

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 10****Fonction carré et variations**

Édition : 28 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les dix capacités du chapitre. Les parties ne suivent pas l'ordre des codes : le tableau ci-dessous donne les exercices et la page de chacune. Chaque partie commence par un rappel de cours, puis les exercices vont de l'application directe vers le choix autonome d'une méthode. Écrire toujours l'unité du résultat et une phrase de réponse. Règle et crayon sont nécessaires pour les tracés ; la parabole se trace à main levée. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Calculer des images par $f(x) = x^2$, y compris pour les négatifs	1 et 2	2
C7 – Multiplier le côté par n multiplie l'aire par n^2	3 à 5	2
C2 – Construire un tableau de valeurs et tracer la parabole	6 à 10	4
C3 – Lire et compléter un tableau de variations	11 et 12	8
C8 – Comparer deux carrés sans les calculer	13 et 14	9
C4 – Utiliser la propriété de symétrie $f(-x) = f(x)$	15 à 17	9
C5 – Résoudre $x^2 = c$ par le calcul	18 à 22	11
C6 – Exploiter les transformations $g(x) = x^2 + k$ et $h(x) = kx^2$	23 à 25	13
C9 – Résoudre graphiquement $x^2 = c$ et $x^2 < c$	26 à 28	15
C10 – Exploiter la courbe d'une fonction quelconque : tableau de variations, extremums sur un intervalle, courbe de $f + k$ et variations de kf	29 à 32	17

C1 – Calculer des images par $f(x) = x^2$, y compris pour les négatifs

Exigible. Prérequis : calcul avec les nombres relatifs.

Rappel de cours

La **fonction carré** est définie pour tout réel x par $f(x) = x^2 = x \times x$.

Un carré est **toujours positif ou nul** : $x^2 \geq 0$.

Attention aux parenthèses : $(-3)^2 = +9$, alors que $-3^2 = -9$.

Exercice 1 — Six images à calculer

Calculer les images suivantes par la fonction $f(x) = x^2$, en écrivant le calcul.

a. $f(5)$ b. $f(-5)$ c. $f(0)$ d. $f(-1)$ e. $f(1,5)$ f. $f(-4)$

g. Que remarque-t-on en comparant les réponses a. et b. ?

Correction de l'exercice 1

$f(5) = 5^2 = 25$; $f(-5) = (-5) \times (-5) = 25$; $f(0) = 0$

$f(-1) = (-1) \times (-1) = 1$; $f(1,5) = 2,25$; $f(-4) = 16$

g. $f(5) = f(-5) = 25$: deux nombres opposés ont la même image. Et $f(-1) = 1$, pas -1 : un carré est toujours positif ou nul.

Exercice 2 — Trois erreurs à corriger

Ces trois calculs sont faux. Corriger chacun d'eux et **justifier** la correction en une phrase.

a. « $(-7)^2 = -49$ » b. « $-3^2 = 9$ » c. « $(-2)^2 = -4$ »

Correction de l'exercice 2

a. Faux : $(-7)^2 = (-7) \times (-7) = +49$. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

b. Faux : $-3^2 = -(3^2) = -9$. Sans parenthèses, on élève 3 au carré, puis on prend l'opposé.

c. Faux : $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$, pour la même raison qu'au a.

Erreur fréquente : confondre $(-a)^2$, qui vaut a^2 , et $-a^2$, qui vaut son opposé.

C7 – Multiplier le côté par n multiplie l'aire par n^2

Exigible. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Pour tout nombre n : $(nx)^2 = n^2x^2$.

Si le côté d'un carré est multiplié par n , son **aire** est multipliée par n^2 : côté doublé, aire multipliée par 4. Ce n'est **pas** de la proportionnalité.

Le périmètre, lui, est bien multiplié par n .

Exercice 3 — L'aire d'une pièce carrée

Un agenceur pose un revêtement dans une pièce **carrée** de côté c mètres. L'aire à couvrir est $A(c) = c^2$.

a. Calculer l'aire pour un côté de 3 m, puis de 4,5 m, puis de 6 m.

b. Comparer $A(3)$ et $A(6)$: par quel nombre l'aire est-elle multipliée quand le côté est multiplié par 2 ?

Correction de l'exercice 3

- a. $A(3) = 3^2 = 9 \text{ m}^2$; $A(4,5) = 20,25 \text{ m}^2$; $A(6) = 36 \text{ m}^2$.
 b. $36 = 4 \times 9$: quand le côté est multiplié par 2, l'aire est multipliée par 4, c'est-à-dire par 2^2 . Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Exercice 4 — Le devis du carreleur

Un carreleur facture 38 € le mètre carré posé. Il chiffre une pièce **carrée** de 3 m de côté.

- a. Calculer l'aire de la pièce, puis le montant de la pose.
 b. Le client hésite avec une pièce carrée de 6 m de côté. **Sans calculer la nouvelle aire**, dire par combien le montant est multiplié, puis donner ce montant.
 c. Vérifier le résultat du b. en calculant l'aire de la seconde pièce.
 d. Le client affirme : « le côté double, donc je paie deux fois plus ». Que lui répondre ? Y a-t-il une partie du devis pour laquelle il aurait raison ?

