

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 12****Théorème de Pythagore et sa réciproque**

Édition : 28 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les onze capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Chaque partie commence par un rappel de cours, puis les exercices vont de l'application directe vers le choix autonome d'une méthode. La partie « Pour aller plus loin » dépasse le programme de Seconde : elle n'est pas évaluée. Écrire toujours l'unité du résultat et une phrase de réponse. Une calculatrice avec la touche $\sqrt{}$ est nécessaire. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Reconnaître la configuration et nommer les côtés	1 à 3	2
C2 – Calculer l'hypoténuse	4 à 8	3
C8 – Calculer un côté de l'angle droit	9 à 12	4
C9 – Réduire une distance en pente à l'horizontale	13 et 14	6
C3 – La réciproque : prouver qu'un angle est droit	15 à 18	7
C11 – Raisonner par l'absurde : le contrôle d'équerrage	19 à 21	8
C4 – Les triplets pythagoriciens et la règle du 3-4-5	22 à 25	9
C6 – Infirmer une affirmation : le contre-exemple	26 et 27	10
C10 – Raisonner par disjonction des cas	28 et 29	11
Pour aller plus loin – La distance entre deux points d'un repère	30	12
C5 – Pythagore dans l'espace : la diagonale d'un pavé	31 et 32	12
C7 – Chercher des triplets au tableur	33 à 35	13

C1 – Reconnaître la configuration et nommer les côtés

Exigible. Prérequis : reconnaître un angle droit.

Rappel de cours

L'**hypoténuse** est le côté *opposé* à l'angle droit.

Trois façons de la repérer : elle ne touche pas le petit carré ; elle est toujours **le plus grand** des trois côtés ; dans « rectangle en A », son nom ne contient pas la lettre A .

La position sur la feuille ne décide de rien.

Exercice 1 — Nommer les côtés

Pour chaque triangle, donner le nom de l'hypoténuse et celui des deux côtés de l'angle droit.

- a. ABC rectangle en A . b. DEF rectangle en E .
c. RST rectangle en T . d. KLM rectangle en M .

Correction de l'exercice 1

- a. Hypoténuse $[BC]$; côtés de l'angle droit $[AB]$ et $[AC]$.
b. Hypoténuse $[DF]$; côtés $[ED]$ et $[EF]$.
c. Hypoténuse $[RS]$; côtés $[TR]$ et $[TS]$.
d. Hypoténuse $[KL]$; côtés $[MK]$ et $[ML]$.

Règle : l'hypoténuse est le côté dont le nom ne contient pas la lettre de l'angle droit.

Exercice 2 — Repérer l'hypoténuse

Dans chaque cas, le triangle est rectangle. Dire quel côté est l'hypoténuse, et pourquoi.

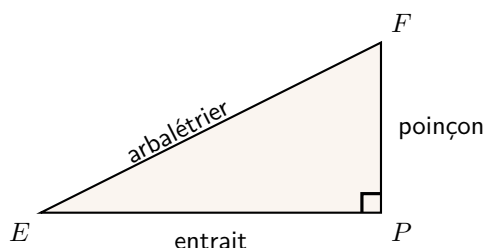
- a. Trois côtés de 7 cm, 24 cm et 25 cm.
b. Trois côtés de 1,5 m, 2 m et 2,5 m.
c. Un charpentier affirme : « sur mon plan, l'hypoténuse est le trait du bas ». Répondre en une phrase.

Correction de l'exercice 2

- a. 25 cm : l'hypoténuse est toujours le plus grand des trois côtés.
b. 2,5 m, pour la même raison.
c. Il a tort. L'hypoténuse est le côté *opposé* à l'angle droit, quelle que soit sa position sur la feuille. En faisant pivoter le plan d'un quart de tour, elle change de place sur le papier sans changer de rôle dans le triangle.

Exercice 3 — Une ferme de charpente

Sur la figure, repérer le triangle rectangle et nommer ses trois côtés.



- a. Où est l'angle droit ? b. Quelle pièce de charpente joue le rôle de l'hypoténuse ? c. Si l'entrait mesure 5 m et le poinçon 2,50 m, l'arbalétrier peut-il mesurer 7 m ?

Correction de l'exercice 3

- a. En P , au pied du poinçon : c'est là qu'est le petit carré.
- b. L'**arbalétrier**, côté $[EF]$: c'est le côté opposé à l'angle droit.
- c. **Non**. L'hypoténuse est toujours plus petite que la somme des deux autres côtés : ici $5 + 2,50 = 7,50$, donc l'arbalétrier mesure moins de 7,50 m — mais surtout, le calcul exact donne $\sqrt{25 + 6,25} = \sqrt{31,25} \approx 5,59$ m. 7 m est très loin du compte.

C2 – Calculer l'hypoténuse

Exigible. Prérequis : C1, carré d'un décimal, racine carrée à la calculatrice.

Rappel de cours

Dans un triangle rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Pour l'**hypoténuse**, on **additionne** les carrés des deux côtés de l'angle droit, puis on prend la racine carrée.

