

# Théorème de Pythagore et sa réciproque

## Chapitre 12 — Mathématiques — Seconde Bac Pro

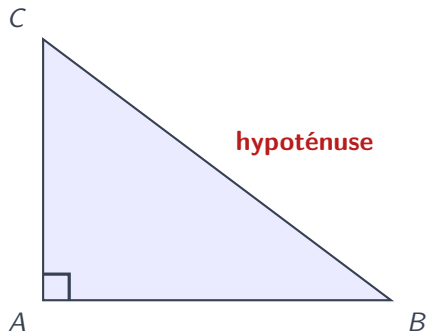
Naïm Azzouz

28 septembre 2026

1. Reconnaître la configuration
2. Calculer l'hypoténuse
3. Calculer un côté de l'angle droit
4. La distance en pente
5. La réciproque
6. Direct et réciproque
7. Reasonner par l'absurde
8. Les triplets et le 3-4-5
9. Le contre-exemple
10. La disjonction des cas
11. Dans un repère (*pour aller plus loin*)
12. Dans l'espace
13. Chercher au tableur

# 1. Où est l'hypoténuse ?

*cours p. 2*



Le côté **opposé** à l'angle droit. Il ne touche pas le petit carré, c'est le **plus grand** des trois, et son nom ne contient pas la lettre de l'angle droit.

## 2. Le théorème

*cours p. 3*

Si le triangle est rectangle en  $A$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Hypoténuse cherchée  $\rightarrow$  on **additionne** les carrés.

Un chevron

Portée 4,50 m, dénivelé 1,80 m.

$$L^2 = 20,25 + 3,24 = 23,49, \text{ donc } L \approx 4,85 \text{ m.}$$

Côté de l'angle droit cherché → on **soustrait**.

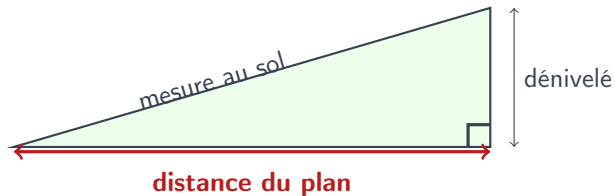
$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

On part toujours de l'hypoténuse

Sinon le carré serait négatif — et aucune longueur n'a un carré négatif.

## 4. Un plan est une vue de dessus

*cours p. 4*



### Un talus

25 m mesurés au sol, 7 m de dénivelé.

$$d = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24 \text{ m} \text{ — et non 25.}$$

Si  $c^2 = a^2 + b^2$  avec  $c$  le plus grand  
alors le triangle est **rectangle**.

Deux calculs **séparés**, puis une comparaison.

$$10^2 = 100 \quad \text{et} \quad 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

Égaux, donc rectangle.

## 6. Deux énoncés qu'on ne confond pas

*cours p. 6*

| Le théorème                           | La réciproque                          |
|---------------------------------------|----------------------------------------|
| Si rectangle, alors $c^2 = a^2 + b^2$ | Si $c^2 = a^2 + b^2$ , alors rectangle |
| Je sais l'angle droit                 | Je sais les trois longueurs            |
| Je cherche une longueur               | Je cherche à prouver l'angle           |

Une réciproque n'est pas toujours vraie

« Si un nombre se termine par 0, il est pair » : vrai.

L'inverse ? 14 suffit à le réfuter.

**Supposons** que le panneau soit d'équerre.

**Alors** sa diagonale vaudrait 150 cm.

**Or** elle mesure 152 cm : c'est impossible.

**Donc** il n'est pas d'équerre.

C'est un raisonnement par l'absurde

On suppose vrai ce qu'on veut réfuter. Sa conséquence contredit la mesure : la supposition était fausse.

## 8. Les triplets

*cours p. 9*

$$3 - 4 - 5$$

$$5 - 12 - 13$$

$$8 - 15 - 17$$

et tous leurs **multiples**

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2(a^2 + b^2) = (kc)^2$$

### La règle du 3-4-5

3 m, 4 m, et la diagonale doit faire 5 m.

Sur un grand ouvrage : 6-8-10, plus précis.

## 9. Un seul cas suffit à réfuter

*cours p. 10*

« Tout triangle dont les côtés sont trois entiers consécutifs est rectangle »

$$2, 3, 4 : \quad 4 + 9 = 13 \quad \text{mais} \quad 4^2 = 16$$

C'est un contre-exemple

Un exemple qui marche ne démontre rien. Un contre-exemple, lui, réfute définitivement.

## 10. Deux côtés, deux réponses

*cours p. 11*

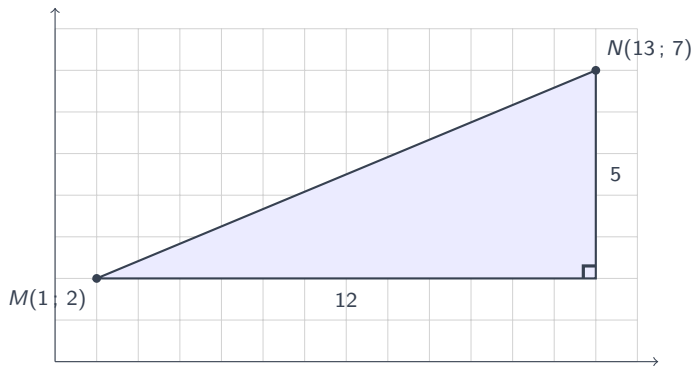
Un triangle rectangle a deux côtés de 6 et 10.

- 10 est l'hypoténuse :  $x = \sqrt{100 - 36} = 8$
- 6 et 10 encadrent l'angle droit :  $x = \sqrt{136} \approx 11,66$
- 6 est l'hypoténuse : impossible, ce n'est pas le plus grand

Deux réponses, et un cas écarté. C'est la disjonction des cas.

## 11. Pour aller plus loin : dans un repère

*cours p. 12*

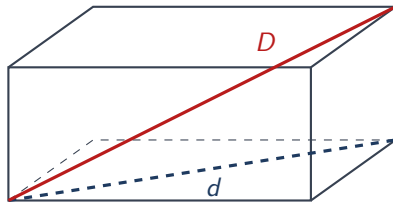


$$MN^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \quad MN = 13$$

Les écarts sont élevés au carré : leur signe n'a aucune importance. (*Hors programme de Seconde : non évalué.*)

## 12. Dans l'espace

*cours p. 13*



$$D = \sqrt{L^2 + \ell^2 + h^2}$$

Pythagore **deux fois** : d'abord dans le fond, puis dans le plan vertical.

## 13. Chercher, et non reconnaître

*cours p. 14*

`=SI(A2^2+B2^2=C2^2;"oui";"non")`

Écrit **une fois** en D2, puis recopié : les références suivent la ligne.

### Ce que cela change

La liste du cours donne les triplets qu'on a *appris*.

Le tableur les **cherche** — et fait sortir 7 – 24 – 25, qui n'y est pas.

- L'hypoténuse : opposée à l'angle droit, et toujours la plus grande.
- On additionne pour l'hypoténuse, on soustrait pour un côté.
- La réciproque prouve l'angle droit : deux calculs séparés.
- Par l'absurde : on suppose l'équerre ; la diagonale ne tombe pas juste, donc pas d'équerre.
- Un contre-exemple réfute ; un exemple ne démontre rien.
- L'hypoténuse non nommée  $\rightarrow$  disjonction des cas.