Correction de l'exercice 4

- a. $A = 3^2 = 9 \text{ m}^2$, donc $9 \times 38 = 342 \text{ €}$.
 b. Le côté est multiplié par 2, donc l'aire par $2^2 = 4$: le montant devient $342 \times 4 = 1368 \text{ €}$.
 c. $6^2 = 36 \text{ m}^2$ et $36 \times 38 = 1368 \text{ €}$: même résultat.
 d. C'est faux pour la pose, facturée au mètre carré : l'aire est multipliée par 4, donc le montant aussi. Il aurait raison pour tout ce qui se mesure en mètres — les **plinthes**, par exemple, suivent le périmètre, qui lui est bien doublé ($4 \times 3 = 12 \text{ m}$ contre $4 \times 6 = 24 \text{ m}$).

Exercice 5 — La chute d'un outil

Un galet est lâché du haut d'une falaise. La distance parcourue en chute libre, en mètres, est donnée par $d(t) = 4,9t^2$, où t est la durée de chute en secondes.

- a. Calculer $d(1)$, $d(2)$ et $d(3)$. Arrondir au dixième.
 b. La falaise mesure 45 m de haut. Le galet a-t-il atteint l'eau au bout de 3 s ?
 c. Entre $t = 1$ et $t = 2$, la durée est multipliée par 2. La distance est-elle multipliée par 2 ? Justifier par le calcul.

Correction de l'exercice 5

- a. $d(1) = 4,9 \times 1^2 = 4,9 \text{ m}$; $d(2) = 4,9 \times 4 = 19,6 \text{ m}$; $d(3) = 4,9 \times 9 = 44,1 \text{ m}$.
 b. Non, pas tout à fait : au bout de 3 s il a chuté de 44,1 m, il lui reste $45 - 44,1 = 0,9 \text{ m}$. Il touchera l'eau très peu après.
 c. Non : $19,6 = 4 \times 4,9$, la distance est multipliée par 4, pas par 2 — parce que c'est t^2 , et non t , qui intervient. C'est la même propriété qu'à l'exercice 4.

C2 – Construire un tableau de valeurs et tracer la parabole

Exigible. Prérequis : C1, repérage dans le plan.

Rappel de cours

On choisit des valeurs de x **symétriques** : deux opposés ont la même image, la moitié du tableau se remplit sans calcul.

On place les points, puis on relie à **main levée** par une courbe régulière : la parabole n'a aucun segment droit.

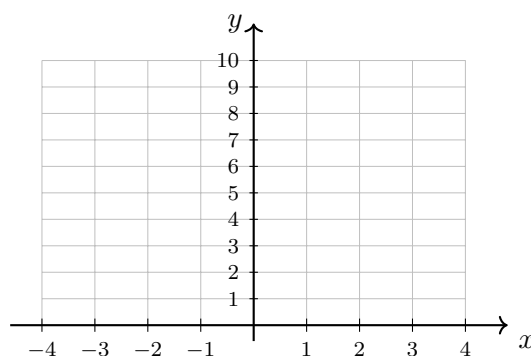
Le sommet est le point le plus bas, en $(0; 0)$, et la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 6 — Compléter le tableau et tracer

a. Compléter le tableau de valeurs de $f(x) = x^2$:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$		9			0		4		

b. Placer les points correspondant à $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, puis tracer la parabole à main levée.

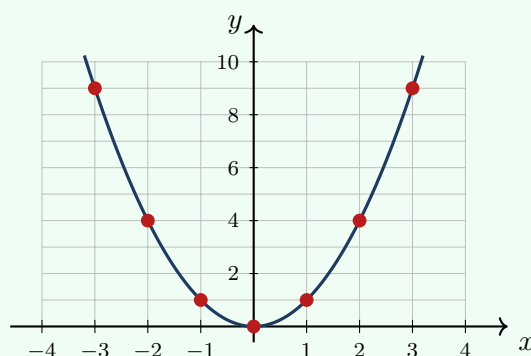
**Correction de l'exercice 6**

a.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Les colonnes -4 et 4 ne se tracent pas dans le repère proposé, qui s'arrête à 10.

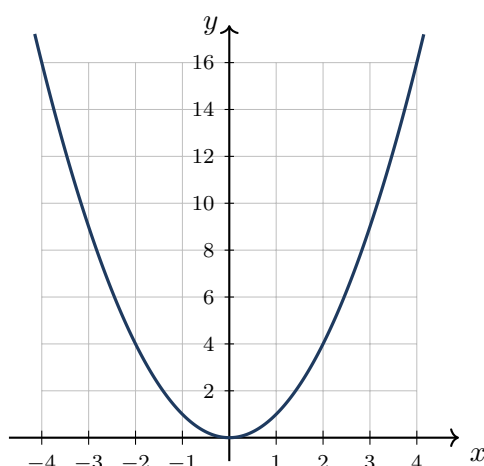
b.



Le minimum est 0, atteint en $x = 0$; les points d'abscisses opposées sont à la même hauteur.

Exercice 7 — Lire sur la parabole

La parabole de $f(x) = x^2$ est tracée ci-dessous.