Contrôle : l'hypoténuse est plus grande que chacun des deux côtés, et plus petite que leur somme.

Exercice 4 — Quatre hypoténuses

Calculer l'hypoténuse de chaque triangle rectangle, arrondie au centième si nécessaire.

- a. Côtés de l'angle droit : 9 cm et 12 cm.
- b. Côtés de l'angle droit : 5 m et 7 m.
- c. Côtés de l'angle droit : 1,2 m et 1,6 m.

Correction de l'exercice 4

- a. $h^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$, donc $h = \sqrt{225} = 15$ cm.
- b. $h^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$, donc $h = \sqrt{74} \approx 8,60$ m.
- c. $h^2 = 1,2^2 + 1,6^2 = 1,44 + 2,56 = 4$, donc $h = \sqrt{4} = 2$ m. (C'est 3-4-5 divisé par 2,5.)

Exercice 5 — La taille d'un écran

Un écran de télévision est annoncé « 40 pouces », ce qui désigne la longueur de sa **diagonale**. Il mesure 88 cm de large et 50 cm de haut.

- a. Calculer la longueur de la diagonale, arrondie au centimètre.
- b. Sachant qu'un pouce vaut 2,54 cm, vérifier l'annonce du fabricant.
- c. Pourquoi deux écrans de même diagonale peuvent-ils avoir des surfaces différentes ?

Correction de l'exercice 5

- a. $d^2 = 88^2 + 50^2 = 7\,744 + 2\,500 = 10\,244$, donc $d = \sqrt{10\,244} \approx 101$ cm.
- b. $101 \div 2,54 \approx 39,8$ pouces. L'annonce de 40 pouces est donc juste, à l'arrondi près.
- c. Parce que la diagonale ne dit rien de la *forme*. Un écran très allongé et un écran presque carré peuvent avoir la même diagonale et des surfaces très différentes : c'est pourquoi on précise toujours le format en plus de la diagonale.

Exercice 6 — Les haubans d'un mât

Un mât de 9 m est maintenu par trois haubans ancrés au sol, tous à 12 m du pied.

- a. Calculer la longueur d'un hauban.
- b. Calculer la longueur totale de câble à commander, sachant qu'on ajoute 0,50 m par hauban pour les fixations.
- c. Le câble coûte 4,20 € le mètre. Calculer le coût.

Correction de l'exercice 6

- a. $L^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$, donc $L = 15$ m. (Le triplet 3-4-5 multiplié par 3.)
- b. $15 + 0,50 = 15,50$ m par hauban, soit $15,50 \times 3 = 46,50$ m de câble.
- c. $46,50 \times 4,20 = 195,30$ €.

Exercice 7 — Le rampant d'une toiture

Le pan d'une toiture a une portée horizontale de 6 m et s'élève de 2,40 m.

- a. Calculer la longueur du rampant, arrondie au centimètre.
- b. Le pan mesure 9 m dans l'autre sens. Calculer sa surface.
- c. Les tuiles couvrent 12 unités au mètre carré. Combien en faut-il ?

Correction de l'exercice 7

- a. $L^2 = 6^2 + 2,40^2 = 36 + 5,76 = 41,76$, donc $L = \sqrt{41,76} \approx 6,46$ m.
- b. $6,46 \times 9 \approx 58,14$ m².
- c. $58,14 \times 12 \approx 697,7$: il faut **698 tuiles**, et en pratique on en commande davantage pour les coupes et la casse.

Exercice 8 — Un écran et son meuble

Un téléviseur mesure 122 cm de large et 69 cm de haut.

- a. Calculer la diagonale, arrondie au centième.
- b. Un pouce vaut 2,54 cm. À quelle taille en pouces correspond-elle ?
- c. Le meuble prévu mesure 125 cm de large. L'écran rentre-t-il ?

Correction de l'exercice 8

- a. $d^2 = 122^2 + 69^2 = 14\,884 + 4\,761 = 19\,645$, donc $d = \sqrt{19\,645} \approx 140,16$ cm.
- b. $140,16 \div 2,54 \approx 55,2$: c'est un écran de **55 pouces**.
- c. **Oui**, tout juste : c'est la *largeur* qui compte pour le meuble, pas la diagonale. 122 cm passent dans 125 cm, avec 3 cm de jeu.

C8 – Calculer un côté de l'angle droit

Exigible. Prérequis : C2.

Rappel de cours

Dans un triangle rectangle en A : $AB^2 = BC^2 - AC^2$.

Pour un **côté de l'angle droit**, on **soustrait**, en partant toujours du carré de l'hypoténuse. Un carré négatif signale qu'on est parti du mauvais côté.

Exercice 9 — Quatre côtés de l'angle droit

Calculer le côté manquant de l'angle droit, arrondi au centième si nécessaire.

- a. Hypoténuse 13 cm, un côté 5 cm.
- b. Hypoténuse 10 m, un côté 7 m.
- c. Hypoténuse 2,9 m, un côté 2 m.

