

Version professeur

Mathématiques – Terminale Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 1****Statistiques à deux variables**

Édition : 23 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les cinq capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. La calculatrice (ou un tableur) est nécessaire presque partout : on y saisit les couples, on choisit le modèle indiqué et l'on recopie l'équation avec les arrondis demandés. Écrire chaque fois une phrase de réponse, avec l'unité quand la grandeur en a une, et préciser « interpolation » ou « extrapolation » quand on fait une prévision. Les corrections suivent chaque exercice dans cette version.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Réaliser un ajustement affine à l'aide d'outils numériques, déterminer le coefficient de détermination R^2 et évaluer la pertinence de l'ajustement (<i>reprise de Première</i>)	1 à 5	2
C2 – À l'aide d'outils numériques, choisir un modèle adapté pour réaliser un ajustement d'un nuage de points associé à une série statistique à deux variables	6 à 10	5
C3 – Se ramener à un ajustement affine par un changement de variable indiqué, puis revenir à la relation entre les variables initiales	11 à 15	9
C4 – Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues	16 à 18	13
C5 – Distinguer corrélation et causalité : un coefficient de détermination proche de 1 ne prouve pas une relation de cause à effet (<i>reprise de Première</i>)	19 à 22	15
Aller plus loin – Le changement de variable $z = \log(y)$, repris au chapitre 5	23	17

Dans chaque capacité, les exercices vont de l'application guidée vers l'entraînement, puis le choix autonome d'une méthode ; le dernier fait contrôler un résultat ou analyser une erreur. Les exercices 16 et 17 réutilisent les modèles trouvés aux exercices 8 et 9.

C1 – Réaliser un ajustement affine à l'aide d'outils numériques, déterminer le coefficient de détermination R^2 et évaluer la pertinence de l'ajustement

Reprise de Première, à consolider. Prérequis : lire un tableau, placer un point.

Rappel de cours

À la calculatrice (NumWorks) : application **Régressions** ; saisir les x en X1 et les y en Y1 ; onglet **Graphique**, menu **Régression**, **Modèle Linéaire** (et non Proportionnelle) ; lire a , b et R^2 .

R^2 est compris entre 0 et 1 : plus il est proche de 1, plus les points sont proches de la droite. Il se lit avec le nuage, sans seuil universel.

Interpréter : a est la variation de y quand x augmente de 1 (unité de y par unité de x) ; b est la valeur prévue pour $x = 0$, souvent hors des données.

Exercice 1 — Un premier ajustement à la calculatrice

On donne la série statistique à deux variables suivante.

x	1	2	3	4	5	6
y	4,1	6,0	7,8	10,2	11,9	14,1

- Saisir les six couples dans l'application Régressions et afficher le nuage. Les points semblent-ils alignés ?
- Choisir le modèle Linéaire. Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en fonction de x (a et b arrondis au centième).
- Donner R^2 au millième. L'ajustement affine est-il pertinent ?

Correction de l'exercice 1

- Oui : les six points montent régulièrement et se placent presque sur une droite.
- $a \approx 2,00$ et $b \approx 2,01$: $y \approx 2,00x + 2,01$.
- $R^2 \approx 0,998$. Il est très proche de 1 et le nuage est allongé le long d'une droite : l'ajustement affine est pertinent.

À retenir : on regarde d'abord le nuage, puis R^2 ; les deux doivent aller dans le même sens.

Exercice 2 — La production d'une installation photovoltaïque

Pour une installation solaire posée sur un toit, on relève pendant sept jours la durée d'ensoleillement E et l'énergie électrique produite P .

Ensoleillement E (h)	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5
Production P (kWh)	3,1	5,9	8,2	11,4	13,6	16,9	19,2

- Donner l'équation de la droite d'ajustement de P en fonction de E (a et b au centième) et la valeur de R^2 .
- Interpréter le coefficient a avec son unité.
- Que représente b ? Pourquoi faut-il l'interpréter avec prudence ?

Correction de l'exercice 2

- $P \approx 1,80E + 0,37$, avec $R^2 \approx 0,998$.
- $a \approx 1,80$ kWh par heure : chaque heure d'ensoleillement supplémentaire correspond à environ 1,8 kWh produits en plus dans la journée.
- $b \approx 0,37$ kWh : production prévue pour une journée sans soleil direct (les panneaux captent aussi la lumière diffuse). Mais $E = 0$ est en dehors des relevés (1,5 à 10,5 h) : c'est une extrapolation, que rien

dans les données ne confirme.

Exercice 3 — Poser un parquet flottant

Une entreprise relève, sur six chantiers de pose de parquet flottant, la surface posée S et la durée du chantier t , préparation du sol comprise.