- Lire graphiquement $f(2)$, puis $f(-2)$.
- Lire l'ordonnée du minimum et l'abscisse où il est atteint.
- La courbe est-elle symétrique ? Par rapport à quelle droite ?

Correction de l'exercice 7

- $f(2) = 4$ et $f(-2) = 4$: les deux points sont à la même hauteur.
- Le minimum vaut 0 ; il est atteint en $x = 0$. C'est le point le plus bas de la courbe, son sommet $S(0; 0)$.
- Oui : elle est symétrique par rapport à l'**axe des ordonnées**, la droite d'équation $x = 0$.

Exercice 8 — Un tableau décalé

Construire le tableau de valeurs de $g(x) = x^2 + 2$ pour $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Conseil : calculer d'abord x^2 , puis ajouter 2.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2							
$g(x) = x^2 + 2$							

Quel est le minimum de g , et pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Correction de l'exercice 8

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$g(x) = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11

Le minimum de g vaut **2**, atteint en $x = 0$: c'est la parabole de x^2 décalée de 2 vers le haut. On le retrouve en calculant $g(0) = 0 + 2 = 2$.

Exercice 9 — Le potager carré

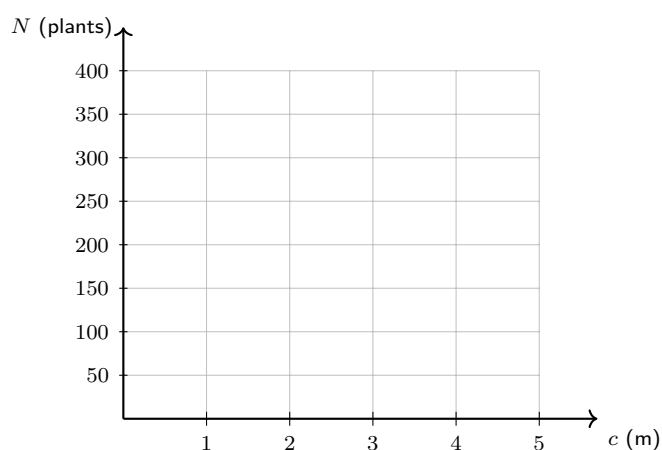
Dans un potager en carrés, on compte **16 plants par mètre carré**. Pour un carré potager de côté c mètres, le nombre de plants que l'on peut installer est donc

$$N(c) = 16c^2$$

- a. Compléter le tableau. *Conseil* : calculer d'abord c^2 .

côté c (m)	1	2	3	4	5
$N(c)$ (plants)					

- b. Placer les cinq points dans le repère, puis relier à main levée.

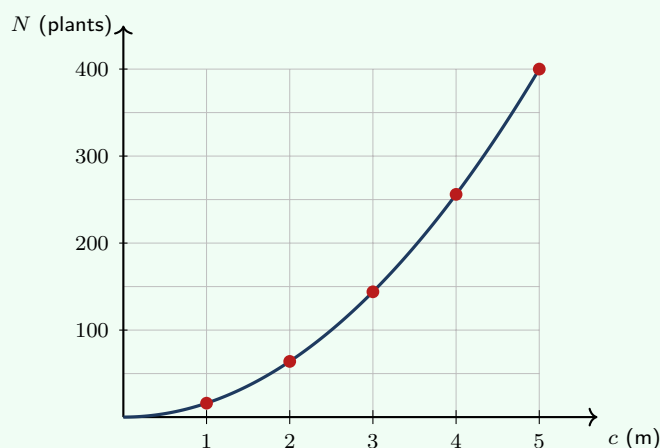


- c. Le côté passe de 2 m à 4 m : il est multiplié par 2. Par combien le nombre de plants est-il multiplié ? Justifier.
- d. On dispose de 400 plants. Quel est le côté du plus grand carré potager que l'on peut remplir ?

Correction de l'exercice 9

a. $N(1) = 16$; $N(2) = 16 \times 4 = 64$; $N(3) = 16 \times 9 = 144$; $N(4) = 16 \times 16 = 256$; $N(5) = 16 \times 25 = 400$ plants.

b.



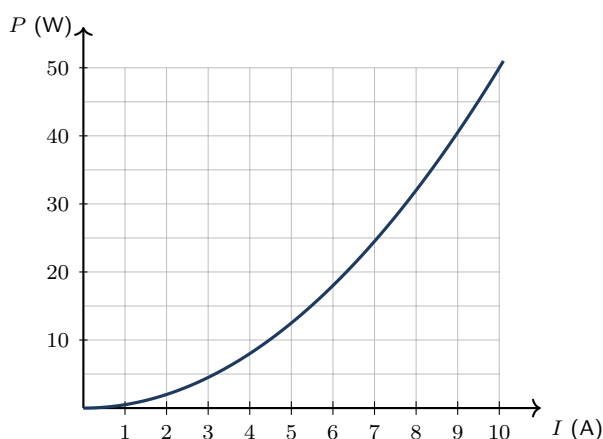
La courbe est la moitié droite d'une parabole : N est une fonction du type $k c^2$, avec $k = 16$.

c. $256 = 4 \times 64$: le nombre de plants est multiplié par 4, soit 2^2 , parce que c'est l'aire qui commande, et non le côté.

d. On cherche c tel que $16c^2 = 400$, donc $c^2 = 25$ et $c = 5$ ou $c = -5$. Un côté est positif : le carré mesure 5 m de côté. *Contrôle* : $16 \times 25 = 400$.