Correction de l'exercice 9

- a. $x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, donc $x = 12$ cm.
- b. $x^2 = 10^2 - 7^2 = 100 - 49 = 51$, donc $x = \sqrt{51} \approx 7,14$ m.
- c. $x^2 = 2,9^2 - 2^2 = 8,41 - 4 = 4,41$, donc $x = \sqrt{4,41} = 2,1$ m.

Exercice 10 — *Jusqu'où monte une échelle*

Une échelle de 4 m est appuyée contre un mur. Son pied est à 1,20 m du mur.

- Faire un schéma et repérer l'angle droit.
- Quelle pièce est l'hypoténuse ?
- Calculer la hauteur atteinte sur le mur, arrondie au centimètre.
- On éloigne le pied à 1,50 m. La hauteur augmente-t-elle ou diminue-t-elle ? Vérifier par le calcul.

Correction de l'exercice 10

- Le mur et le sol forment l'angle droit ; l'échelle ferme le triangle.
- L'**échelle**, qui mesure 4 m.
- $h^2 = 4^2 - 1,20^2 = 16 - 1,44 = 14,56$, donc $h = \sqrt{14,56} \approx 3,82$ m.
- Elle **diminue** : $h^2 = 16 - 2,25 = 13,75$, donc $h \approx 3,71$ m. Plus le pied s'éloigne, moins l'échelle monte haut — sa longueur, elle, ne change pas.

Exercice 11 — *Une rampe d'accès*

Une rampe d'accès de 8 m de long doit s'élever de 0,60 m.

- Quelle longueur occupe-t-elle au sol ? Arrondir au centimètre.
- La réglementation impose une pente d'au plus 5 %, c'est-à-dire 5 cm de montée par mètre parcouru au sol. Cette rampe est-elle conforme ?

Correction de l'exercice 11

- La rampe est l'hypoténuse : $x^2 = 8^2 - 0,60^2 = 64 - 0,36 = 63,64$, donc $x = \sqrt{63,64} \approx 7,98$ m.
- La montée est de 0,60 m pour 7,98 m au sol, soit $0,60 \div 7,98 \approx 0,0752$, c'est-à-dire environ 7,5 %. C'est **au-dessus** des 5 % : la rampe n'est pas conforme.

Exercice 12 — *Corriger trois calculs*

Corriger les trois calculs, en expliquant l'erreur de chacun.

- « Triangle rectangle, côtés de l'angle droit 6 et 8 : l'hypoténuse vaut $6 + 8 = 14$. »
- « Hypoténuse 15, un côté 9 : l'autre vaut $\sqrt{15^2 + 9^2}$. »
- « Côtés de l'angle droit 5 et 12 : l'hypoténuse vaut $\sqrt{5 + 12} = \sqrt{17}$. »

Correction de l'exercice 12

- Il a additionné les *longueurs* au lieu des *carrés*. $h^2 = 36 + 64 = 100$, donc $h = 10$. Contrôle : l'hypoténuse est plus petite que la somme des deux côtés, donc plus petite que 14.
- Il a additionné là où il fallait soustraire. On part de l'hypoténuse : $x^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$, donc $x = 12$.
- Il a mis la racine sur la somme des longueurs au lieu de la somme des carrés. $h^2 = 25 + 144 = 169$, donc $h = 13$.

C9 – Réduire une distance en pente à l'horizontale

Exigible. Prérequis : C2 et C8.

Rappel de cours

Un plan est une **vue de dessus** : les distances y sont **horizontales**.

La mesure prise le long de la pente est l'hypoténuse ; le dénivelé et la distance du plan sont les côtés de l'angle droit. On réduit donc avant de reporter.

Dans l'autre sens, une clôture ou un grillage suit le sol : sa longueur est l'hypoténuse.

Exercice 13 — Un relevé en pente

Un géomètre mesure 41 m le long d'un chemin qui monte de 9 m.

- Quelle distance doit-il reporter sur le plan ?
- De combien le plan diffère-t-il de la mesure prise au sol ?
- Expliquer en une phrase pourquoi on ne reporte pas la mesure du terrain telle quelle.

Correction de l'exercice 13

- La mesure au sol est l'hypoténuse : $d^2 = 41^2 - 9^2 = 1\,681 - 81 = 1\,600$, donc $d = \sqrt{1\,600} = 40$ m.
- $41 - 40 = 1$ m d'écart.
- Parce qu'un plan est une **vue de dessus** : toutes ses distances sont horizontales. Reporter la mesure du terrain reviendrait à agrandir la parcelle d'un mètre sur cette limite.

Exercice 14 — Ce que coûte une erreur de report

Un géomètre relève 15 m le long d'une pente qui descend de 4 m.

- Quelle distance reporte-t-il sur le plan ? Arrondir au centimètre.
- Le terrain est facturé 85 € le mètre carré. Sur une bande de 10 m de large, quelle différence de prix cela fait-il selon qu'on reporte la mesure du terrain ou celle du plan ?

