

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 13****Théorème de Thalès dans le triangle**

Édition : 28 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Rappel de cours — Avant de commencer

Pour aborder ce chapitre, il faut savoir simplifier une fraction, faire un produit en croix, et convertir des centimètres en mètres. Règle graduée et calculatrice sont nécessaires.

Repères et ordre de travail

Les codes désignent les capacités du chapitre, pas des codes officiels.

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Repérer le sommet commun et les deux parallèles	§1	3 él. 2
C1 – Écrire les trois rapports sans se tromper	§2	4 él. 3
C2 – Calculer une longueur : le produit en croix	§3	5 él. 4
C2 – Calculer la grande base, calculer un côté entier	§4	6 él. 5
C2 – Quand l'énoncé donne les morceaux	§5	7 él. 6
Pour aller plus loin – La configuration papillon	§6	8 él. 7
C3 – Démontrer un parallélisme (pour aller plus loin)	§7	9 él. 9
C3 – Conclure au non-parallélisme (pour aller plus loin)	§8	10 él. 10
C5 – L'échelle d'un plan, dans les deux sens	§9	11 él. 11
C6 – Mesurer une hauteur par son ombre	§10	12 él. 12
C6 – Mesurer une hauteur par visée : la mire	§11	13 él. 13
C4 – Agrandir, réduire : k , k^2 , k^3	§12	14 él. 14
C3 – Contrôler des rapports au tableur (pour aller plus loin)	§13	15 él. 16

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

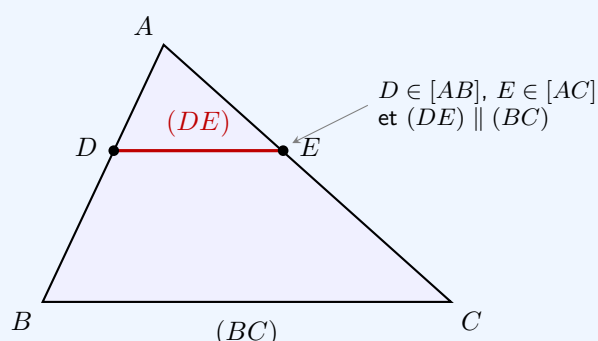
Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Les parties se lisent dans l'ordre. Le programme ne nomme que « le théorème de Thalès dans le triangle ». La configuration papillon (§6) et la réciproque (C3 : §7, §8 et §13) sont donc marquées **Pour aller plus loin** : elles ne sont pas évaluées.

1 Repérer le sommet commun et les deux parallèles (C1)

Tout le chapitre tient dans une figure : deux droites qui se coupent, et deux parallèles qui les traversent. Le reste n'est que de la lecture soignée.

Définition — La configuration de Thalès dans le triangle



Un triangle ABC , un point D sur $[AB]$, un point E sur $[AC]$, et la droite (DE) **parallèle** à (BC) . Le point A est le **sommet commun** : c'est de lui que partent les deux droites sécantes.

Méthode — Trois questions à se poser devant la figure

- Où est le sommet commun ?** C'est le point d'où partent les deux droites qui portent les points. Peu importe sa lettre : $A, O, R, S, \dots$
- Où sont les deux parallèles ?** L'énoncé doit le dire, ou la figure doit le montrer par des flèches. Sans parallèles, pas de Thalès.
- Quels points se correspondent ?** D correspond à B (tous deux sur la même droite issue de A), E correspond à C .

Erreur fréquente — Appliquer Thalès sans les parallèles

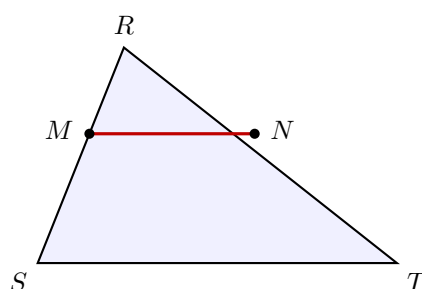
C'est l'erreur la plus grave du chapitre, parce qu'elle ne se voit pas : le calcul tourne, il donne un nombre, et ce nombre est faux. Avant d'écrire le premier rapport, on cherche la mention $(DE) \parallel (BC)$ dans l'énoncé, ou les flèches sur la figure. Si elle n'y est pas, on ne peut pas appliquer le théorème — on peut seulement, le cas échéant, le démontrer par la réciproque (§7).

Remarque — Les lettres changent, la structure ne change pas

Un énoncé peut parler d'un triangle RST avec $(UV) \parallel (ST)$, $U \in [RS]$ et $V \in [RT]$. Le sommet commun est alors R , et tout se lit à partir de R . On ne cherche pas les lettres A, B, C : on cherche le sommet commun.

Application 1 – Lire la configuration

Sur la figure ci-dessous, $(MN) \parallel (ST)$.



- Quel est le sommet commun ?
- Quel point correspond à S ? Quel point correspond à T ?
- Sur quel segment se trouve M ? Et N ?