Surface S (m ²)	12	18	25	31	40	46
Durée t (h)	7,0	10,0	12,5	15,1	18,2	21,2

- Ajuster t en fonction de S : équation (a au centième, b au dixième) et R^2 .
- Interpréter a et b dans la situation.
- Un chef d'équipe affirme : « on pose environ 2,5 m² par heure ». Est-ce cohérent avec le modèle ? Justifier par un calcul.

Correction de l'exercice 3

- $t \approx 0,40 S + 2,4$, avec $R^2 \approx 0,997$.
- $a \approx 0,40$ h par m² : chaque mètre carré supplémentaire demande environ 0,4 h, soit 24 min. $b \approx 2,4$ h : durée qui ne dépend pas de la surface (préparation du sol, installation et rangement du chantier).
- $\frac{1}{0,40} = 2,5$: le modèle correspond bien à 2,5 m² posés par heure. L'affirmation est cohérente.

Exercice 4 — Deux séries, deux décisions

On a relevé la taille, la pointure et la dernière note de mathématiques de huit élèves.

Taille (cm)	158	163	167	170	174	178	182	186
Pointure	37	38	40	41	41	43	44	45
Note (sur 20)	11	8	14	9	15	12	10	13

- Réaliser l'ajustement affine de la pointure en fonction de la taille : équation (a et b au centième) et R^2 .
- Réaliser l'ajustement affine de la note en fonction de la taille. Donner seulement R^2 .
- Pour laquelle des deux séries une droite d'ajustement a-t-elle un intérêt ? Justifier.

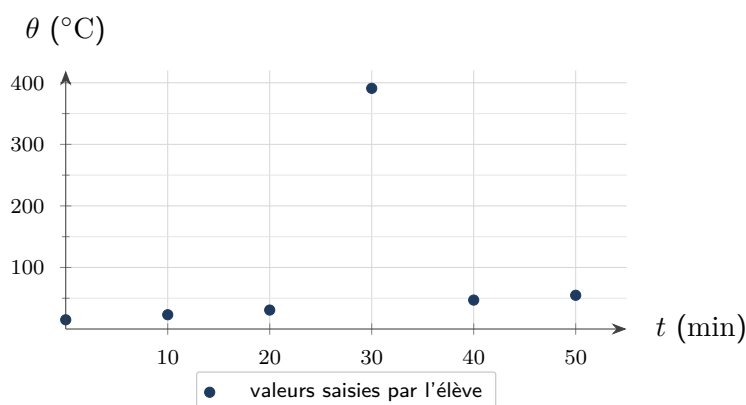
Correction de l'exercice 4

- pointure $\approx 0,29 \times \text{taille} - 8,75$, avec $R^2 \approx 0,980$.
- $R^2 \approx 0,082$.
- Pour la pointure : R^2 est proche de 1, les points sont proches d'une droite. Pour la note, R^2 est proche de 0 : le nuage est dispersé, une droite ne le résume pas et aucune prévision n'en découle.

Exercice 5 — Une saisie qui fausse tout

On chauffe l'eau d'un bain-marie de laboratoire et l'on relève sa température θ toutes les dix minutes. Un élève saisit les valeurs ci-dessous, obtient $\theta \approx 1,80t + 48,6$ avec $R^2 \approx 0,053$, et conclut : « la température ne dépend pas du temps de chauffe ».

Temps t (min)	0	10	20	30	40	50
Température saisie θ (°C)	15	23,2	30,8	391	47,0	54,8



Nuage des six valeurs saisies : temps en abscisse, température en ordonnée, graduée de 0 à 400 °C.

- Quel point du nuage est anormal ? Quelle erreur de saisie l'explique probablement ?
- Corriger la valeur, refaire l'ajustement affine de θ en fonction de t : équation (a au centième, b au dixième) et R^2 .
- Que penser de la conclusion de l'élève ?

Correction de l'exercice 5

- Le point (30 ; 391) : de l'eau à 391 °C est impossible, et les autres points montent d'environ 8 °C par dizaine de minutes. La virgule a été oubliée : il fallait saisir 39,1.
- $\theta \approx 0,80t + 15,1$, avec $R^2 \approx 1,000$ (la calculatrice affiche 0,9999).
- Elle est fautive : une seule erreur de saisie a fait chuter R^2 de 1 à 0,05. Avant de conclure, on regarde toujours le nuage.

C2 – À l'aide d'outils numériques, choisir un modèle adapté pour réaliser un ajustement d'un nuage de points associé à une série statistique à deux variables

Exigible. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Linéaire	$y = ax + b$	Quadratique	$y = ax^2 + bx + c$
Exponentielle	$y = a \times b^x$	Puissance	$y = a \times x^b$

Quatre gestes : regarder le nuage ; essayer les modèles plausibles et noter équation et R^2 ; comparer les R^2 ; **contrôler** que le modèle retenu ne prévoit rien d'impossible (valeur négative, courbe qui remonte alors que la grandeur ne peut que baisser).