Correction de l'exercice 14

- $d^2 = 15^2 - 4^2 = 225 - 16 = 209$, donc $d = \sqrt{209} \approx 14,46$ m.
- Avec la bonne mesure : $14,46 \times 10 = 144,6 \text{ m}^2$, soit $144,6 \times 85 = 12\,291$ €. Avec la mesure du terrain : $15 \times 10 = 150 \text{ m}^2$, soit 12 750 €. La différence est de 459 € — une erreur qui se paie.

C3 – La réciproque : prouver qu'un angle est droit

Exigible. Prérequis : C2.

Rappel de cours

Si le carré du **plus grand** côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle est rectangle.

La rédaction : deux calculs **séparés**, puis une comparaison, puis une phrase. On n'écrit pas l'égalité avant de l'avoir vérifiée.

Le théorème part de l'angle droit pour trouver une longueur ; la réciproque part des trois longueurs pour prouver l'angle droit.

Exercice 15 — *Quatre triangles à trancher*

Pour chacun, dire si le triangle est rectangle, en rédigeant les deux calculs **séparément** puis en comparant.

- a. 8 cm, 15 cm, 17 cm.
- b. 7 cm, 9 cm, 12 cm.
- c. 20 cm, 21 cm, 29 cm.
- d. 9 cm, 40 cm, 41 cm.

Correction de l'exercice 15

- a. $17^2 = 289$ et $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$. Égaux : **rectangle**.
- b. $12^2 = 144$ et $7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130$. $144 \neq 130$: **pas rectangle**.
- c. $29^2 = 841$ et $20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$. Égaux : **rectangle**.
- d. $41^2 = 1681$ et $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$. Égaux : **rectangle**.

Exercice 16 — *Un rectangle tracé au sol*

Sur un chantier, un ouvrier trace au sol un rectangle de 3 m sur 4 m.

- a. Quelle longueur doit mesurer la diagonale ?
- b. Il obtient 5 m pour l'une et 5,10 m pour l'autre. Que peut-il en déduire ?
- c. Dans un vrai rectangle, les deux diagonales sont égales. Cette propriété suffit-elle à prouver que la figure est un rectangle ?

Correction de l'exercice 16

- a. $d^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc $d = 5$ m.
- b. La première diagonale est bonne, la seconde non : la figure n'est pas un rectangle. Deux diagonales inégales suffisent à le dire.
- c. **Non**. Un trapèze isocèle a aussi ses diagonales égales sans être un rectangle. L'égalité des diagonales est une *conséquence*, pas une preuve suffisante : c'est en mesurant qu'elles valent bien $\sqrt{L^2 + \ell^2}$ qu'on conclut.

Exercice 17 — *Ce qui ne démontre rien*

Expliquer, pour chaque rédaction, pourquoi elle ne démontre rien.

- a. « $13^2 = 5^2 + 12^2$ donc le triangle est rectangle. »
- b. « $169 = 169$ donc c'est bon. »
- c. Rédiger correctement la démonstration pour un triangle de côtés 5, 12 et 13.

Correction de l'exercice 17

- a. Elle écrit l'égalité avant de l'avoir vérifiée : c'est supposer ce qu'on veut prouver. Il faut deux calculs séparés, puis une comparaison.
- b. On ne sait pas d'où viennent ces nombres ni ce qu'ils représentent. Une démonstration nomme ce qu'elle calcule.
- c. D'une part $13^2 = 169$. D'autre part $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$. Les deux résultats sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au côté de 13.

Exercice 18 — Théorème ou réciproque ?

Dire si chaque énoncé est le théorème de Pythagore ou sa réciproque.

- « Si le triangle est rectangle, alors $c^2 = a^2 + b^2$. »
- « Si $c^2 = a^2 + b^2$, alors le triangle est rectangle. »
- Écrire la réciproque de : « si un quadrilatère est un carré, alors ses quatre côtés ont la même longueur ». Est-elle vraie ?
- Un coffreur mesure les trois côtés d'un coin : 60 cm, 80 cm et 100 cm. Lequel des deux énoncés lui permet de conclure que le coin est d'équerre ?

Correction de l'exercice 18

- Le **théorème** de Pythagore : on sait que l'angle est droit, on en déduit une égalité.
- Sa **réciproque** : hypothèse et conclusion sont échangées.
- « Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un carré. » Elle est **fausse** : un losange non carré a quatre côtés égaux sans avoir d'angle droit. La réciproque d'un énoncé vrai n'est pas toujours vraie.
- La **réciproque** : $100^2 = 10\,000$ et $60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$. Les deux résultats sont égaux, donc le coin est d'équerre.

C11 – Raisonner par l'absurde : le contrôle d'équerrage

Exigible. Le programme cite le raisonnement par l'absurde.

Rappel de cours

Pour montrer qu'un ouvrage n'est *pas* d'équerre, on rédige en trois temps :

Supposons que l'ouvrage soit d'équerre. **Alors**, d'après le théorème de Pythagore, sa diagonale vaudrait. . . **Or** elle mesure. . . : c'est impossible. **Donc** l'ouvrage n'est pas d'équerre.