Exercice 10 — L'échauffement d'un câble

Un câble de résistance $R = 0,5 \Omega$ est traversé par un courant d'intensité I ampères. La puissance dissipée en chaleur vaut $P(I) = 0,5 I^2$, en watts.



a. Calculer $P(2)$, $P(4)$ et $P(6)$.

b. Lire graphiquement la puissance dissipée pour $I = 8$ A, puis vérifier par le calcul.

c. L'intensité passe de 2 A à 6 A, soit trois fois plus. Par combien la puissance dissipée est-elle multipliée ?

Correction de l'exercice 10

a. $P(2) = 0,5 \times 4 = 2$ W ; $P(4) = 0,5 \times 16 = 8$ W ; $P(6) = 0,5 \times 36 = 18$ W.

b. Lecture : environ 32 W. Calcul : $P(8) = 0,5 \times 64 = 32$ W — la lecture est confirmée.

c. $18 = 9 \times 2$: la puissance est multipliée par 9, c'est-à-dire 3^2 . C'est pourquoi un câble sous-dimensionné chauffe très vite quand l'intensité augmente.

C3 – Lire et compléter un tableau de variations

Exigible. Prérequis : C1, C2.

Rappel de cours

f est **décroissante** sur $] -\infty ; 0]$, **croissante** sur $[0 ; +\infty[$, avec un **minimum** égal à 0 atteint en $x = 0$.
Sur un intervalle, on lit la flèche qui le couvre : si l'intervalle contient 0, la fonction n'est ni croissante ni décroissante sur tout l'intervalle.

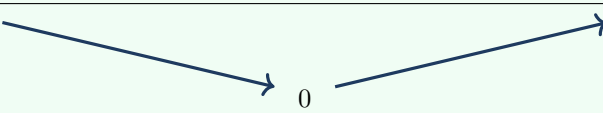
Exercice 11 — Compléter le tableau de variations

Compléter le tableau de variations de $f(x) = x^2$: tracer les deux flèches et écrire la valeur du minimum.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f			

Puis répondre : sur quel intervalle f est-elle décroissante ? croissante ?

Correction de l'exercice 11

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f			

f est **décroissante** sur $] -\infty ; 0]$ et **croissante** sur $[0 ; +\infty[$. Son minimum vaut 0 et il est atteint en $x = 0$.

Exercice 12 — Croissante ou décroissante ?

On note $f(x) = x^2$. Répondre à l'aide du tableau de variations de l'exercice 11, sans calculer de carré pour les questions a. à c.

- f est-elle croissante ou décroissante sur $[2 ; 7]$?
- f est-elle croissante ou décroissante sur $[-6 ; -1]$?
- Sur $[-3 ; 5]$, f est-elle croissante, décroissante, ou ni l'un ni l'autre ? Justifier.
- Quel est le minimum de f sur $[-3 ; 5]$, et en quelle valeur de x est-il atteint ? Même question sur $[2 ; 7]$.

Correction de l'exercice 12

- $[2 ; 7]$ est inclus dans $[0 ; +\infty[$: f y est **croissante**.
- $[-6 ; -1]$ est inclus dans $] -\infty ; 0]$: f y est **décroissante**.
- Ni l'un ni l'autre : $[-3 ; 5]$ contient 0. La fonction décroît de -3 à 0, puis croît de 0 à 5 – les deux flèches du tableau sont concernées.
- Sur $[-3 ; 5]$, le minimum est 0, atteint en $x = 0$ (le creux du tableau est dans l'intervalle). Sur $[2 ; 7]$, f est croissante : le minimum est atteint au bord gauche, en $x = 2$, et vaut $f(2) = 4$.

C8 – Comparer deux carrés sans les calculer

Exigible. Prérequis : C3, C4.

Rappel de cours

Sur les nombres positifs, l'ordre est **conservé** : si $0 \leq a < b$, alors $a^2 < b^2$. Sur les négatifs, il est **inversé** : si $a < b \leq 0$, alors $a^2 > b^2$.

En une phrase : plus un nombre est **éloigné de zéro**, plus son carré est grand.

Exercice 13 — Comparer sans calculer

En utilisant **uniquement** le tableau de variations, répondre sans calculer les carrés. Indiquer à chaque fois l'intervalle utilisé.

- Comparer $f(3)$ et $f(4)$.
- Comparer $f(-2)$ et $f(-5)$.
- Comparer $(-6)^2$ et 4^2 .

Correction de l'exercice 13

- 3 et 4 sont dans $[0; +\infty[$, où f est croissante, et $3 < 4$: donc $f(3) < f(4)$. *Contrôle* : $9 < 16$.
- -5 et -2 sont dans $] -\infty; 0]$, où f est décroissante, et $-5 < -2$: donc $f(-5) > f(-2)$. *Contrôle* : $25 > 4$. L'ordre est inversé, c'est normal sur les nombres négatifs.
- Les deux nombres sont de signes contraires : on remplace -6 par son opposé, qui a le même carré, $(-6)^2 = 6^2$. Puis $4 < 6$, dans $[0; +\infty[$ où f est croissante : $4^2 < (-6)^2$. *Contrôle* : $16 < 36$.