Tableau à pas régulier : écarts constants → linéaire ; rapports constants → exponentiel.

Exercice 6 — Écarts ou rapports ?

Dans chaque tableau, les valeurs de x avancent d'un pas constant. Calculer les écarts successifs entre les valeurs de y , puis si besoin les rapports successifs, et dire quel modèle essayer en premier : linéaire, exponentiel, ou un autre modèle (quadratique ou puissance).

a.	x	0	2	4	6	8
	y	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5
b.	x	0	1	2	3	4
	y	200	160	128	102,4	81,92
c.	x	0	1	2	3	4
	y	10	13	22	37	58

Correction de l'exercice 6

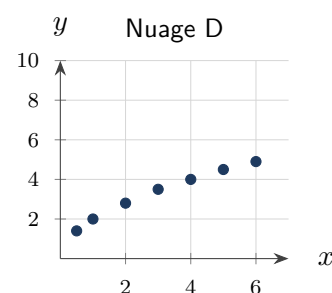
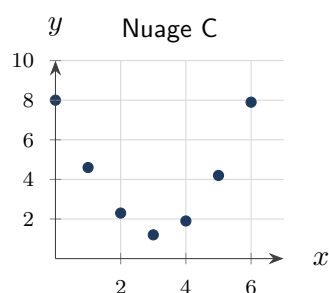
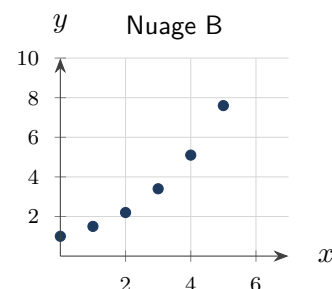
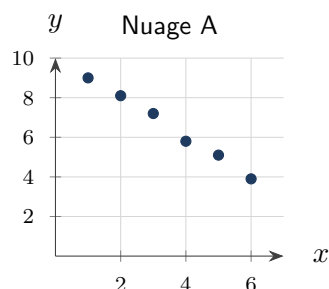
a. Écarts : 3 ; 3 ; 3 ; 3, constants. Modèle **linéaire** : $y = 1,5x + 1,5$.

b. Écarts : -40 ; -32 ; $-25,6$; $-20,48$, non constants. Rapports : 0,8 à chaque fois. Modèle **exponentiel** décroissant : $y = 200 \times 0,8^x$.

c. Écarts : 3 ; 9 ; 15 ; 21, non constants. Rapports : 1,3 ; 1,69 ; 1,68 ; 1,57, non constants. Ni linéaire ni exponentiel : on essaie un modèle quadratique. En effet $y = 3x^2 + 10$ redonne 10 ; 13 ; 22 ; 37 ; 58.

Exercice 7 — À chaque nuage son modèle

Voici quatre nuages de points. Associer à chacun le modèle à essayer en premier parmi : linéaire, quadratique, exponentiel (croissant), puissance (avec $b > 0$). Justifier chaque choix par la forme du nuage.



Quatre repères de même taille, x en abscisse et y en ordonnée, graduations de 0 à 6 et de 0 à 10 ; seuls les points relevés sont tracés.

Correction de l'exercice 7

Nuage A : linéaire — les points descendent régulièrement, presque alignés.

Nuage B : exponentiel — les points montent de plus en plus vite, sans changer de sens.

Nuage C : quadratique — les points descendent puis remontent : forme en « U ».

Nuage D : puissance — les points partent près de l'origine et montent de moins en moins vite.

Remarque : ce premier choix se confirme ensuite en comparant les R^2 à la calculatrice.

Exercice 8 — La puissance d'une éolienne

On relève la puissance électrique P fournie par une petite éolienne pour plusieurs vitesses du vent v .

Vitesse du vent v (m/s)	4	5	6	7	8	9	10
Puissance P (kW)	0,52	0,96	1,70	2,65	4,02	5,66	7,83

a. Réaliser trois ajustements de P en fonction de v et compléter le tableau (coefficients au millième ; pour le modèle puissance, a au dix-millième et l'exposant au centième).

Modèle	Équation	R^2
Linéaire		
Quadratique		
Puissance		

b. Calculer la puissance prévue par le modèle linéaire pour $v = 4$ m/s. Qu'en penser ?

c. Le modèle quadratique prévoit environ 0,82 kW pour $v = 2$ m/s, davantage que pour $v = 4$ m/s. Qu'en penser ?

d. Quel modèle retenir ? Écrire son équation.