Si la diagonale tombe juste, c'est la réciproque qui permet de conclure qu'il l'est.

Exercice 19 — Deux panneaux à contrôler

Un menuisier fabrique un panneau qui doit mesurer 120 cm sur 160 cm.

- Quelle devrait être la longueur de sa diagonale s'il était parfaitement rectangulaire ?
- Il mesure 200 cm. Que peut-il conclure, et par quel théorème ?
- Sur un second panneau il mesure 204 cm. Rédiger la conclusion par l'absurde, en trois temps.

Correction de l'exercice 19

- $d^2 = 120^2 + 160^2 = 14\,400 + 25\,600 = 40\,000$, donc $d = \sqrt{40\,000} = 200$ cm.
- La diagonale mesurée est exactement celle attendue : par la **réciproque** du théorème de Pythagore, le panneau **est** bien d'équerre.
- Supposons que** le panneau soit d'équerre. **Alors**, d'après le théorème de Pythagore, sa diagonale vaudrait 200 cm. **Or** elle mesure 204 cm : c'est impossible. **Donc** le panneau n'est pas d'équerre.

Exercice 20 — Trois cadres en contrôle

Un cadre doit mesurer 60 cm sur 80 cm.

- Calculer la diagonale théorique.
- L'atelier en contrôle trois. Le premier donne 100 cm, le deuxième 102 cm, le troisième 100 cm. Lesquels sont d'équerre ? Pour le cadre qui ne l'est pas, rédiger la preuve par l'absurde.
- Pour le cadre défectueux, calculer l'écart en millimètres.

Correction de l'exercice 20

- a. $d^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$, donc $d = 100$ cm.
- b. Le premier et le troisième : leur diagonale vaut exactement 100 cm. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, leur coin est droit. Pour le deuxième : supposons qu'il soit d'équerre. Alors, d'après le théorème de Pythagore, sa diagonale vaudrait 100 cm. Or elle mesure 102 cm : c'est impossible. Donc il n'est pas d'équerre.
- c. $102 - 100 = 2$ cm, soit 20 mm de trop. C'est largement au-delà de la tolérance usuelle de quelques millimètres : le cadre est à reprendre.

Exercice 21 — Le raisonnement du contrôleur

Un contrôleur mesure la diagonale d'un plateau qui devrait faire 90 cm sur 120 cm. Il trouve 148 cm.

- a. Quelle diagonale devrait-il trouver ?
- b. Rédiger sa conclusion par l'absurde, en trois temps, sur le modèle du cours.
- c. Pourquoi la réciproque du théorème ne permet-elle pas de conclure ici ?

Correction de l'exercice 21

- a. $d^2 = 90^2 + 120^2 = 8\,100 + 14\,400 = 22\,500$, donc $d = 150$ cm.
- b. **Supposons que** le plateau soit d'équerre. **Alors**, d'après le théorème de Pythagore, sa diagonale vaudrait 150 cm. **Or** elle mesure 148 cm : c'est impossible. **Donc** le plateau n'est pas d'équerre.
- c. La réciproque sert à prouver qu'un angle *est* droit, quand la mesure tombe juste. Ici elle ne tombe pas juste : pour prouver que l'angle n'est *pas* droit, on suppose le contraire et l'on aboutit à une contradiction. C'est le raisonnement par l'absurde.

C4 – Les triplets pythagoriciens et la règle du 3-4-5

Exigible. Prérequis : C3.

Rappel de cours

Trois entiers (a, b, c) forment un triplet lorsque $a^2 + b^2 = c^2$.

À reconnaître : **3-4-5**, **5-12-13**, **8-15-17** — et tous leurs multiples, car $(ka)^2 + (kb)^2 = (kc)^2$.

Trois entiers ne suffisent pas : il faut vérifier l'égalité. Sur le chantier, la règle du 3-4-5 (ou d'un multiple) trace un angle droit.

Exercice 22 — Un multiple à reconnaître

- a. Vérifier que $(15, 36, 39)$ est un triplet pythagorien.
- b. De quel triplet connu est-il le multiple, et par combien ?
- c. Donner deux autres multiples du même triplet de départ.

Correction de l'exercice 22

- a. $15^2 + 36^2 = 225 + 1\,296 = 1\,521$ et $39^2 = 1\,521$. Égaux : c'est bien un triplet.
- b. C'est 5 – 12 – 13 multiplié par 3.
- c. Par exemple 10 – 24 – 26 (multiplié par 2) et 20 – 48 – 52 (multiplié par 4).

Exercice 23 — Un cordeau de 48 mètres

Un maçon veut implanter un angle droit avec un cordeau de 48 m.

- a. Quelles trois longueurs peut-il marquer, en utilisant un multiple de 3-4-5 ?
- b. Vérifier que ces trois longueurs forment bien un triangle rectangle.
- c. Pourquoi vaut-il mieux employer ce multiple plutôt que 3-4-5 directement ?