Correction — Application 1

- Le sommet commun est R : c'est de lui que partent les deux droites qui portent les points M , S d'un côté et N , T de l'autre.
- M correspond à S ; N correspond à T .
- $M \in [RS]$ et $N \in [RT]$.

2 Écrire les trois rapports sans se tromper (C1)**À retenir**

Théorème de Thalès dans le triangle. Si $D \in [AB]$, $E \in [AC]$ et $(DE) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Les trois rapports sont **égaux**. Chacun compare une longueur du *petit* triangle à la longueur correspondante du *grand*.

Méthode — La règle qui évite toutes les inversions

Au numérateur, le **petit** ; au dénominateur, le **grand**. Et dans chaque rapport, les deux longueurs **partent du même sommet** — sauf le troisième, qui compare les deux parallèles entre elles.

Rapport	Petit (haut)	Grand (bas)
$\frac{AD}{AB}$	AD , de A vers D	AB , de A vers B
$\frac{AE}{AC}$	AE , de A vers E	AC , de A vers C
$\frac{DE}{BC}$	DE , la petite parallèle	BC , la grande parallèle

Erreur fréquente — Mélanger les sens dans une même égalité

Écrire $\frac{AD}{AB} = \frac{BC}{DE}$ met le petit en haut d'un côté et le grand en haut de l'autre. L'égalité devient fausse, et le résultat aussi. Un contrôle immédiat : si $AD < AB$, alors le rapport vaut moins que 1, donc l'autre aussi — et DE doit être plus court que BC .

Exemple — Repérer le rapport utile

Dans un triangle ABC avec $(DE) \parallel (BC)$, on connaît AD , AB et BC , et on cherche DE . Des trois rapports, on choisit les deux qui contiennent *seulement* des longueurs connues et l'inconnue :

$$\underbrace{\frac{AD}{AB}}_{\text{tout connu}} = \underbrace{\frac{DE}{BC}}_{\text{une inconnue}}$$

Le rapport $\frac{AE}{AC}$ est inutile ici : il contient deux longueurs inconnues.

Application 2 – Choisir le bon rapport

Dans un triangle ABC avec $(DE) \parallel (BC)$, on connaît $AE = 4,2$ cm, $AC = 7$ cm et $AB = 10$ cm. On cherche AD .

- Écrire les trois rapports de Thalès pour cette figure.
- Entourer les deux qui permettent de calculer AD , et dire pourquoi le troisième ne sert pas.

Correction — Application 2

a. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

b. On garde $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$: le second est entièrement connu (4,2 et 7), le premier ne contient que l'inconnue AD et la longueur connue $AB = 10$. Le rapport $\frac{DE}{BC}$ ne sert pas : ni DE ni BC ne sont donnés.

3 Calculer une longueur : le produit en croix (C2)**Méthode — Quatre gestes, toujours les mêmes**

- Vérifier le parallélisme et repérer le sommet commun.
- Écrire l'égalité des deux rapports utiles.
- Remplacer par les nombres.
- Produit en croix, puis division.

Exemple — Calculer la petite parallèle DE

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 3$ cm, $AB = 5$ cm et $BC = 8$ cm.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{5} = \frac{DE}{8}$$

Produit en croix : $5 \times DE = 3 \times 8 = 24$, donc $DE = \frac{24}{5} = 4,8$ cm.

Contrôle. $3 \div 5 = 0,6$ et $4,8 \div 8 = 0,6$: les deux rapports sont bien égaux. Et $DE = 4,8$ est plus court que $BC = 8$, ce qui est normal.

Exemple — Calculer un côté entier AB

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 4$ cm, $AE = 6$ cm et $AC = 15$ cm.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{AB} = \frac{6}{15}$$

Produit en croix : $6 \times AB = 4 \times 15 = 60$, donc $AB = \frac{60}{6} = 10$ cm.

Contrôle. $4 \div 10 = 0,4$ et $6 \div 15 = 0,4$.

Remarque — L'inconnue en bas ne change rien

Dans le second exemple, l'inconnue est au *dénominateur*. Le produit en croix se fait de la même façon : on multiplie en diagonale, et on divise par ce qui reste. Il n'y a pas deux méthodes à retenir, il n'y en a qu'une.

Application 3 – Deux calculs directs

$(DE) \parallel (BC)$ dans les deux cas.

a. $AD = 6$ cm, $AB = 10$ cm, $BC = 15$ cm. Calculer DE .

b. $AD = 2,8$ cm, $AB = 4,2$ cm, $BC = 9$ cm. Calculer DE .

Correction — Application 3

a. $\frac{6}{10} = \frac{DE}{15}$, donc $DE = \frac{6 \times 15}{10} = \frac{90}{10} = 9$ cm.

b. $\frac{2,8}{4,2} = \frac{DE}{9}$, donc $DE = \frac{2,8 \times 9}{4,2} = \frac{25,2}{4,2} = 6$ cm. Contrôle : $6 < 9$. ✓

4 Calculer la grande base (C2)

Quand l'inconnue est la **grande** parallèle, la correspondance des sommets devient le seul point délicat : c'est là que se perdent la plupart des points.