Correction de l'exercice 8

a.

Modèle	Équation	R^2
Linéaire	$P \approx 1,202 v - 5,078$	0,945
Quadratique	$P \approx 0,167 v^2 - 1,130 v + 2,416$	0,9996
Puissance	$P \approx 0,0082 v^{2,97}$	0,9997

b. $1,202 \times 4 - 5,078 \approx -0,27$ kW : une puissance négative, alors que $v = 4$ est une vitesse mesurée. Le modèle linéaire est à écarter.

c. La parabole atteint son minimum vers $v \approx 3,4$ m/s, puis remonte quand le vent faiblit : moins de vent ne peut pas donner plus de puissance. Le modèle quadratique est à écarter, malgré son R^2 .

d. Le modèle **puissance** : R^2 le plus proche de 1 et comportement cohérent. $P \approx 0,0082 v^{2,97}$: l'exposant est proche de 3, la puissance est à peu près proportionnelle au cube de la vitesse du vent.

Exercice 9 — Un médicament dans le sang

Après une injection, on mesure la concentration C d'un médicament dans le sang d'un patient.

Temps t (h)	0	1	2	3	4	6	8
Concentration C (mg/L)	20,0	17,1	14,4	12,3	10,5	7,5	5,4

a. Réaliser un ajustement linéaire, puis un ajustement exponentiel de C en fonction de t . Noter les deux équations (a et b au centième pour le linéaire, a au centième et b au millième pour l'exponentiel) et les deux R^2 .

b. Le modèle linéaire prévoit une concentration nulle vers $t = 10,3$ h, puis négative. Est-ce possible ?

c. Quel modèle retenir ? Interpréter le nombre b de ce modèle.

Correction de l'exercice 9

- a. Linéaire : $C \approx -1,80t + 18,63$, $R^2 \approx 0,965$. Exponentiel : $C \approx 20,08 \times 0,849^t$, $R^2 \approx 1,000$.
 b. Non : une concentration ne peut pas devenir négative. Le médicament s'élimine de moins en moins vite, ce qu'une droite ne peut pas décrire.
 c. Le modèle **exponentiel**. $b \approx 0,849$: chaque heure, la concentration est multipliée par 0,849 environ, c'est-à-dire qu'elle baisse d'environ 15 % par heure.

Exercice 10 — Le piège du meilleur R^2

Un plat sorti du four refroidit dans une pièce à 20 °C. On relève l'écart D entre la température du plat et celle de la pièce.

Temps t (min)	0	5	10	15	20	25	30
Écart D (°C)	60	45	33	25	18	14	11

Un élève compare deux modèles et retient le quadratique, $D \approx 0,0486t^2 - 3,06t + 59,5$ ($R^2 \approx 0,999$), plutôt que l'exponentiel, $D \approx 59,2 \times 0,944^t$ ($R^2 \approx 0,998$), « parce que son R^2 est le plus grand ».

- a. Vérifier ces deux ajustements à la calculatrice.
 b. Calculer D pour $t = 60$ min avec chacun des deux modèles.
 c. Expliquer pourquoi le choix de l'élève est une erreur, puis conclure.

Correction de l'exercice 10

- a. On retrouve les deux équations et $R^2 \approx 0,999$ contre $R^2 \approx 0,998$.
 b. Quadratique : $0,0486 \times 3600 - 3,06 \times 60 + 59,5 \approx 50,9$ °C. Exponentiel : $59,2 \times 0,944^{60} \approx 1,9$ °C.
 c. La parabole atteint son minimum vers $t \approx 31$ min puis remonte : à 60 min, le plat serait de nouveau 51 °C plus chaud que la pièce, il se serait réchauffé tout seul. Le modèle exponentiel, lui, tend vers 0 : le plat se rapproche de la température de la pièce. Les deux R^2 sont presque égaux ; c'est le sens du modèle qui décide. On retient le modèle **exponentiel**.

C3 – Se ramener à un ajustement affine par un changement de variable indiqué, puis revenir à la relation entre les variables initiales

D'après les commentaires du programme. Prérequis : C1, calcul de x^2 et de $\frac{1}{x}$.

Rappel de cours

1. Compléter la colonne z indiquée (par exemple $z = x^2$ ou $z = \frac{1}{x}$).
2. Ajuster y en fonction de z avec le modèle Linéaire : $y = az + b$, et lire R^2 .
3. Remplacer z par son expression : $y = ax^2 + b$ ou $y = \frac{a}{x} + b$.
4. Contrôler sur une ligne du tableau.

Le modèle en z n'est qu'une étape : la réponse s'écrit avec les variables de départ.