Correction de l'exercice 23

- a. $3 + 4 + 5 = 12$, et $48 \div 12 = 4$: il marque 12 m, 16 m et 20 m.
 b. $12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ et $20^2 = 400$. Égaux : le triangle est rectangle.
 c. Parce que l'angle obtenu est plus précis. Une erreur de 1 cm sur un côté de 12 m pèse quatre fois moins que la même erreur sur un côté de 3 m.

Exercice 24 — Quatre candidats

Parmi ces triplets, entourer ceux qui sont pythagoriciens. Justifier chaque réponse par le calcul.

- a. (6, 8, 10) b. (4, 5, 6) c. (12, 35, 37) d. (10, 15, 20)

Correction de l'exercice 24

- a. $36 + 64 = 100 = 10^2$: **oui** (3-4-5 doublé).
 b. $16 + 25 = 41$ et $6^2 = 36$: **non**.
 c. $144 + 1\,225 = 1\,369$ et $37^2 = 1\,369$: **oui**.
 d. $100 + 225 = 325$ et $20^2 = 400$: **non**. *Attention* : multiplier 2 – 3 – 4 par 5 ne donne pas un triplet, parce que 2 – 3 – 4 n'en est pas un. Le multiple ne marche que si le triplet de départ en est un.

Exercice 25 — Ce que change un agrandissement

Un apprenti affirme : « si je multiplie les trois côtés d'un triangle rectangle par 2, l'angle droit devient un angle de 180 degrés ».

- a. Tester sur le triangle 3 – 4 – 5 multiplié par 2.
 b. L'affirmation est-elle vraie ? Que devient réellement l'angle droit ?
 c. Que change-t-on quand on multiplie les trois côtés par un même nombre ?

Correction de l'exercice 25

- a. On obtient 6 – 8 – 10 : $36 + 64 = 100 = 10^2$. Le triangle est encore rectangle.
 b. **Non**, elle est fausse. L'angle droit *reste* droit : il mesure toujours 90° .
 c. On change la **taille** de la figure, pas sa **forme**. Les longueurs sont multipliées, les angles sont inchangés : c'est un agrandissement.

C6 – Infirmer une affirmation : le contre-exemple

Exigible. Le programme rattache les raisonnements logiques à l'étude de Pythagore.

Rappel de cours

Un **contre-exemple** suffit à réfuter un « tout... est... ». Un exemple qui marche, lui, ne démontre rien. On annonce le cas choisi, on fait le calcul qui montre qu'il ne marche pas, et l'on conclut : « donc l'affirmation est fausse ».

Exercice 26 — Trois affirmations à réfuter

Pour chaque affirmation, donner un contre-exemple et conclure.

- a. « Tout triangle dont deux côtés mesurent 3 et 4 est rectangle. »
 b. « Si les trois côtés d'un triangle sont des entiers, alors il est rectangle. »
 c. « Un triangle dont le plus grand côté mesure 10 est toujours rectangle. »

Correction de l'exercice 26

- a. Prenons un triangle de côtés 3, 4 et 6 : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ alors que $6^2 = 36$. Comme $25 \neq 36$, il n'est pas rectangle. L'affirmation est fausse. (*Elle n'est vraie que si le troisième côté vaut exactement 5.*)
- b. Prenons 2, 3, 4 : $4 + 9 = 13$ et $4^2 = 16$, donc $13 \neq 16$. Pas rectangle. L'affirmation est fausse.
- c. Prenons 5, 8, 10 : $25 + 64 = 89$ et $10^2 = 100$, donc $89 \neq 100$. Pas rectangle. L'affirmation est fausse.

Exercice 27 — Deux exemples ne suffisent pas

Un élève écrit : « j'ai vérifié sur 3-4-5 et sur 6-8-10, donc tous les triangles dont les côtés sont trois nombres pairs consécutifs sont rectangles ».

- a. Son affirmation porte sur quels triangles, exactement ?
- b. Ses deux exemples la vérifient-ils vraiment ?
- c. Tester le triangle 4 – 6 – 8. Que conclure ?
- d. Expliquer en une phrase pourquoi deux exemples ne prouvent rien.

Correction de l'exercice 27

- a. Sur les triangles dont les trois côtés sont des nombres pairs qui se suivent : 2-4-6, 4-6-8, 6-8-10, et ainsi de suite.
- b. **Non** : 3-4-5 ne sont pas trois nombres pairs. Seul 6-8-10 relève de son affirmation.
- c. $4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$ et $8^2 = 64$. Comme $52 \neq 64$, ce triangle n'est pas rectangle : c'est un contre-exemple, et l'affirmation est fausse.
- d. Parce qu'une affirmation qui dit « tous » prétend valoir dans une infinité de cas : en vérifier deux n'en dit rien. Un seul contre-exemple, lui, suffit à la réfuter.

C10 – Raisonner par disjonction des cas

Exigible. Le programme cite la disjonction des cas.

