteur commun** qui ferait varier les deux grandeurs. 2. Se demander si les deux séries n'augmentent pas simplement **avec le temps**, chacune pour ses propres raisons. 3. Chercher un **mécanisme** connu (une loi physique, un procédé) et, si possible, une **expérience** où l'on fait varier x seul, toutes choses égales par ailleurs. 4. Rédiger prudemment : « les deux grandeurs sont corrélées » plutôt que « x fait augmenter y ».

Remarque — Quand la cause est établie

Pour la résistance chauffante du §3, on fait varier la tension soi-même et une loi physique explique le résultat : la tension est bien la cause de la puissance reçue. La corrélation n'est alors qu'une confirmation ; la preuve vient de l'expérience et du mécanisme.

Application 7 – Cinémas et pharmacies

Sur douze villes, on a relevé le nombre de cinémas et le nombre de pharmacies. L'ajustement affine du nombre de pharmacies en fonction du nombre de cinémas donne $R^2 = 0,93$. Une élue en conclut : « ouvrir un cinéma fera venir des pharmacies ».

- Pourquoi ce raisonnement est-il faux ?
- Proposer un facteur commun aux deux grandeurs.
- Rédiger une conclusion correcte en une phrase.

Correction — Application 7

- $R^2 = 0,93$ montre seulement une corrélation forte ; il ne dit rien du sens ni de l'existence d'une cause. Aucun mécanisme ne relie un cinéma à l'installation d'une pharmacie.
- La **population** de la ville : une grande ville a plus de cinémas et plus de pharmacies.
- « Dans ces douze villes, le nombre de pharmacies et le nombre de cinémas sont fortement corrélés, probablement parce que tous deux augmentent avec la population. »

6 Aller plus loin – Le changement de variable $z = \log(y)$ **Remarque — Ce que fait la calculatrice pour un modèle exponentiel**

Le logarithme décimal, noté $\log$, est étudié au chapitre 5. On peut déjà calculer $\log(y)$ avec la touche **log** de la calculatrice. Pour un modèle exponentiel $y = a \times b^x$, le nuage des points $(x ; \log y)$ est **aligné** : c'est ainsi que l'outil numérique obtient le modèle, par un ajustement affine de $z = \log(y)$ en fonction de x .

Exemple — Le condensateur, vu à travers le logarithme

t (s)	0	2	4	6	8	10	12
$z = \log(u)$	1,079	0,886	0,690	0,491	0,301	0,114	-0,097

L'ajustement affine de z en fonction de t donne $z \approx -0,0975t + 1,080$ avec $R^2 \approx 1,000$. Or $10^{1,080} \approx 12,0$ et $10^{-0,0975} \approx 0,799$: on retrouve le modèle $u \approx 12,0 \times 0,799^t$ du §2. Les règles de calcul qui justifient ce retour seront vues au chapitre 5.

Application 8 – Aller plus loin : les bactéries

On reprend les bactéries de l'application 3.

- Calculer $z = \log(N)$ pour chaque heure (au millième).
- Réaliser l'ajustement affine de z en fonction de t ; donner l'équation et R^2 .
- Calculer 10^b et 10^a : retrouve-t-on le modèle de l'application 3 ?

Correction — Application 8

- z : 0,079 ; 0,279 ; 0,491 ; 0,681 ; 0,886 ; 1,090.
- $z \approx 0,202t + 0,080$, avec $R^2 \approx 1,000$: les points sont alignés.
- $10^{0,080} \approx 1,20$ et $10^{0,202} \approx 1,59$: on retrouve $N \approx 1,20 \times 1,59^t$.

Conduite : partie facultative, à proposer aux élèves rapides ou à reprendre au chapitre 5 ; aucune question d'évaluation n'en dépend.

Bilan – Je sais faire**À retenir****Ajuster, choisir, prévoir, interpréter**

Un modèle $y = f(x)$ résume un nuage de points. On le **choisit** en regardant le nuage, en comparant les R^2 et en contrôlant qu'il ne prévoit rien d'impossible. On l'**utilise** pour estimer une valeur, en disant s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation. Un R^2 proche de 1 montre une **corrélation**, jamais à lui seul une **cause**.

Méthode — Quel geste pour quelle question ?**On demande...****On fait...**

l'équation d'un ajustement	saisir les couples, choisir le modèle indiqué, arrondir a , b
de choisir un modèle	nuage, puis R^2 de chaque modèle, puis contrôle des prévisions
d'utiliser un changement de variable	colonne z , ajustement affine de y en z , retour en x
une valeur de y connaissant x	remplacer x ; interpolation ou extrapolation ?
une valeur de x connaissant y	Prédiction sachant Y ou tableau de valeurs
si x est la cause de y	facteur commun ? mécanisme ? expérience ?

Méthode — Vérifier sa réponse

- Ai-je ajusté dans le sens demandé (y en fonction de x) et choisi le bon modèle (Linéaire et non Proportionnelle) ?
- Mon modèle final est-il écrit avec les variables de départ ?
- Le modèle retenu prévoit-il des valeurs possibles ?
- Ai-je donné l'unité et dit « interpolation » ou « extrapolation » ?
- Ma conclusion parle-t-elle de corrélation, sans affirmer de cause non prouvée ?

Remarque — Ce que ce chapitre ne demande pas

Aucune justification théorique du modèle, aucune formule des moindres carrés à appliquer à la main, aucune théorie sur R^2 . Le coefficient r , affiché par la calculatrice pour le modèle linéaire, n'est pas le critère utilisé : on se fie à R^2 . Le changement de variable par le logarithme est un prolongement, repris au chapitre 5.