Exemple — Calculer BC

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 4,5$ cm, $AB = 7,2$ cm et $DE = 5,4$ cm.

On range les longueurs : AD et AB partent toutes deux de A ; DE et BC sont les deux parallèles. Le rapport utile est donc

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \quad \text{— et surtout pas } \frac{AD}{AB} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{4,5}{7,2} = \frac{5,4}{BC} \quad \Rightarrow \quad 4,5 \times BC = 7,2 \times 5,4 = 38,88$$

$$BC = \frac{38,88}{4,5} = 8,64 \text{ cm}$$

Contrôle. $BC = 8,64$ est plus grand que $DE = 5,4$: cohérent, puisque D et E sont entre A et la base. Et $4,5 \div 7,2 = 0,625$, $5,4 \div 8,64 = 0,625$.

Erreur fréquente — Le réflexe « je multiplie »

Beaucoup multiplient $5,4$ par le rapport au lieu de diviser, et trouvent $3,375$ — une base *plus courte* que la petite parallèle. Le contrôle de bon sens suffit à le voir : la grande parallèle est toujours la plus longue des deux.

Application 4 – Calculer une grande base

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 3,5$ cm, $AB = 5,6$ cm et $DE = 4,5$ cm.

- Écrire le rapport utile.
- Calculer BC .
- Contrôler le résultat par le bon sens et par le rapport.

Correction — Application 4

- $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$.
- $\frac{3,5}{5,6} = \frac{4,5}{BC}$, donc $3,5 \times BC = 5,6 \times 4,5 = 25,2$ et $BC = \frac{25,2}{3,5} = 7,2$ cm.
- $7,2 > 4,5$ ✓ ; et $3,5 \div 5,6 = 0,625$, $4,5 \div 7,2 = 0,625$ ✓

5 Quand l'énoncé donne les morceaux (C2)

Sur un plan ou un relevé, on mesure rarement un côté entier : on mesure les *deux morceaux* de part et d'autre du point. Il existe une quatrième égalité pour ce cas.

À retenir

L'égalité des morceaux. Si $(DE) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

On compare cette fois le **morceau du haut** au **morceau du bas**, sur chacun des deux côtés.

Erreur fréquente — Ce rapport ne donne pas DE

$\frac{AD}{DB}$ n'est **pas** égal à $\frac{DE}{BC}$. Dès qu'on veut atteindre DE ou BC , on repasse par les côtés entiers :
 $AB = AD + DB$, puis $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$.

Exemple — Deux morceaux, une inconnue

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 6$ cm, $DB = 9$ cm et $AE = 8$ cm. Calculer EC .

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \Rightarrow \quad \frac{6}{9} = \frac{8}{EC}$$

Produit en croix : $6 \times EC = 9 \times 8 = 72$, donc $EC = \frac{72}{6} = 12$ cm.

Contrôle par les côtés entiers. $AB = 6 + 9 = 15$ et $AC = 8 + 12 = 20$. Alors $\frac{AD}{AB} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$: les deux chemins donnent le même rapport.

Application 5 – Passer des morceaux aux côtés entiers

Triangle ABC , $(DE) \parallel (BC)$, avec $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm, $AE = 5$ cm et $BC = 12,5$ cm.

- Calculer EC par l'égalité des morceaux.
- Calculer AB , puis DE .

Correction — Application 5

a. $\frac{4}{6} = \frac{5}{EC}$, donc $4 \times EC = 30$ et $EC = 7,5$ cm.

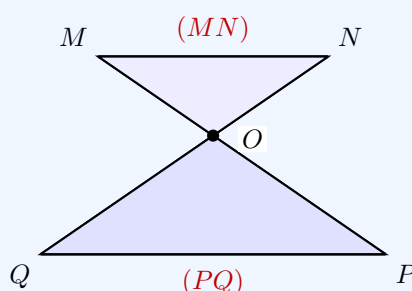
b. $AB = 4 + 6 = 10$ cm. Puis $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ donne $\frac{4}{10} = \frac{DE}{12,5}$, d'où $DE = \frac{4 \times 12,5}{10} = 5$ cm.

(Contrôle : $AC = 5 + 7,5 = 12,5$ et $\frac{5}{12,5} = 0,4 = \frac{4}{10}$.)

6 La configuration papillon (pour aller plus loin)**Indication**

Pour aller plus loin. Le programme nomme « le théorème de Thalès *dans le triangle* ». La configuration papillon est hors programme : c'est le même théorème, sur une figure où le sommet commun s'est déplacé. Cette partie n'est pas évaluée.

Jusqu'ici le sommet commun était *en dehors* des deux parallèles. Sur un chantier, il est souvent *entre* les deux : deux visées qui se croisent, deux câbles, deux allées.