Rappel de cours

Quand l'énoncé ne dit pas quel côté est l'hypoténuse, on fait une **disjonction des cas** : on les examine tous, on traite chacun, et on écarte les impossibles en disant pourquoi.

Avec deux côtés donnés, il y a deux cas possibles : le plus grand est l'hypoténuse, ou les deux forment l'angle droit.

Exercice 28 — Examiner tous les cas

Un triangle rectangle a deux côtés qui mesurent 8 cm et 17 cm.

- a. Pourquoi ne peut-on pas répondre tout de suite ?
- b. Examiner tous les cas possibles, et écarter ceux qui ne le sont pas.
- c. Donner toutes les valeurs possibles du troisième côté, arrondies au centième.

Correction de l'exercice 28

- a. Parce que l'énoncé ne dit pas lequel des deux est l'hypoténuse.
- b. Trois cas. *Cas 1 — 17 est l'hypoténuse* : $x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$, donc $x = 15$. Possible. *Cas 2 — 8 et 17 encadrent l'angle droit* : $x^2 = 17^2 + 8^2 = 289 + 64 = 353$, donc $x = \sqrt{353} \approx 18,79$. Possible. *Cas 3 — 8 est l'hypoténuse* : impossible, l'hypoténuse est le plus grand côté et $8 < 17$.
- c. Deux réponses : 15 cm ou environ 18,79 cm.

Exercice 29 — Trancher entre deux cas

Un triangle rectangle a deux côtés qui mesurent 9 cm et 15 cm. L'énoncé ne dit pas lequel est l'hypoténuse.

- Combien de cas faut-il examiner ? Lesquels sont possibles ?
- Pour chaque cas possible, calculer le troisième côté, arrondi au centième.
- On apprend que le périmètre du triangle vaut 36 cm. Quel cas est le bon ?

Correction de l'exercice 29

a. Trois cas. *Cas 1 — 15 est l'hypoténuse* : possible. *Cas 2 — 9 et 15 forment l'angle droit* : possible. *Cas 3 — 9 est l'hypoténuse* : impossible, car l'hypoténuse est le plus grand côté et $9 < 15$.

b. *Cas 1* : $x^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$, donc $x = 12$ cm. *Cas 2* : $x^2 = 9^2 + 15^2 = 81 + 225 = 306$, donc $x = \sqrt{306} \approx 17,49$ cm.

c. *Cas 1* : $9 + 15 + 12 = 36$ cm. *Cas 2* : $9 + 15 + 17,49 \approx 41,49$ cm. C'est donc le cas 1 : le troisième côté mesure 12 cm, et le côté de 15 cm est l'hypoténuse.

Pour aller plus loin – La distance entre deux points d'un repère

Hors programme de Seconde, non évalué.

Rappel de cours

L'écart horizontal (différence des abscisses) et l'écart vertical (différence des ordonnées) sont les côtés de l'angle droit ; la distance cherchée est l'hypoténuse.

Exercice 30 — Deux bornes sur un plan

Sur un plan quadrillé, deux bornes sont repérées par $A(1; 1)$ et $B(9; 16)$. Une unité du quadrillage vaut 1 m.

- Calculer l'écart horizontal et l'écart vertical.
- En déduire la distance AB .
- Reconnaît-on un triplet connu ?

Correction de l'exercice 30

a. Écart horizontal : $9 - 1 = 8$. Écart vertical : $16 - 1 = 15$.

b. $AB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$, donc $AB = \sqrt{289} = 17$ m.

c. Oui : $8 - 15 - 17$ est l'un des triplets du cours.

C5 – Pythagore dans l'espace : la diagonale d'un pavé

Exigible. Prérequis : C2.

Rappel de cours

Dans l'espace, on applique le théorème **deux fois** : d'abord dans le fond, $d^2 = L^2 + \ell^2$, puis dans le plan vertical, $D^2 = d^2 + h^2$.

D'où $D = \sqrt{L^2 + \ell^2 + h^2}$: c'est la plus grande longueur d'un objet rigide qui entre dans le pavé.

Exercice 31 — Ce qui rentre dans la caisse

Une caisse mesure 120 cm sur 80 cm, et 40 cm de haut.

- Calculer la diagonale du fond, arrondie au centième.
- Calculer la grande diagonale, arrondie au centième.
- Une tringle rigide de 1,50 m entre-t-elle dans la caisse ?

Correction de l'exercice 31

- a. $d^2 = 120^2 + 80^2 = 14\,400 + 6\,400 = 20\,800$, donc $d = \sqrt{20\,800} \approx 144,22$ cm.
 b. $D^2 = 20\,800 + 40^2 = 20\,800 + 1\,600 = 22\,400$, donc $D = \sqrt{22\,400} \approx 149,67$ cm.
 c. 1,50 m font 150 cm, et la plus grande longueur qui entre est 149,67 cm. La tringle est trop longue de quelques millimètres : elle ne rentre **pas**.