Exercice 14 — Ranger trois images

Ranger $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$ dans l'ordre croissant **sans les calculer**, en justifiant par le sens de variation. Vérifier ensuite par le calcul.

Correction de l'exercice 14

Les nombres 1, 2 et 3 appartiennent tous à $[0; +\infty[$, intervalle sur lequel f est **croissante** : l'ordre est donc conservé.

Comme $1 < 2 < 3$, on obtient $f(1) < f(2) < f(3)$.

Contrôle : $1 < 4 < 9$.

C4 – Utiliser la propriété de symétrie $f(-x) = f(x)$

Exigible. Prérequis : C1, C2.

Rappel de cours

Pour tout réel x : $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$. Deux nombres **opposés** ont la même image.

Sur la courbe, cela se voit : la parabole est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

Si le point $M(a; b)$ est sur la parabole, alors $M'(-a; b)$ y est aussi : on change le signe de l'abscisse, on garde l'ordonnée.

Exercice 15 — Compléter sans calculer

En utilisant **uniquement** la propriété $f(-x) = f(x)$, compléter sans calculer aucun carré.

- $f(6) = 36$, donc $f(-6) = \dots\dots\dots$
- $f(-8) = 64$, donc $f(8) = \dots\dots\dots$
- $f(1,2) = 1,44$, donc $f(-1,2) = \dots\dots\dots$

Correction de l'exercice 15

Par symétrie, $f(-x) = f(x)$ pour tout x :

- a. $f(-6) = 36$ b. $f(8) = 64$ c. $f(-1,2) = 1,44$

Aucun calcul n'est nécessaire : deux nombres opposés ont la même image.

Exercice 16 — Le point symétrique

La parabole de $f(x) = x^2$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- a. Elle passe par $A(3; 9)$. Quel autre point peut-on placer sans calcul ?
b. Elle passe par $B(-7; 49)$. Quel autre point peut-on placer ?
c. Un élève place le point $C(4; 16)$. Quel est son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ?

Correction de l'exercice 16

- a. $A'(-3; 9)$. b. $B'(7; 49)$. c. $C'(-4; 16)$.

À chaque fois : on change le **signe de l'abscisse**, on garde l'**ordonnée**.

Exercice 17 — Le report du menuisier

Un menuisier reporte sur la parabole de $f(x) = x^2$ le point $M(2,5; 6,25)$.

- a. Vérifier par le calcul que M appartient bien à la parabole.
b. En déduire, **sans aucun calcul de carré**, les coordonnées du point M' symétrique de M par rapport à l'axe des ordonnées.
c. Quelle relation cela illustre-t-il entre $f(2,5)$ et $f(-2,5)$?

Correction de l'exercice 17

- a. $f(2,5) = (2,5)^2 = 6,25$: l'ordonnée de M est bien l'image de son abscisse, donc M est sur la parabole.
b. $M'(-2,5; 6,25)$.
c. Cela illustre $f(-2,5) = f(2,5) = 6,25$: deux nombres opposés ont la même image.

C5 – Résoudre $x^2 = c$ par le calcul

Exigible. Prérequis : C1, racine carrée. L'exercice 22 encadre une racine par balayage.

Rappel de cours

Si $c > 0$: **deux** solutions, $x = \sqrt{c}$ et $x = -\sqrt{c}$. Si $c = 0$: une solution, $x = 0$. Si $c < 0$: **aucune** solution.

Une équation $kx^2 = c$ ou $x^2 + b = c$ se traite en **isolant** x^2 , comme une équation du premier degré.

Dans un problème, une longueur est positive : on écarte la solution négative **en le justifiant**.

Exercice 18 — Quatre équations

Résoudre les équations suivantes. Écrire à chaque fois l'ensemble des solutions $\mathcal{S}$.

- a. $x^2 = 25$ b. $x^2 = 0$ c. $x^2 = 9$ d. $x^2 = -4$

Correction de l'exercice 18

- a. $x = 5$ ou $x = -5$: $\mathcal{S} = \{-5; 5\}$.
 b. Une seule solution : $\mathcal{S} = \{0\}$.
 c. $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$.
 d. Aucune solution : un carré n'est jamais négatif. $\mathcal{S} = \emptyset$.
Erreur fréquente : n'écrire que la solution positive en a. et c.

Exercice 19 — Le côté d'un carré

Un carré a une aire de 196 cm^2 . On note c la longueur de son côté, en centimètres.

- a. Écrire l'équation vérifiée par c , puis la résoudre.
 b. Quelle solution faut-il garder ? Justifier.
 c. Vérifier le résultat.

Correction de l'exercice 19

- a. $c^2 = 196$, donc $c = 14$ ou $c = -14$.
 b. On garde $c = 14 \text{ cm}$: c est une **longueur**, elle ne peut pas être négative. La solution -14 est écartée *pour cette raison*, et non parce qu'elle serait fausse dans l'équation.
 c. $14^2 = 196$: l'aire est retrouvée.

