

Fonction carré et variations

Chapitre 10 — Mathématiques — Seconde Bac Pro

Naïm Azzouz

28 septembre 2026

Le chapitre

Douze étapes

1. La fonction carré
2. Symétrie : $f(-x) = f(x)$
3. Tableau de valeurs, parabole
4. Variations et minimum
5. Comparer sans calculer
6. Côté $\times n$, aire $\times n^2$
7. La transformation $x^2 + k$
8. La transformation kx^2
9. Résoudre $x^2 = c$
10. Résoudre graphiquement $x^2 < c$
11. Une fonction quelconque
12. Balayage : tableur et Python

cours p. 2

Une pièce **carrée** de côté c : l'aire vaut $c \times c$.

À chaque côté correspond une aire, et une seule. C'est une fonction — mais la courbe n'est plus une droite.

$$f(x) = x^2 = x \times x, \text{ pour tout réel } x$$

Sa courbe s'appelle une **parabole**.

Un carré est **toujours positif ou nul** : $x^2 \geq 0$.

cours p. 2

- $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$
- $-3^2 = -(3^2) = -9$

Avec parenthèses, c'est -3 qu'on élève au carré. Sans, on élève 3 puis on prend l'opposé.

$$f(-x) = f(x)$$

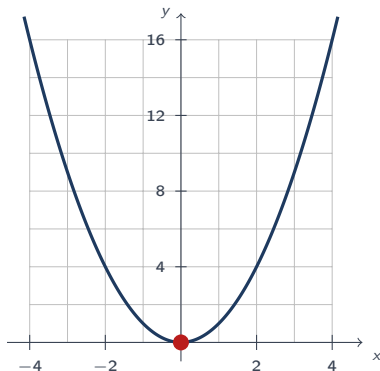
$$f(3) = f(-3) = 9 \quad f(7) = f(-7) = 49$$

La moitié d'un tableau de valeurs se remplit sans calcul.

cours p. 4

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9

Des valeurs **symétriques** : la droite du tableau se recopie à gauche.



Sommet $S(0 ; 0)$, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, entièrement au-dessus de l'axe des abscisses.

cours p. 4

1. des valeurs de x symétriques ;
2. les images — la moitié sans calcul ;
3. les points ;
4. relier à **main levée**.

La parabole n'a aucun segment droit : pas de règle.

cours p. 5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f			

Décroissante puis **croissante**. Minimum 0 en $x = 0$. Pas de maximum.

cours p. 5

Le **minimum** vaut 0. Il est atteint **en** $x = 0$.

Les deux nombres sont ici égaux — mais dès $g(x) = x^2 + 3$: minimum 3, toujours atteint en $x = 0$.

cours p. 6

- deux **positifs** : l'ordre est conservé — $3 < 4$ donc $9 < 16$;
- deux **négatifs** : l'ordre est inversé — $-11 < -4$ donc $121 > 16$;
- signes contraires : remplacer le négatif par son opposé.

Plus un nombre est loin de zéro, plus son carré est grand.

cours p. 7

$$(n \times x)^2 = n^2 \times x^2$$

Côté $\times 2 \Rightarrow$ aire $\times 4$. Côté $\times 3 \Rightarrow$ aire $\times 9$.

cours p. 7

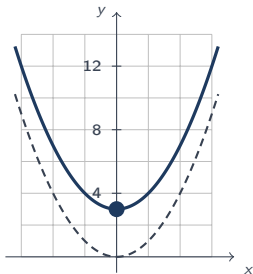
Une pièce carrée de 3 m : 9 m², à 38 € le mètre carré $\Rightarrow$ 342 €.

Côté doublé $\Rightarrow$ **1368 €**, soit quatre fois plus.

« Deux fois plus grand, deux fois plus cher » est faux. Les plinthes, elles, suivent le périmètre : elles doublent.

7 — Ajouter k : la parabole monte

cours p. 9



$$g(x) = x^2 + 3$$

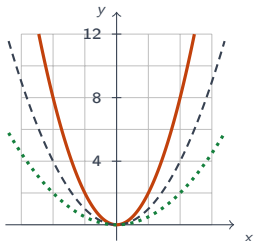
Même parabole, **décalée de 3 vers le haut.**

Sommet $S(0; 3)$: le minimum devient 3.

Les variations ne changent pas.

8 — Multiplier par k : la parabole change d'allure

cours p. 10



$k > 1$: resserrée

$k = 1$: la référence

$0 < k < 1$: plus ouverte

$k < 0$: retournée, et le sommet devient un maximum.

cours p. 10

- aire d'un carrelage : $A(c) = c^2$;
- effet Joule : $P = R I^2$;
- distance de freinage : $d(v) = \frac{v^2}{150}$;
- charge d'une tablette : $R(e) = 3e^2$.

Toutes du type $k x^2$: doubler x multiplie le résultat par 4.

cours p. 12

$$c > 0 : x = \sqrt{c} \text{ ou } x = -\sqrt{c}$$

$c = 0$: une solution. $c < 0$: **aucune** solution.