Exercice 32 — Un tasseau dans une colonne

Une colonne de rangement a un fond rectangulaire de 60 cm sur 50 cm, et une hauteur de 2,40 m.

- a. Faire un schéma du pavé et y tracer la diagonale du fond et la grande diagonale.
 b. Calculer la diagonale du fond, arrondie au centième.
 c. Calculer la grande diagonale, arrondie au centième.
 d. Un tasseau rigide de 2,50 m peut-il y être rangé ? Justifier.

Correction de l'exercice 32

- a. La diagonale du fond relie deux coins opposés du fond ; la grande diagonale part d'un coin du fond et arrive au coin opposé du dessus.
 b. $d^2 = 60^2 + 50^2 = 3\,600 + 2\,500 = 6\,100$, donc $d = \sqrt{6\,100} \approx 78,10$ cm.
 c. 2,40 m font 240 cm. La diagonale du fond et la hauteur forment l'angle droit : $D^2 = 6\,100 + 240^2 = 6\,100 + 57\,600 = 63\,700$, donc $D = \sqrt{63\,700} \approx 252,39$ cm.
 d. 2,50 m font 250 cm, et $250 < 252,39$: le tasseau entre, posé en diagonale, du coin du fond au coin opposé du dessus.

C7 – Chercher des triplets au tableur

Exigible. Le domaine 3 cite « chercher les triplets pythagoriciens jusqu'à 1 000 » parmi ses algorithmes.

Rappel de cours

Le test s'écrit une seule fois : `=SI(A2^2+B2^2=C2^2;"oui";"non")`, puis on recopie.
² se lit « au carré ». $A2^2$ en est le *double* : ce n'est pas la même chose.
 Le tableur **cherche** les triplets ; la liste du cours ne fait que les rappeler.

Exercice 33 — Lire une feuille de test

Une feuille de calcul teste des triplets. La colonne D porte la formule `=SI(A2^2+B2^2=C2^2;"oui";"non")`, recopiée vers le bas.

	A — a	B — b	C — c	D
2	20	21	29	
3	9	12	16	
4	12	35	37	

- a. Compléter la colonne D, en justifiant chaque ligne par le calcul.
 b. Qu'écrit le tableur en D3 quand on recopie la formule ?
 c. Pourquoi n'a-t-on pas eu à la taper trois fois ?

Correction de l'exercice 33

- a. Ligne 2 : $400 + 441 = 841$ et $29^2 = 841$: **oui**. Ligne 3 : $81 + 144 = 225$ et $16^2 = 256$: **non**. Ligne 4 : $144 + 1\,225 = 1\,369$ et $37^2 = 1\,369$: **oui**.
 b. `=SI(A3^2+B3^2=C3^2;"oui";"non")`.
 c. Parce que les références **suivent la ligne** à la recopie : A2 devient A3 puis A4. On décrit le test une fois, la machine l'applique ligne après ligne.

Exercice 34 — Chercher les triplets d'hypoténuse 13

On cherche tous les triplets pythagoriciens dont l'hypoténuse vaut 13. La colonne A reçoit les valeurs de a , et la colonne B calcule $b = \sqrt{13^2 - a^2}$.

- Écrire la formule à saisir en B2.
- Compléter la colonne B pour $a = 4, 5, 6$ et 12, en arrondissant au centième lorsque le résultat n'est pas entier.
- Quels triplets la feuille fait-elle apparaître ?

Correction de l'exercice 34

- `=RACINE(169-A2^2)`.
- $a = 4 : 169 - 16 = 153, \sqrt{153} \approx 12,37$. $a = 5 : 169 - 25 = 144, \sqrt{144} = \mathbf{12}$. $a = 6 : 169 - 36 = 133, \sqrt{133} \approx 11,53$. $a = 12 : 169 - 144 = 25, \sqrt{25} = \mathbf{5}$.
- Deux lignes donnent un entier, $a = 5$ et $a = 12$ — mais elles décrivent le *même* triangle. Il n'y a donc qu'un seul triplet d'hypoténuse 13 : **5 – 12 – 13**.

Exercice 35 — Une formule à corriger

- Un élève écrit `=SI(A2*2+B2*2=C2*2;"oui";"non")`. Qu'affichera la ligne 3-4-5 ? Pourquoi ?
- Corriger la formule.
- Le programme officiel demande de chercher les triplets jusqu'à 1 000. Expliquer en une phrase ce que le tableur permet de faire que la liste du cours ne permet pas.

Correction de l'exercice 35

- $A2*2$ est le *double*, pas le carré. La formule calcule $3 \times 2 + 4 \times 2 = 6 + 8 = 14$ et le compare à $5 \times 2 = 10$. Comme $14 \neq 10$, elle affiche **non** — alors que 3-4-5 est bien un triplet.
- `=SI(A2^2+B2^2=C2^2;"oui";"non")`.
- La liste du cours donne les triplets qu'on a appris ; le tableur les **cherche**, en essayant toutes les valeurs et en gardant celles qui tombent juste.