Exercice 20 — Combien de solutions ?

Pour chaque équation, indiquer le **nombre** de solutions, puis les donner.

- a. $x^2 = 16$ b. $x^2 = 1$ c. $x^2 = 0,49$ d. $x^2 = -1$
 e. Recopier et compléter la règle : « si $c > 0$, l'équation $x^2 = c$ a ... solution(s) ; si $c = 0$, elle en a ... ; si $c < 0$, elle en a ... ».

Correction de l'exercice 20

- a. Deux : $x = 4$ et $x = -4$. b. Deux : $x = 1$ et $x = -1$.
 c. Deux : $x = 0,7$ et $x = -0,7$, car $0,7^2 = 0,49$.
 d. Aucune.
 e. Si $c > 0$: **deux** solutions, $\sqrt{c}$ et $-\sqrt{c}$. Si $c = 0$: **une**, $x = 0$. Si $c < 0$: **aucune**.

Exercice 21 — Se ramener à $x^2 = c$

Résoudre chaque équation en **isolant d'abord** x^2 , puis conclure.

- a. $5x^2 = 125$ b. $x^2 - 7 = 93$
 c. $2x^2 + 8 = 8$ d. $x^2 + 30 = 6$
 e. Pour l'une de ces équations, la vérification est immédiate sans calculatrice. Laquelle, et pourquoi ?

Correction de l'exercice 21

a. $x^2 = \frac{125}{5} = 25$, donc $\mathcal{S} = \{-5; 5\}$.

b. $x^2 = 93 + 7 = 100$, donc $\mathcal{S} = \{-10; 10\}$.

c. $2x^2 = 0$, donc $x^2 = 0$ et $\mathcal{S} = \{0\}$.

d. $x^2 = 6 - 30 = -24$: impossible, $\mathcal{S} = \emptyset$.

e. La c. : $x = 0$ donne $2 \times 0 + 8 = 8$, ce qui se vérifie de tête. Plus généralement, chaque solution se contrôle en la remplaçant dans l'équation de départ – par exemple $5 \times (-5)^2 = 5 \times 25 = 125$ au a.

Erreur fréquente : au d., écrire $x^2 = 30 - 6$. Le terme $+30$ passe de l'autre côté en -30 , et c'est 6 qui reste à gauche du calcul : $x^2 = 6 - 30$.

Exercice 22 — Encadrer un côté par balayage

Un géomètre doit implanter une parcelle **carrée** de 30 m^2 . Le côté c vérifie donc $c^2 = 30$. Il veut l'encadrer **sans la touche** $\sqrt{}$, par balayage.

a. Calculer 5^2 et 6^2 . En déduire un encadrement de c entre deux entiers consécutifs.

b. Balayer au dixième : calculer $5,4^2$ et $5,5^2$, puis encadrer c au dixième.

c. Quelle est l'amplitude de cet encadrement ? Que faudrait-il faire pour descendre à 0,01 ?

d. Pourquoi le balayage fonctionne-t-il ? Quelle propriété de la fonction carré utilise-t-on ?

e. Dans la fonction Python ci-dessous, qui cherche le plus grand dixième dont le carré reste inférieur à 30, une ligne est à compléter. Laquelle, et par quoi ?

```
def encadrer():
    n = 0
    while ..... la condition à écrire
        n = n + 1
    return (n - 1) / 10, n / 10 les deux bornes
```

Correction de l'exercice 22

a. $5^2 = 25$ et $6^2 = 36$. Comme $25 < 30 < 36$, on a $5 < c < 6$.

b. $5,4^2 = 29,16$ et $5,5^2 = 30,25$. Comme $29,16 < 30 < 30,25$, on a $5,4 < c < 5,5$.

c. L'amplitude vaut $5,5 - 5,4 = 0,1$. Pour descendre à 0,01, il faut une étape de plus, au centième, entre 5,40 et 5,50 : on trouve $5,47^2 = 29,9209$ et $5,48^2 = 30,0304$, d'où $5,47 < c < 5,48$. Chaque étape divise l'amplitude par 10. *Contrôle* : la calculatrice donne $\sqrt{30} \approx 5,477$.

d. Parce que la fonction carré est **croissante** sur les nombres positifs : si $a < c < b$ avec a et b positifs, alors $a^2 < c^2 < b^2$. Encadrer le carré revient donc à encadrer le côté. (Ce raisonnement ne vaudrait pas sur les nombres négatifs, où l'ordre s'inverse.)

e. La condition du `while` : `while (n / 10) * (n / 10) < 30` :

Tant que le carré reste inférieur à 30, on avance d'un dixième ; on sort de la boucle au premier dixième dont le carré dépasse 30, et les deux bornes encadrent c .

C6 – Exploiter les transformations $g(x) = x^2 + k$ et $h(x) = kx^2$

Exigible. Prérequis : C2, C3.

Rappel de cours

$g(x) = x^2 + k$: **même parabole décalée de k** vers le haut ($k > 0$) ou vers le bas ($k < 0$). Le minimum devient k , toujours atteint en $x = 0$.

