

Fiche de cours — Théorème de Thalès dans le triangle

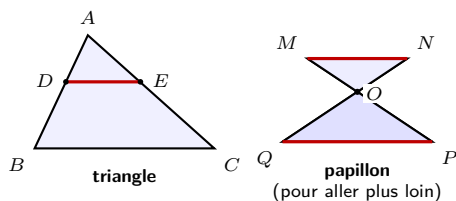
Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Repérer la configuration (C1)

Le sommet commun

C'est le point d'où partent les **deux droites sécantes** qui portent les points. Peu importe sa lettre. Il est **en dehors** des deux parallèles : configuration **triangle**. Tout se mesure **à partir du sommet commun**.

Pour aller plus loin (hors programme) : s'il est **entre** les deux parallèles, c'est un **papillon** ; le théorème s'écrit de la même façon.



Sans parallèles, pas de Thalès

Avant d'écrire le premier rapport, chercher la mention $(DE) \parallel (BC)$ dans l'énoncé, ou les flèches sur la figure. Sinon le calcul tourne... et donne un résultat faux.

2. Écrire les trois rapports (C1)

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

La règle qui évite les inversions

Le **petit** en haut, le **grand** en bas. Dans chaque rapport, les deux longueurs partent du même sommet — sauf le troisième, qui compare les deux parallèles entre elles.

Les morceaux

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ — pratique quand l'énoncé donne AD et DB .

Mais ce rapport ne donne ni DE ni BC : pour y aller, on repasse par le côté entier, $AB = AD + DB$.

Deux contrôles de bon sens

La **grande** parallèle est plus longue que la petite.

Un rapport plus petit que 1 doit rester plus petit que 1 dans les trois écritures.

3. Calculer une longueur (C2)

Quatre gestes

- Vérifier le parallélisme, repérer le sommet commun.
- Écrire les deux rapports utiles — ceux qui ne contiennent qu'une inconnue.
- Remplacer par les nombres.
- Produit en croix, puis division.

Exemple

$AD = 3, AB = 5, BC = 8 : \frac{3}{5} = \frac{DE}{8}$, donc $DE = \frac{3 \times 8}{5} = 4,8$.

L'inconnue au *dénominateur* ne change rien : $\frac{4}{AB} = \frac{6}{15}$ donne $AB = \frac{4 \times 15}{6} = 10$.

4. Pour aller plus loin : démontrer un parallélisme (C3)

Réciproque (hors programme, non évaluée)

Si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, et si D, E sont placés dans le même ordre à partir de A , alors $(DE) \parallel (BC)$.

La rédaction, en quatre lignes

- Côtés entiers : $AB = AD + DB, AC = AE + EC$.
- Calculer $\frac{AD}{AB}$ à part.
- Calculer $\frac{AE}{AC}$ à part.
- Comparer, puis conclure en nommant la réciproque.

Les deux conclusions

Rapports **égaux** : « donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) \parallel (BC)$. »

Rapports **différents** : « les rapports ne sont pas égaux, donc (DE) n'est pas parallèle à (BC) . » On ne cite pas la réciproque : elle ne s'applique pas.

On divise par le **côté entier**, jamais par le morceau du bas.

5. Agrandir, réduire (C4)

$$k = \frac{\text{longueur de l'image}}{\text{longueur d'origine}}$$

Ce que multiplie k

Grandeur	Multipliée par	si $k = 3$
Longueurs, périmètres	k	$\times 3$
Aires, surfaces	k^2	$\times 9$
Volumes	k^3	$\times 27$

$k > 1$ agrandit $0 < k < 1$ réduit.

L'erreur la plus coûteuse du chapitre

« Deux fois plus grand » ne veut **pas** dire « deux fois plus de peinture » : avec $k = 2$, la surface est **quatre** fois plus grande et le volume **huit** fois. C'est ce qui fait déraiser un devis.

6. L'échelle d'un plan (C5)

Échelle $\frac{1}{n}$, dans les deux sens

Du plan vers le réel : $\times n$ (on agrandit).

Du réel vers le plan : $\div n$ (on réduit).

Contrôle : le réel est toujours le plus grand.

On convertit tout dans la **même unité** avant de diviser.

7. Mesurer une hauteur (C6)

Par l'ombre

Les rayons du soleil sont parallèles : hauteurs et ombres sont proportionnelles.

$$\frac{h_1}{\text{ombre}_1} = \frac{h_2}{\text{ombre}_2}$$

Les deux relevés doivent être faits **au même instant**.

Par visée — la mire

L'œil en A , la mire $[ED]$ en D , l'objet $[CB]$ en B . Les deux sont verticaux, donc parallèles :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$$

Marche par tous les temps : c'est le geste du chantier.

Le piège de la visée

Sur le terrain, on mesure souvent DB (de la mire au pied de l'objet). Ce n'est pas AB :

$$AB = AD + DB$$

Oublier cette addition **sous-estime** la hauteur.

8. Pour aller plus loin : au tableur (C3)

Contrôler une série

=SI(A2/B2=C2/D2;"parallèle";"à reprendre")

Écrire une fois en E2, puis recopiée : les références suivent la ligne.

Sur des mesures réelles, on compare à une tolérance :
=SI(ABS(A2/B2-C2/D2)<0,01;...)

9. Une rédaction modèle (C2)

Calculer une longueur : ce que le correcteur attend

Énoncé : $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $(DE) \parallel (BC)$, $AD = 4,5$ cm, $AB = 7,2$ cm, $DE = 5,4$ cm. Calculer BC .

Configuration. $(DE) \parallel (BC)$: théorème de Thalès dans le triangle ABC , de sommet A .

Rapports utiles. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, soit $\frac{4,5}{7,2} = \frac{5,4}{BC}$.

Calcul. $BC = \frac{7,2 \times 5,4}{4,5} = 8,64$ cm.

Contrôle. $BC = 8,64$ est plus long que $DE = 5,4$: normal pour la grande base.

10. Les mots du chapitre

À savoir dire

Sommet commun — le point d'où partent les deux droites sécantes.

Configuration de Thalès — deux droites sécantes coupées par deux parallèles.

Semblables — deux figures dont toutes les longueurs sont dans un même rapport.

Coefficient k — ce rapport : coefficient d'agrandissement ou de réduction.

Échelle — le coefficient d'un plan, écrit $\frac{1}{n}$.

Mire — le piquet vertical de hauteur connue, planté pour viser.

Je sais faire

- ☐ C1 : repérer le sommet commun et les deux parallèles ;
- ☐ C1 : écrire les trois rapports sans les inverser ;
- ☐ C2 : calculer une petite parallèle, un côté entier, une grande base ;
- ☐ C2 : passer des morceaux aux côtés entiers ;
- ☐ C4 : dire par quoi sont multipliés longueurs, aires et volumes quand k est donné ;
- ☐ C5 : lire une échelle dans les deux sens ;
- ☐ C6 : trouver une hauteur par l'ombre et par visée, sans oublier $AB = AD + DB$;
- ☐ pour aller plus loin (C3) : démontrer un parallélisme, le contrôler au tableur.