Définition — La configuration papillon

Deux droites se coupent en O . Sur la première, M et P sont **de part et d'autre** de O ; sur la seconde, N et Q de part et d'autre de O . Si $(MN) \parallel (PQ)$, on est dans une configuration papillon de sommet O .

À retenir

C'est le même théorème. Si $(MN) \parallel (PQ)$, alors

$$\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{OQ} = \frac{MN}{PQ}$$

Les longueurs se mesurent toujours **à partir du sommet commun** O . Seule l'allure de la figure change.

Méthode — Reconnaître la bonne configuration

- Repérer le point commun aux deux droites sécantes.
- Regarder où il est : **en dehors** des deux parallèles $\rightarrow$ configuration **triangle** ; **entre** les deux $\rightarrow$ configuration **papillon**.
- Dans les deux cas, écrire les trois rapports en partant du sommet commun.

Exemple — Deux câbles au-dessus d'une scène

Deux câbles porteurs rectilignes se croisent en O . On mesure $OM = 3$ m, $OP = 4$ m et $MN = 5,4$ m, avec $(MN) \parallel (PQ)$. Calculer PQ .

$$\frac{OM}{OP} = \frac{MN}{PQ} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{4} = \frac{5,4}{PQ}$$

$$3 \times PQ = 4 \times 5,4 = 21,6, \text{ donc } PQ = \frac{21,6}{3} = 7,2 \text{ m.}$$

Contrôle. $OP > OM$, donc le second triangle est le plus grand : $PQ = 7,2$ doit bien dépasser $MN = 5,4$.
✓

Application 6 – Un croisement d'allées

Deux allées rectilignes d'un jardin se croisent en O . On relève $OM = 4,5$ m, $OP = 9$ m, $ON = 6,4$ m et $MN = 5,6$ m, avec $(MN) \parallel (PQ)$.

- Quel est le rapport $\frac{OM}{OP}$, sous forme simplifiée ?
- Calculer OQ , puis PQ .

Correction — Application 6

$$\text{a. } \frac{OM}{OP} = \frac{4,5}{9} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{b. } \frac{ON}{OQ} = \frac{1}{2} \text{ donne } OQ = 6,4 \times 2 = 12,8 \text{ m ; et } \frac{MN}{PQ} = \frac{1}{2} \text{ donne } PQ = 5,6 \times 2 = 11,2 \text{ m.}$$

(Contrôle : OQ et PQ sont bien le double de ON et MN .)

7 Démontrer un parallélisme (C3 — pour aller plus loin)**Indication**

Pour aller plus loin. Le programme écrit « Théorème de Pythagore et sa réciproque » et, dans la même cellule, « Théorème de Thalès dans le triangle » : il nomme la réciproque de Pythagore, pas celle de Thalès. La réciproque de Thalès est donc hors programme. Elle prolonge le même raisonnement — comparer deux rapports pour conclure à un parallélisme. Les §7, §8 et §13 ne sont pas évalués.

À retenir

Réciproque du théorème de Thalès. Si $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, si D et E sont placés dans le même ordre à partir de A , et si

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

alors $(DE) \parallel (BC)$.

Méthode — La rédaction en quatre lignes

- Reconstituer les **côtés entiers** : $AB = AD + DB$ et $AC = AE + EC$.
- Calculer $\frac{AD}{AB}$ à part.
- Calculer $\frac{AE}{AC}$ à part.
- Comparer les deux nombres, puis conclure en nommant la réciproque.

Les deux calculs sont **séparés** : écrire d'emblée une égalité entre eux, ce serait supposer vrai ce qu'on cherche à démontrer.

Exemple — Un ouvrage à contrôler

Dans un triangle ABC , $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$, avec $AD = 3,6$ cm, $DB = 2,4$ cm, $AE = 4,8$ cm et $EC = 3,2$ cm. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?

Côtés entiers : $AB = 3,6 + 2,4 = 6$ cm et $AC = 4,8 + 3,2 = 8$ cm.

Premier rapport : $\frac{AD}{AB} = \frac{3,6}{6} = 0,6$.

Second rapport : $\frac{AE}{AC} = \frac{4,8}{8} = 0,6$.

Comparaison : les deux rapports sont égaux, et D , E sont dans le même ordre à partir de A . **Donc** $(DE) \parallel (BC)$, d'après la réciproque du théorème de Thalès.

Erreur fréquente — Diviser par le morceau du bas

L'erreur classique est de calculer $\frac{AD}{DB} = \frac{3,6}{2,4} = 1,5$ et $\frac{AE}{EC} = \frac{4,8}{3,2} = 1,5$. Ici les deux nombres sont encore égaux et la conclusion tombe juste — mais ce n'est pas l'écriture de la réciproque, qui utilise les côtés entiers. On divise par AB , pas par DB .

Application 7 – Démontrer un parallélisme

Dans un triangle ABC , $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$, avec $AD = 2$ cm, $DB = 3$ cm, $AE = 3$ cm et $EC = 4,5$ cm.