Exercice 11 — Un premier changement de variable

On donne la série ci-dessous et l'on indique le changement de variable $z = x^2$.

x	1	2	3	4	5	6
$z = x^2$						
y	3,1	6,8	13,2	21,9	33,1	46,8

- a. Compléter la ligne des z .
- b. Ajuster y en fonction de z : équation (a et b au centième) et R^2 .
- c. En déduire l'expression de y en fonction de x .
- d. Contrôler le modèle pour $x = 3$.

Correction de l'exercice 11

- a. $z : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36$.
- b. $y \approx 1,25z + 1,88$, avec $R^2 \approx 1,000$.
- c. On remplace z par x^2 : $y \approx 1,25x^2 + 1,88$.
- d. $1,25 \times 9 + 1,88 = 13,13$, pour 13,2 dans le tableau : le modèle convient.

Remarque : un ajustement affine de y en fonction de x ne donne que $R^2 \approx 0,959$.

Exercice 12 — La distance de freinage

Lors d'essais sur route sèche, on mesure la distance de freinage d d'une voiture selon sa vitesse v au début du freinage.

Vitesse v (km/h)	30	50	70	90	110	130
$z = v^2$						
Distance d (m)	5,0	13,9	26,8	44,9	66,2	93,5

- a. Réaliser l'ajustement affine de d en fonction de v et donner R^2 . Que prévoit ce modèle pour $v = 30$ km/h ?
- b. On indique le changement de variable $z = v^2$. Compléter la ligne des z , puis ajuster d en fonction de z (a au dix-millième, b au centième) et donner R^2 .
- c. En déduire d en fonction de v , en négligeant b . Contrôler pour $v = 90$ km/h.
- d. Par combien la distance de freinage est-elle multipliée quand la vitesse double ?

Correction de l'exercice 12

- a. $d \approx 0,88v - 28,85$, $R^2 \approx 0,967$. Pour $v = 30$: $0,88 \times 30 - 28,85 \approx -2,4$ m, une distance négative : la droite ne convient pas, le nuage se courbe vers le haut.
- b. z : 900 ; 2 500 ; 4 900 ; 8 100 ; 12 100 ; 16 900. $d \approx 0,0055z - 0,02$, avec $R^2 \approx 1,000$.
- c. $d \approx 0,0055v^2$. Pour $v = 90$: $0,0055 \times 8\,100 \approx 44,6$ m, pour 44,9 m mesurés.
- d. $0,0055 \times (2v)^2 = 4 \times 0,0055v^2$: la distance de freinage est multipliée par 4 quand la vitesse double.

Exercice 13 — Durée d'un chantier et nombre d'ouvriers

Pour un même chantier d'agencement, on estime la durée D des travaux selon le nombre n d'ouvriers présents. On indique le changement de variable $z = \frac{1}{n}$.

Nombre d'ouvriers n	2	3	4	5	6	7	8
$z = \frac{1}{n}$							
Durée D (jours)	28	19	14	11	9	8	7

- a. Compléter la ligne des z (au millième).
- b. Ajuster D en fonction de z : équation (a et b au dixième) et R^2 .
- c. En déduire D en fonction de n .
- d. Que représente le coefficient a pour ce chantier ?

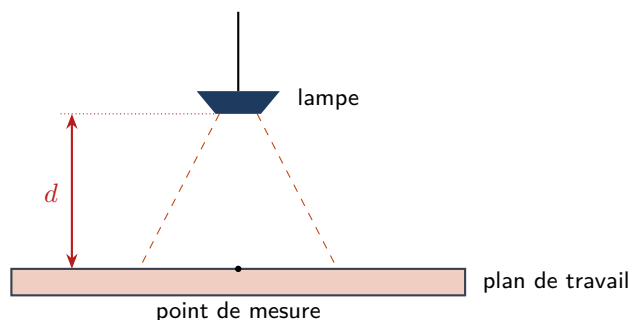
Correction de l'exercice 13

- a. z : 0,5 ; 0,333 ; 0,25 ; 0,2 ; 0,167 ; 0,143 ; 0,125.
- b. $D \approx 56,6z - 0,2$, avec $R^2 \approx 0,999$.
- c. $D \approx \frac{56,6}{n} - 0,2$.
- d. $D \times n \approx 56,6$: le chantier représente environ 57 journées de travail d'un ouvrier seul, que l'on partage entre les n ouvriers.

Remarque : l'ajustement affine direct de D en fonction de n ne donne que $R^2 \approx 0,852$.

Exercice 14 — *Éclairer un plan de travail*

Une lampe est suspendue au-dessus d'un plan de travail. On mesure l'éclairement E reçu au centre du plan selon la hauteur d de la lampe au-dessus de ce plan.



Vue de face : la lampe est à la verticale du point de mesure ; la cote rouge d est la hauteur entre le bas de la lampe et le plan de travail.