Deux solutions, pas une. $x^2 = 225$ donne -15 et 15 .

cours p. 12

1. faire passer le terme constant ;
2. diviser par le coefficient de x^2 ;
3. conclure, puis vérifier.

$$3x^2 = 363 \Rightarrow x^2 = 121 \Rightarrow \mathcal{S} = \{-11; 11\}$$

cours p. 12

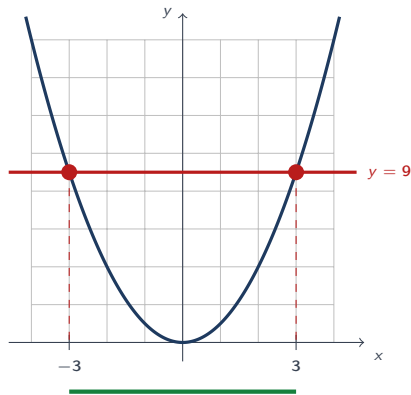
Un tapis carré de $20,25 \text{ m}^2$: $c^2 = 20,25$, donc $c = 4,5$ ou $c = -4,5$.

Une longueur est **positive** : le côté mesure $4,5 \text{ m}$.

On écarte $-4,5$ — **après** l'avoir trouvée, et en le justifiant.

10 — Lire une équation sur la parabole

cours p. 13



$$x^2 = 9 : \mathcal{S} = \{-3; 3\} \quad x^2 \leq 9 : \mathcal{S} = [-3; 3]$$

cours p. 13

$$x^2 \leq c \iff -\sqrt{c} \leq x \leq \sqrt{c}$$

$x^2 \geq c$: à l'extérieur, $x \leq -\sqrt{c}$ ou $x \geq \sqrt{c}$.

$x^2 < 9$ ne donne pas $x < 3$: il faut aussi $x > -3$.

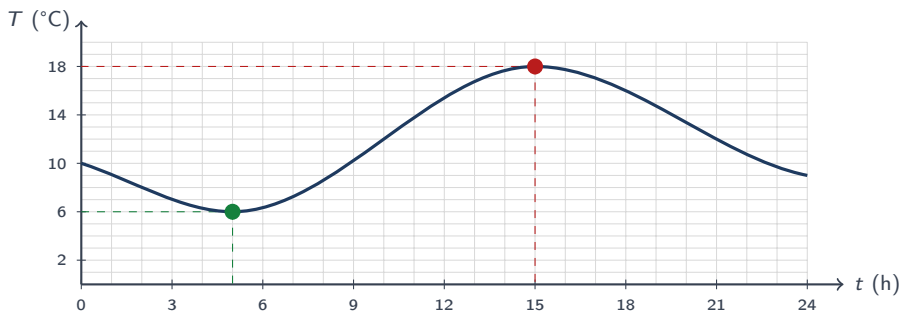
cours p. 15

Les mêmes mots servent pour **toute** courbe : croissante là où elle monte, décroissante là où elle descend.

Sur un intervalle, le **maximum** est la plus grande valeur de f , le **minimum** la plus petite. Ils se lisent sur l'axe **vertical**.

11 — La température d'une journée

cours p. 15



Creux (5 ; 6), sommet (15 ; 18) : $10 \searrow 6 \nearrow 18 \searrow 9$.

cours p. 15

Sur $[0 ; 24]$: maximum 18°C à 15 h, minimum 6°C à 5 h.

Sur $[15 ; 24]$: minimum 9°C à 24 h, **au bord** de l'intervalle.

Le maximum est 18, pas 15 : ne pas lire le mauvais axe.

cours p. 17

- $f + k$: courbe décalée de k , **mêmes variations**.
- $k f$, $k > 0$: **mêmes variations**, extremums multipliés par k .
- $k f$, $k < 0$: variations **inversées**, maximum et minimum échangés.

$f : 1 \nearrow 5 \searrow -3$ donne $-f : -1 \searrow -5 \nearrow 3$.

Essayer des valeurs l'une après l'autre et garder la meilleure.

24 m de grillage, un côté x : l'autre vaut $12 - x$, l'aire $x(12 - x)$.

x	3	4	5	6	7	8	9
aire	27	32	35	36	35	32	27

Maximum pour $x = 6$: l'autre côté vaut 6 aussi. **C'est un carré.**

```
def aire(x):  
    return x * (12 - x)  
  
def balayage():  
    meilleure = 0 ; cote = 0  
    for n in range(1, 120):  
        x = n / 10  
        if aire(x) > meilleure:  
            meilleure = aire(x) ; cote = x  
    return cote, meilleure
```

Renvoie (6.0, 36.0).

cours p. 19

Il **approche**. Il ne démontre pas.

Entre deux essais, il ne regarde pas : un optimum situé à 24,5 serait manqué par un balayage de mètre en mètre.

- calculer x^2 , même négatif
- utiliser $f(-x) = f(x)$
- tracer la parabole
- lire le tableau de variations
- comparer sans calculer
- côté $\times n$, aire $\times n^2$
- reconnaître $x^2 + k$ et kx^2
- résoudre $x^2 = c$ — **deux** solutions
- résoudre $x^2 < c$ — un intervalle encadré
- écarter la solution négative en justifiant
- lire variations et extremums d'une courbe
- en déduire $f + k$ et kf
- balayer pour approcher