- Calculer AB et AC .
- Calculer les deux rapports, séparément.
- Conclure en rédigeant la phrase complète.

Correction — Application 7

a. $AB = 2 + 3 = 5$ cm et $AC = 3 + 4,5 = 7,5$ cm.

b. $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$.

c. Les deux rapports sont égaux et les points D et E sont placés dans le même ordre à partir de A . Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) \parallel (BC)$.

8 Conclure que deux droites ne sont pas parallèles (C3 — pour aller plus loin)

La réciproque sert aussi — et peut-être surtout — à dire **non**. C'est le contrôle d'un ouvrage : on mesure, on compare, et l'on refuse.

Exemple — Un tasseau mal posé

Sur un pignon triangulaire ABC , un tasseau relie $D \in [AB]$ à $E \in [AC]$. Le menuisier mesure $AD = 32$ cm, $AB = 80$ cm, $AE = 27$ cm et $AC = 72$ cm. Le tasseau est-il parallèle à la sablière (BC) ?

Premier rapport : $\frac{AD}{AB} = \frac{32}{80} = 0,4$.

Second rapport : $\frac{AE}{AC} = \frac{27}{72} = 0,375$.

Les deux nombres sont **différents**. Donc (DE) n'est **pas** parallèle à (BC) : le tasseau est de travers, et il faut le reposer.

Remarque — Pourquoi on ne peut pas « presque » conclure

0,400 et 0,375 sont proches : à l'œil, sur un pignon de 80 cm, le défaut ne se voit pas. C'est justement l'intérêt du calcul — il décide là où le regard hésite. En revanche il faut des mesures fiables : deux millimètres d'erreur de relevé changent la conclusion.

Méthode — La phrase de conclusion, dans les deux cas

- Rapports **égaux** : « Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) \parallel (BC)$. »
 - Rapports **différents** : « Les deux rapports ne sont pas égaux, donc (DE) n'est pas parallèle à (BC) . »
- Dans le second cas, on ne cite pas la réciproque : on constate qu'elle ne s'applique pas.

Application 8 – Accepter ou refuser

Dans un triangle ABC , $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$.

a. $AD = 15$ cm, $AB = 25$ cm, $AE = 21$ cm, $AC = 35$ cm. Conclure.

b. $AD = 14$ cm, $AB = 35$ cm, $AE = 18$ cm, $AC = 48$ cm. Conclure.

Correction — Application 8

a. $\frac{15}{25} = 0,6$ et $\frac{21}{35} = 0,6$. Les rapports sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) \parallel (BC)$.

b. $\frac{14}{35} = 0,4$ et $\frac{18}{48} = 0,375$. Les rapports sont différents, donc (DE) n'est pas parallèle à (BC) .

9 L'échelle d'un plan, dans les deux sens (C5)

Un plan est une réduction. L'échelle dit de combien : au $1/50$, un centimètre du papier vaut cinquante centimètres du bâtiment.

À retenir

Les deux sens d'une échelle $\frac{1}{n}$.

— Du plan vers le réel : réel = plan $\times n$ (on agrandit).

— Du réel vers le plan : plan = réel $\div n$ (on réduit).

Contrôle de bon sens : la longueur réelle est toujours la plus grande des deux.

Exemple — Une cloison sur un plan au $1/50$

Sur le plan, la cloison mesure 8,4 cm. Longueur réelle ?

$$8,4 \times 50 = 420 \text{ cm} = 4,20 \text{ m}$$

Exemple — Le sens inverse, sur le même plan

Une baie vitrée mesure réellement 3,30 m. Quelle longueur la représente sur un plan au $1/20$?

On convertit d'abord : 3,30 m = 330 cm. Puis $330 \div 20 = 16,5$ cm.

Erreur fréquente — Diviser des mètres par l'échelle

$3,30 \div 20 = 0,165$: ce n'est pas faux, c'est 0,165 **m**, soit 16,5 cm. Mais répondre « 0,165 cm » est une erreur de deux ordres de grandeur. On convertit tout dans la même unité *avant* de diviser, et l'on écrit l'unité à chaque ligne.

Application 9 – Lire un plan dans les deux sens

Un plan est dressé au 1/20.

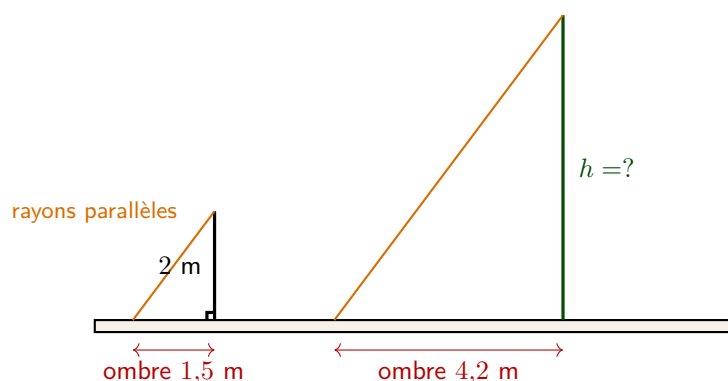
- Une cloison y mesure 14,5 cm. Quelle est sa longueur réelle, en mètres ?
- Une porte mesure réellement 2,04 m. Quelle longueur la représente sur ce plan ?