Hauteur d (m)	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	2,00
$z = \frac{1}{d^2}$						
Éclairement E (lux)	1 590	718	402	253	180	99

On indique le changement de variable $z = \frac{1}{d^2}$.

- Compléter la ligne des z (au millième).
- Ajuster E en fonction de z : équation (a et b à l'unité) et R^2 .
- En déduire E en fonction de d .
- Contrôler le modèle pour $d = 1,50$ m.

Correction de l'exercice 14

- z : 4 ; 1,778 ; 1 ; 0,64 ; 0,444 ; 0,25.
- $E \approx 398z + 3$, avec $R^2 \approx 1,000$.
- $E \approx \frac{398}{d^2} + 3$.
- $\frac{398}{2,25} + 3 \approx 177 + 3 = 180$ lux, exactement la valeur mesurée.

Remarque : quand la hauteur double, l'éclairement est divisé par 4 environ ; c'est la loi de l'inverse du carré de la distance.

Exercice 15 — *Un retour oublié*

On étudie la série ci-dessous avec le changement de variable indiqué $z = x^2$.

x	1	2	3	4	5
y	1,5	3,0	5,6	9,0	13,4

Voici la copie d'un élève :

*J'ai ajusté y en fonction de z : $y \approx 0,50z + 1,05$, avec $R^2 \approx 1,000$. Donc $y \approx 0,50x + 1,05$.
Pour $x = 4$, je trouve $y \approx 0,50 \times 4 + 1,05 = 3,05$.*

- a. Vérifier à la calculatrice l'ajustement de y en fonction de z .
- b. Repérer l'erreur de l'élève et écrire le bon modèle.
- c. Corriger la prévision pour $x = 4$ et la comparer au tableau.

Correction de l'exercice 15

- a. Avec $z : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25$, on obtient bien $y \approx 0,50z + 1,05$ et $R^2 \approx 1,000$.
- b. L'élève a remplacé z par x au lieu de x^2 . Le bon modèle est $y \approx 0,50x^2 + 1,05$.
- c. $0,50 \times 16 + 1,05 = 9,05$, pour 9,0 dans le tableau. La valeur 3,05 de l'élève était très loin de la mesure : c'est un bon moyen de repérer l'erreur.

C4 – Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues

Exigible. Prérequis : C1 à C3, calcul d'une image.

Rappel de cours

Les données couvrent l'intervalle $[x_{\min}; x_{\max}]$. Pour un x **dans** cet intervalle, on **interpole** ; **en dehors**, on **extrapole** : c'est plus risqué, le phénomène peut changer de comportement.

Connaissant x : remplacer x dans le modèle (ou Prédiction sachant X). **Connaissant y** : Prédiction sachant Y, ou tableau de valeurs du modèle.

Toujours donner l'unité et juger si le résultat est vraisemblable.

Exercice 16 — Dans ou hors des mesures ?

On reprend l'éolienne de l'exercice 8 et le modèle retenu, $P \approx 0,0082 v^{2,97}$ (P en kW, v en m/s), établi pour des vents de 4 à 10 m/s.

- Estimer P pour $v = 7,5$ m/s, puis pour $v = 3$ m/s. Préciser chaque fois s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.
- Pour quelle vitesse du vent l'éolienne fournit-elle 3 kW ?
- La régulation de l'éolienne limite sa puissance à 10 kW. Que prévoit le modèle pour $v = 14$ m/s ? Qu'en conclure sur l'extrapolation ?

Correction de l'exercice 16

- $v = 7,5$: $0,0082 \times 7,5^{2,97} \approx 3,3$ kW ; interpolation (7,5 est entre 4 et 10). $v = 3$: $0,0082 \times 3^{2,97} \approx 0,21$ kW ; extrapolation ($3 < 4$).
- Prédiction sachant Y, ou essais successifs : $v \approx 7,3$ m/s (vérification : $0,0082 \times 7,3^{2,97} \approx 3,0$). C'est une interpolation.
- $0,0082 \times 14^{2,97} \approx 21$ kW : c'est impossible, la puissance ne dépasse pas 10 kW. Au-delà des mesures, l'éolienne ne suit plus la même loi : la régulation intervient. L'extrapolation donne ici un résultat faux.

Exercice 17 — Quand passer sous un seuil ?

On reprend le médicament de l'exercice 9 et le modèle retenu, $C \approx 20,08 \times 0,849^t$ (C en mg/L, t en h), établi de 0 à 8 h.

- Estimer C à $t = 5$ h. Interpolation ou extrapolation ?
- Une nouvelle injection est prévue quand la concentration passe sous 6 mg/L. Au bout de combien de temps, au dixième d'heure près ? Utiliser Prédiction sachant Y ou un tableau de valeurs du modèle.
- Estimer C à $t = 12$ h. Quelle précaution faut-il prendre ?