$h(x) = kx^2$: parabole de même sommet, **resserrée** si $k > 1$, **plus ouverte** si $0 < k < 1$, **retournée** si $k < 0$ – et le sommet est alors un maximum.

Exercice 23 — La parabole montée de 3

On considère $g(x) = x^2 + 3$.

- Calculer $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$, $g(2)$ et $g(-2)$.
- Quel est le minimum de g ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
- Comment obtient-on la courbe de g à partir de la parabole de $f(x) = x^2$?

Correction de l'exercice 23

- $g(0) = 3$; $g(1) = 4$; $g(-1) = 4$; $g(2) = 7$; $g(-2) = 7$.
- Le minimum vaut **3**, atteint en $x = 0$: on ajoute 3 au minimum 0 de x^2 . Le sommet est $S(0 ; 3)$.
- En décalant la parabole de f de 3 unités **vers le haut** (translation verticale). La forme et les variations ne changent pas.

Exercice 24 — Resserrée ou plus ouverte ?

Comparer $f(x) = x^2$, $h(x) = 2x^2$ et $p(x) = \frac{1}{2}x^2$.

- Compléter le tableau.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$					
$h(x) = 2x^2$					
$p(x) = \frac{1}{2}x^2$					

- Pour $x = 3$, ranger $f(3)$, $h(3)$ et $p(3)$ dans l'ordre croissant.
- La parabole de h est-elle plus resserrée ou plus ouverte que celle de f ? Et celle de p ?

Correction de l'exercice 24

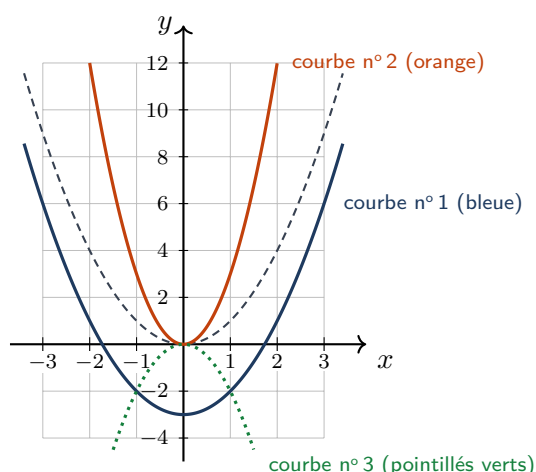
-

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$	4	1	0	1	4
$h(x) = 2x^2$	8	2	0	2	8
$p(x) = \frac{1}{2}x^2$	2	0,5	0	0,5	2

- $p(3) = 4,5$, $f(3) = 9$, $h(3) = 18$, donc $p(3) < f(3) < h(3)$.
- Celle de h est plus **resserrée** ($k = 2 > 1$) ; celle de p est plus **ouverte** ($k = \frac{1}{2}$, compris entre 0 et 1). Les trois ont le même sommet $S(0 ; 0)$.

Exercice 25 — Reconnaître la transformation

Trois paraboles sont tracées ci-dessous, en même temps que celle de $f(x) = x^2$ (en tirets gris).



Chacune est l'une des trois fonctions suivantes :

$$u(x) = 3x^2 \quad v(x) = x^2 - 3 \quad w(x) = -2x^2$$

- Associer chaque courbe à sa fonction, en justifiant par **une** observation à chaque fois.
- Pour chacune, donner le sommet et dire s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

Correction de l'exercice 25

a. Courbe n° 1 $\rightarrow v(x) = x^2 - 3$: c'est la parabole de f *descendue* de 3 ; elle a exactement la même forme, seul le sommet a bougé.

Courbe n° 2 $\rightarrow u(x) = 3x^2$: même sommet que f , mais plus *resserrée* — elle monte trois fois plus vite, $u(2) = 12$ contre $f(2) = 4$.

Courbe n° 3 $\rightarrow w(x) = -2x^2$: elle est *retournée*, tournée vers le bas, ce qui n'arrive que si le coefficient est négatif.

b. v : sommet $S(0; -3)$, c'est un **minimum**. u : sommet $S(0; 0)$, **minimum**. w : sommet $S(0; 0)$, mais c'est un **maximum**, puisque la courbe descend de part et d'autre.

Contrôle : calculer l'image de 1 pour chaque fonction, -2 , 3 et -2 respectivement, et la retrouver sur le dessin.

C9 – Résoudre graphiquement $x^2 = c$ et $x^2 < c$

Exigible. Prérequis : C2, C5.

Rappel de cours

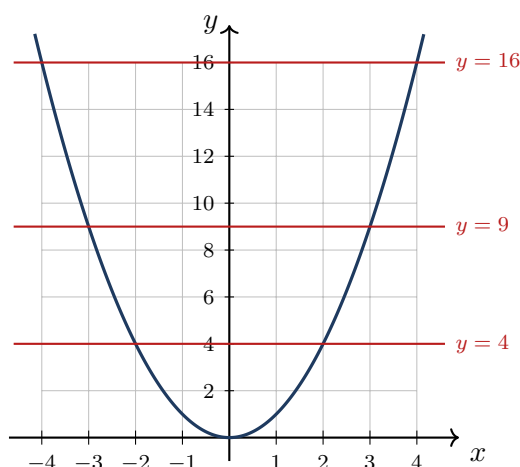
Les solutions de $x^2 = c$ sont les **abscisses** des points d'intersection de la parabole et de l'horizontale $y = c$.