Correction — Application 9

- $14,5 \times 20 = 290 \text{ cm} = 2,90 \text{ m}$.
- $2,04 \text{ m} = 204 \text{ cm}$, puis $204 \div 20 = 10,2 \text{ cm}$ sur le plan.

10 Mesurer une hauteur par son ombre (C6)

Le Soleil est si loin que ses rayons arrivent sur un chantier **parallèles entre eux**. Deux objets verticaux voisins donnent donc deux triangles « objet + ombre » de même forme. Faisons glisser, par la pensée, le piquet et son ombre le long du sol, jusqu'à ce que le bout de son ombre rejoigne le bout de l'ombre de l'arbre : son rayon se pose alors exactement sur celui de l'arbre, puisqu'ils ont la même inclinaison. On obtient une configuration de Thalès, dont le sommet commun est le bout de l'ombre, et le piquet est parallèle à l'arbre.



Les deux rayons ont la même inclinaison : hauteurs et ombres sont proportionnelles. Figure tracée à l'échelle.

Exemple — La hauteur d'un arbre

Un panneau vertical de 2 m projette une ombre de 1,5 m. Au même instant, un arbre projette une ombre de 4,2 m. Quelle est sa hauteur ?

$$\frac{h_{\text{panneau}}}{\text{ombre panneau}} = \frac{h_{\text{arbre}}}{\text{ombre arbre}} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{1,5} = \frac{h}{4,2}$$

$$h = \frac{2 \times 4,2}{1,5} = \frac{8,4}{1,5} = 5,6 \text{ m}$$

Remarque — Deux écritures, un seul calcul

On peut aussi comparer les deux objets entre eux : $\frac{h_{\text{panneau}}}{h_{\text{arbre}}} = \frac{\text{ombre panneau}}{\text{ombre arbre}}$. Les deux écritures sont correctes. Ce qu'il ne faut **jamais** faire, c'est les mélanger — mettre les hauteurs dans un sens et les ombres dans l'autre.

Application 10 – L'ombre d'un lampadaire

En fin d'après-midi, un lampadaire projette une ombre de 6 m. Au même instant, un piquet vertical de 1,20 m planté à côté projette une ombre de 0,90 m.

- Pourquoi peut-on appliquer Thalès ici ?
- Calculer la hauteur du lampadaire.

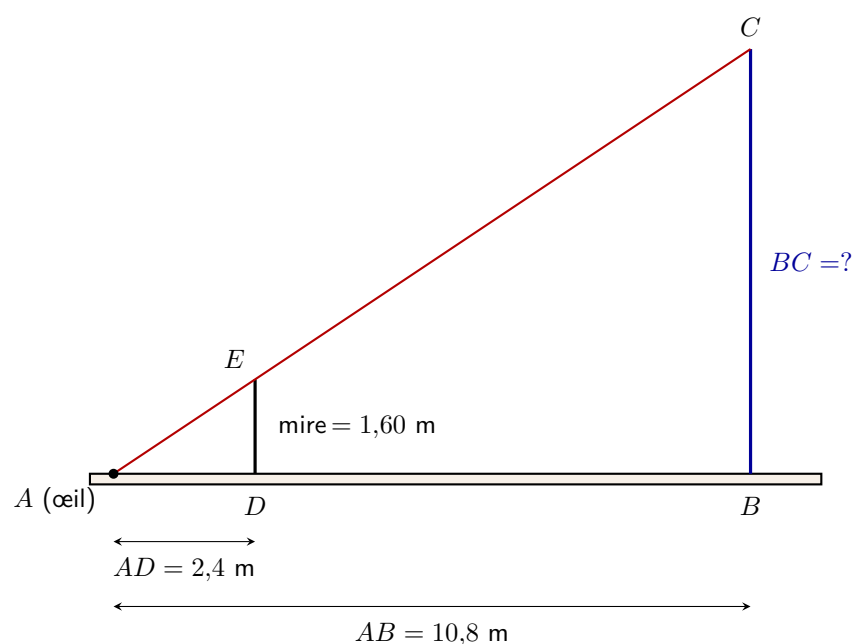
Correction — Application 10

a. Les rayons du Soleil sont parallèles entre eux, et les deux objets sont verticaux donc parallèles. En plaçant par la pensée le piquet au bout de l'ombre du lampadaire, les deux bouts d'ombre se confondent : on obtient une configuration de Thalès.

b. $\frac{h}{6} = \frac{1,20}{0,90}$, donc $h = \frac{6 \times 1,20}{0,90} = \frac{7,2}{0,90} = 8$ m.