Correction de l'exercice 17

- $20,08 \times 0,849^5 \approx 8,9$ mg/L ; interpolation (5 est entre 0 et 8).
- $t \approx 7,4$ h : $20,08 \times 0,849^{7,3} \approx 6,1$ et $20,08 \times 0,849^{7,4} \approx 5,98$. C'est une interpolation.
- $20,08 \times 0,849^{12} \approx 2,8$ mg/L. C'est une extrapolation ($12 > 8$) : le résultat est vraisemblable, mais aucune mesure ne le confirme ; il faudrait une prise de sang pour le vérifier.

Exercice 18 — *Prévoir la population mondiale*

Le tableau donne la population mondiale estimée, en milliards d'habitants. On note x le nombre d'années écoulées depuis 1950.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
x	0	10	20	30	40	50	60	70
Population P (milliards)	2,49	3,02	3,69	4,45	5,33	6,17	7,02	7,89

Source : Our World in Data, d'après les estimations des Nations unies (World Population Prospects 2024).

- Réaliser les ajustements linéaire, quadratique et exponentiel de P en fonction de x . Donner leurs R^2 .
- En 2023 ($x = 73$), la population est estimée à 8,09 milliards. Calculer la prévision de chaque modèle. Laquelle est la plus proche ?
- Calculer les prévisions des trois modèles pour 2100 ($x = 150$). Les Nations unies prévoient environ 10,2 milliards d'habitants en 2100 : commenter.

Correction de l'exercice 18

- Linéaire : $P \approx 0,0787x + 2,25$, $R^2 \approx 0,995$. Quadratique : $P \approx 0,000251x^2 + 0,0611x + 2,43$, $R^2 \approx 0,999$. Exponentiel : $P \approx 2,60 \times 1,0168^x$, $R^2 \approx 0,991$.
- Linéaire : 8,00 ; quadratique : 8,23 ; exponentiel : 8,8 milliards. Le modèle linéaire est le plus proche (0,09 milliard d'écart), bien que son R^2 ne soit pas le plus grand.
- Linéaire : 14,1 ; quadratique : 17,3 ; exponentiel : environ 32 milliards. Les trois dépassent largement les 10,2 milliards prévus. Ces modèles prolongent la tendance du passé, alors que le nombre d'enfants par femme baisse dans le monde : la croissance ralentit. Extrapoler 80 ans au-delà des données n'a pas de sens, et le meilleur R^2 ne garantit pas la meilleure prévision.

C5 – Distinguer corrélation et causalité : un coefficient de détermination proche de 1 ne prouve pas une relation de cause à effet

Reprise de Première, à consolider. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Deux grandeurs **corrélées** varient ensemble (R^2 proche de 1). Il y a **causalité** si l'une agit réellement sur l'autre.

Avant de conclure : chercher un **facteur commun** ; se demander si les deux séries n'augmentent pas simplement **avec le temps** ; chercher un **mécanisme** et une **expérience** où l'on fait varier une seule grandeur.

Rédiger prudemment : « les deux grandeurs sont corrélées », pas « x fait augmenter y ».

Exercice 19 — Trouver le facteur commun

Dans chaque situation, les deux grandeurs sont fortement corrélées. Proposer un facteur commun qui les fait varier ensemble, puis dire si l'une est la cause de l'autre.

- Jour par jour : ventes de parapluies dans une ville et longueur des bouchons sur son périphérique.
- Incendie par incendie : nombre de pompiers envoyés et montant des dégâts.
- Enfant par enfant, de 3 à 11 ans : peinture et nombre de mots connus.
- Semaine par semaine, en été : ventes de ventilateurs et ventes de glaces.

Correction de l'exercice 19

- a. La pluie. b. L'importance de l'incendie. c. L'âge. d. La chaleur.

Dans les quatre cas, aucune des deux grandeurs n'agit sur l'autre : envoyer moins de pompiers ne réduirait pas les dégâts, bien au contraire.

Exercice 20 — Deux séries qui montent ensemble

Dans une commune, on a relevé chaque année, de 2017 à 2023, le nombre total p de maisons équipées de panneaux solaires et le nombre r d'inscrits au club de robotique du collège.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Maisons équipées p	12	19	27	38	51	60	74
Inscrits au club r	8	10	13	15	19	21	24

- Ajuster r en fonction de p : équation (a et b au centième) et R^2 .
- Le maire affirme : « les panneaux solaires donnent envie de faire de la robotique ». Qu'en penser ?
- Quelle troisième variable fait augmenter les deux séries ? Le vérifier en ajustant p , puis r , en fonction du rang de l'année (0 pour 2017).