11 Mesurer une hauteur par visée : la mire (C6)

L'ombre a un défaut : il faut du soleil, et il faut attendre la bonne heure. Le géomètre, lui, plante une **mire** — un piquet vertical de hauteur connue — et aligne son regard. C'est le geste du chantier, disponible par tous les temps.



La mire $[ED]$ et l'objet $[CB]$ sont verticaux, donc parallèles : configuration de Thalès de sommet A , l'œil de l'observateur.

Exemple — La hauteur d'un poteau

L'observateur met son œil au ras du sol en A , plante une mire de 1,60 m en D avec $AD = 2,4$ m, puis recule jusqu'à voir le sommet de la mire aligné avec le sommet du poteau. Le pied du poteau est en B , avec $AB = 10,8$ m.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB} \quad \Rightarrow \quad \frac{2,4}{10,8} = \frac{1,60}{CB}$$

$$2,4 \times CB = 10,8 \times 1,60 = 17,28 \quad CB = \frac{17,28}{2,4} = 7,2 \text{ m}$$

Contrôle. Le poteau (7,2 m) est bien plus haut que la mire (1,60 m).

Erreur fréquente — Mesurer DB au lieu de AB

Sur le terrain, on mesure souvent la distance de la mire au pied de l'objet, c'est-à-dire DB . Ce n'est pas AB : il faut ajouter AD . Avec $AD = 2,4$ et $DB = 8,4$, on a $AB = 10,8$ — et non $8,4$. Qui oublie cette addition trouve $5,60$ m au lieu de $7,20$ m.

Application 11 – Hauteur d'un mur par visée

Un technicien place son œil au ras du sol en A et plante une mire de $1,50$ m en D , avec $AD = 3$ m. Il recule jusqu'à aligner le sommet de la mire et le haut du mur. Il mesure ensuite la distance de la mire au pied du mur : $DB = 6$ m.

- Calculer AB .
- Calculer la hauteur BC du mur.

Correction — Application 11

- $AB = AD + DB = 3 + 6 = 9$ m.
- $\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$ donne $\frac{3}{9} = \frac{1,50}{BC}$, donc $3 \times BC = 9 \times 1,50 = 13,5$ et $BC = 4,5$ m.
(Celui qui aurait pris $AB = 6$ — la distance de la mire au mur — trouverait 3 m au lieu de $4,50$: un tiers de moins.)

12 Agrandir, réduire : k , k^2 , k^3 (C4)

Thalès dit que le petit triangle et le grand ont toutes leurs longueurs dans un même rapport. Ce rapport a un nom, et il ne se comporte pas de la même façon selon qu'on mesure une longueur, une surface ou un volume.

Définition — Coefficient d'agrandissement ou de réduction

$$k = \frac{\text{longueur de l'image}}{\text{longueur d'origine}}$$

$k > 1$: agrandissement. $0 < k < 1$: réduction.

Deux figures dont *toutes* les longueurs sont dans un même rapport k sont dites **semblables**. Le théorème de Thalès garantit précisément que ADE est semblable à ABC .

À retenir

Ce que multiplie k , et ce qu'il ne multiplie pas.

Grandeur	Multipliée par	Exemple avec $k = 3$
Longueurs, périmètres	k	$\times 3$
Aires, surfaces	k^2	$\times 9$
Volumes	k^3	$\times 27$

Pourquoi. Une aire est le produit de deux longueurs : $(k\ell) \times (k\ell') = k^2 \times \ell\ell'$. Un volume est le produit de trois longueurs : d'où k^3 .

Erreur fréquente — « Deux fois plus grand », donc deux fois de peinture ?

Non. Une pièce deux fois plus grande en toutes dimensions a une surface **quatre** fois plus grande et un volume **huit** fois plus grand. C'est l'erreur la plus coûteuse du chapitre : elle se paie en litres de peinture, en mètres cubes de béton et en euros de devis.

Exemple — Une salle de soins sur un plan au 1/50

Sur le plan, la salle mesure 11 cm sur 7 cm.

Dimensions réelles : $11 \times 50 = 550$ cm = 5,50 m et $7 \times 50 = 350$ cm = 3,50 m.

Surface réelle : $5,50 \times 3,50 = 19,25$ m².

Le rapport des aires. Sur le plan, la surface est $11 \times 7 = 77$ cm². Et $19,25$ m² = 192 500 cm². Or

$$\frac{77}{192\,500} = \frac{1}{2\,500} = \frac{1}{50^2}$$

Les aires sont bien dans le rapport k^2 , et non k .

Exemple — L'autre sens : une maquette au 1/25

Un réservoir mesure réellement 2 m × 1,50 m × 1 m. On en construit une maquette au 1/25, donc $k = \frac{1}{25}$.

Dimensions de la maquette : $200 \div 25 = 8$ cm, $150 \div 25 = 6$ cm, $100 \div 25 = 4$ cm.

Volume de la maquette : $8 \times 6 \times 4 = 192$ cm³.

Volume du réservoir : $200 \times 150 \times 100 = 3\,000\,000$ cm³, soit 3 m³.