Correction de l'exercice 20

- $r \approx 0,26p + 5,32$, avec $R^2 \approx 0,994$.
- La corrélation est très forte, mais elle ne prouve rien : aucun mécanisme ne relie les panneaux solaires à l'inscription au club. L'affirmation n'est pas justifiée.
- Le temps : chaque année, les deux séries augmentent, pour des raisons différentes (aides à l'équipement des maisons d'un côté, succès du club de l'autre). En fonction du rang de l'année, $R^2 \approx 0,990$ pour p et $R^2 \approx 0,994$ pour r .

Exercice 21 — Un titre de presse

Un journal titre : « Prendre un petit-déjeuner fait réussir à l'école ». L'article s'appuie sur une enquête auprès de 200 élèves : leur note moyenne et le nombre de petits-déjeuners pris par semaine sont corrélés, avec $R^2 = 0,40$.

- Le titre est-il justifié par cette enquête ? Justifier.
- Proposer deux facteurs qui pourraient agir à la fois sur le petit-déjeuner et sur les notes.
- Décrire une expérience qui permettrait de tester vraiment l'effet du petit-déjeuner.

Correction de l'exercice 21

- Non. $R^2 = 0,40$ indique une corrélation modérée, et une enquête qui se contente d'observer ne prouve pas une cause.
- Par exemple l'heure du coucher et la durée du sommeil, l'organisation de la famille, le temps de trajet jusqu'au lycée.
- Tirer au sort deux groupes d'élèves ; offrir un petit-déjeuner aux élèves d'un seul groupe pendant plusieurs semaines ; comparer ensuite les notes des deux groupes. Le tirage au sort répartit les autres facteurs de la même façon dans les deux groupes.

Exercice 22 — Cause ou simple corrélation ?

Pour chaque couple de grandeurs, les données donnent $R^2 > 0,9$. Dire si l'on peut parler de cause, en citant un mécanisme ou un facteur commun.

- Tension appliquée à une résistance et intensité du courant, mesurées au laboratoire.
- Épaisseur de l'isolant des combles et consommation de chauffage, pour des maisons identiques par ailleurs.
- Nombre de cigognes et nombre de naissances, région par région.
- Nombre de téléviseurs par foyer et espérance de vie, pays par pays.

Correction de l'exercice 22

- Cause : on fait varier la tension soi-même et la loi d'Ohm explique le résultat.
- Cause plausible : l'isolant limite les pertes de chaleur, et les maisons sont identiques par ailleurs.
- Pas de cause : un facteur commun, par exemple la surface ou le caractère rural des régions.
- Pas de cause directe : un facteur commun, la richesse du pays, qui permet à la fois d'acheter des téléviseurs et de mieux se soigner.

Aller plus loin – Le changement de variable $z = \log(y)$, repris au chapitre 5

Facultatif. Prérequis : C3 ; la touche $\log$ de la calculatrice.

Rappel de cours

Pour un modèle exponentiel $y = a \times b^x$, le nuage des points $(x; \log y)$ est aligné. C'est ainsi que l'outil numérique obtient le modèle exponentiel. Les règles de calcul qui permettent de revenir à y sont étudiées au chapitre 5 ; ici, elles sont données.

Exercice 23 — L'iode radioactif

L'iode 131 est un élément radioactif utilisé en médecine. On mesure l'activité A d'un échantillon tous les quatre jours.

Temps t (jours)	0	4	8	12	16	20
$z = \log(A)$						
Activité A (MBq)	400	283	200	141	100	71

- Calculer $z = \log(A)$ avec la touche **log** (au millième).
- Ajuster z en fonction de t : équation (a au dix-millième, b au millième) et R^2 . Le nuage $(t; z)$ est-il aligné ?
- On admet que si $z = at + b$, alors $A = 10^b \times (10^a)^t$. En déduire le modèle de A en fonction de t .
- Au bout de combien de jours l'activité est-elle divisée par 2 ?

Correction de l'exercice 23

- z : 2,602 ; 2,452 ; 2,301 ; 2,149 ; 2,000 ; 1,851.
- $z \approx -0,0376t + 2,602$, avec $R^2 \approx 1,000$: le nuage est aligné.
- $10^{2,602} \approx 400$ et $10^{-0,0376} \approx 0,917$: $A \approx 400 \times 0,917^t$. C'est le modèle que donne directement l'ajustement Exponentielle de la calculatrice.
- Le tableau le montre : 400 à $t = 0$, 200 à $t = 8$. Avec le modèle, $0,917^8 \approx 0,50$. L'activité est divisée par 2 en 8 jours environ : c'est la demi-vie de l'iode 131.