Le rapport des volumes. $25^3 = 15\,625$, et

$$\frac{192}{3\,000\,000} = \frac{1}{15\,625} = \frac{1}{25^3}$$

Une maquette 25 fois plus petite tient dans un volume 15 625 fois plus petit. C'est ce qui rend les maquettes transportables — et ce qui trompe l'œil sur la quantité de matière du modèle réel.

Remarque — Le chapitre 14 y revient

Les effets d'un agrandissement sur les volumes seront repris en détail au chapitre 14, avec les solides. Ici, il suffit de savoir les trois lignes du tableau et de ne pas confondre k , k^2 et k^3 .

Application 12 – Une maquette de podium

La maquette d'un podium est un pavé droit de 25 cm × 15 cm × 10 cm. Le podium réel sera 2 fois plus grand en toutes dimensions.

- Donner les dimensions du podium réel.
- L'aire du plateau de la maquette est 375 cm². Quelle est celle du podium réel ?
- Le volume de la maquette est 3 750 cm³. Quel est celui du podium réel ?

Correction — Application 12

- $k = 2$: $25 \times 2 = 50$ cm, $15 \times 2 = 30$ cm, $10 \times 2 = 20$ cm.
- Les aires sont multipliées par $k^2 = 4$: $375 \times 4 = 1\,500$ cm². (*Contrôle direct* : $50 \times 30 = 1\,500$.)
- Les volumes sont multipliés par $k^3 = 8$: $3\,750 \times 8 = 30\,000$ cm³. (*Contrôle direct* : $50 \times 30 \times 20 = 30\,000$.)

13 Contrôler une série de rapports au tableur (C3 — pour aller plus loin)

Sur un ouvrage, on ne contrôle jamais un seul tasseau : on en contrôle vingt. Le calcul est toujours le même ; c'est exactement ce qu'un tableur sait faire. Ce contrôle repose sur la réciproque (§7) : il est, comme elle, hors programme.

Méthode — Le test, écrit une seule fois

Quatre colonnes pour AD , AB , AE , AC , puis une cinquième qui répond :

$=SI(A2/B2=C2/D2;"parallèle";"à reprendre")$

$SI(condition;...;...)$ affiche le premier texte si la condition est vraie, le second sinon. On écrit la formule en E2, puis on la recopie vers le bas : les références suivent la ligne toutes seules.

Exemple — Cinq tasseaux contrôlés d'un coup

	A — AD	B — AB	C — AE	D — AC	E
2	15	25	21	35	parallèle
3	32	80	27	72	à reprendre
4	14	35	16	40	parallèle
5	18	45	22	55	parallèle
6	24	60	26	68	à reprendre

La feuille traite les cinq lignes sans se tromper et sans fatigue. La ligne 6 est celle qu'on laisserait passer à l'œil : $24 \div 60 = 0,4$ et $26 \div 68 \approx 0,382$, deux nombres assez proches pour qu'un contrôle rapide les confonde, assez différents pour que l'ouvrage soit faux.

Remarque — Deux pièges du tableur

- Le tableur ne connaît que la **barre oblique** pour diviser : on écrit $A2/B2$, jamais le signe $\div$. Et $A2/B2=C2/D2$ compare deux quotients, pas deux différences.
- Le tableur compare des nombres **exacts**. Un relevé au millimètre près donne rarement deux quotients rigoureusement égaux : sur des mesures réelles, on compare plutôt à une tolérance, par exemple $=SI(ABS(A2/B2-C2/D2)<0,01;...)$.

Application 13 – Lire et compléter une feuille de contrôle

Un menuisier a saisi ses relevés dans la feuille ci-dessous et recopié la formule $=SI(A2/B2=C2/D2;"parallèle";"à reprendre")$ de E2 jusqu'à E4.

	A — AD	B — AB	C — AE	D — AC	E
2	12	30	18	45	
3	20	50	24	64	
4	9	15	15	25	

- Quelle formule se trouve en E3 après la recopie ?
- Compléter la colonne E pour les trois lignes, en justifiant par les quotients.

Correction — Application 13

- $=SI(A3/B3=C3/D3;"parallèle";"à reprendre")$: les références suivent la ligne.
- Ligne 2 : $12/30 = 0,4$ et $18/45 = 0,4 \rightarrow$ parallèle. Ligne 3 : $20/50 = 0,4$ et $24/64 = 0,375 \rightarrow$ à reprendre. Ligne 4 : $9/15 = 0,6$ et $15/25 = 0,6 \rightarrow$ parallèle.

Bilan – Je sais faire

Tout le chapitre tient en trois gestes. **Repérer** le sommet commun et les deux parallèles. **Écrire** les rapports en mettant le petit en haut et le grand en bas. **Contrôler** : la grande parallèle est plus longue que la petite, la longueur réelle est plus grande que celle du plan, un objet visé est plus haut que la mire. Un résultat qui ne passe pas ce contrôle est faux, même si le calcul semblait juste.