$x^2 < c$: la courbe est **en dessous** de l'horizontale $y = c$, donc $\mathcal{S} =]-\sqrt{c}; \sqrt{c}[$. $x^2 > c$: elle est **au-dessus**, à l'extérieur des deux points.

Si l'inconnue est une longueur, on ne garde que les valeurs positives.

Exercice 26 — Trois inéquations à lire

Résoudre graphiquement les trois inéquations, en s'appuyant sur le graphique.



- a. $x^2 < 9$ b. $x^2 \geq 4$ c. $x^2 \leq 16$

Méthode : pour $x^2 < c$, repérer où la parabole est **en dessous** de l'horizontale $y = c$; pour $x^2 \geq c$, où elle est **au-dessus**.

Correction de l'exercice 26

a. L'horizontale $y = 9$ coupe la parabole en -3 et 3 ; la courbe est en dessous *entre* ces deux abscisses. Bornes exclues (inégalité stricte) : $\mathcal{S} =]-3; 3[$.

b. $y = 4$ coupe en -2 et 2 ; la courbe est au-dessus à l'*extérieur*. Bornes comprises : $\mathcal{S} =]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$.

c. $y = 16$ coupe en -4 et 4 ; la courbe est en dessous entre les deux, bornes comprises : $\mathcal{S} = [-4; 4]$.

Erreur fréquente : répondre $x < 3$ au a. en oubliant la moitié gauche. La solution d'une inéquation $x^2 < c$ est toujours un intervalle **encadré** par deux nombres opposés.

Exercice 27 — La résistance d'une tablette

Un fabricant de meubles étudie la charge R , en kilogrammes, que supporte une tablette selon son épaisseur e , en centimètres. Un modèle simplifié donne $R(e) = 3e^2$.

a. Calculer $R(1)$, $R(2)$ et $R(3)$.

b. Pour quelle épaisseur minimale la tablette supporte-t-elle plus de 27 kg ? (Résoudre $3e^2 > 27$.)

c. Si l'épaisseur est doublée, par combien la charge supportée est-elle multipliée ? Justifier par un calcul.

Correction de l'exercice 27

- a. $R(1) = 3 \text{ kg}$; $R(2) = 3 \times 4 = 12 \text{ kg}$; $R(3) = 3 \times 9 = 27 \text{ kg}$.
b. $3e^2 > 27$ donne $e^2 > 9$, donc $e > 3$ ou $e < -3$. Une épaisseur est positive : on garde $e > 3 \text{ cm}$. La tablette de 3 cm supporte exactement 27 kg : il faut donc dépasser cette épaisseur.
c. $R(4) = 3 \times 16 = 48 \text{ kg}$ contre $R(2) = 12 \text{ kg}$: la charge est multipliée par 4, et non par 2. C'est la propriété de e^2 .

Exercice 28 — Le récupérateur d'eau de pluie

Un récupérateur d'eau de pluie a une **base carrée** de côté c mètres et une hauteur de 1 m. Son volume, en mètres cubes, vaut donc $V(c) = c^2 \times 1 = c^2$ — et 1 m^3 représente 1000 L.

- a. Calculer le volume, en litres, pour un côté de 0,8 m, puis de 1,2 m.
b. La famille souhaite stocker au moins 1000 L. Écrire l'inéquation vérifiée par c , puis la résoudre.
c. La place disponible impose un côté d'au plus 1,5 m. Écrire l'inéquation correspondante et la résoudre.
d. Donner tous les côtés qui conviennent, sous la forme d'un encadrement. Choisir une valeur possible et vérifier.

Correction de l'exercice 28

- a. $V(0,8) = 0,64 \text{ m}^3 = 640 \text{ L}$; $V(1,2) = 1,44 \text{ m}^3 = 1440 \text{ L}$.
b. 1000 L font 1 m^3 , donc $c^2 \geq 1$, d'où $c \geq 1$ ou $c \leq -1$. Un côté est positif : $c \geq 1 \text{ m}$.
c. $c^2 \leq 2,25$, donc $-1,5 \leq c \leq 1,5$; avec $c > 0$: $c \leq 1,5 \text{ m}$. (On pouvait aussi le lire directement sur la contrainte de place.)
d. Les deux conditions ensemble donnent $1 \leq c \leq 1,5$, en mètres.
Vérification avec $c = 1,2$: $V = 1,44 \text{ m}^3 = 1440 \text{ L}$, c'est bien au moins 1000 L, et $1,2 \leq 1,5$: la cuve tient dans la place disponible.

C10 – Exploiter la courbe d'une fonction quelconque : tableau de variations, extremums sur un intervalle, courbe de $f + k$ et variations de $k f$

Exigible. Prérequis : C3, C6. L'exercice 32 cherche un extremum au tableur.

Rappel de cours

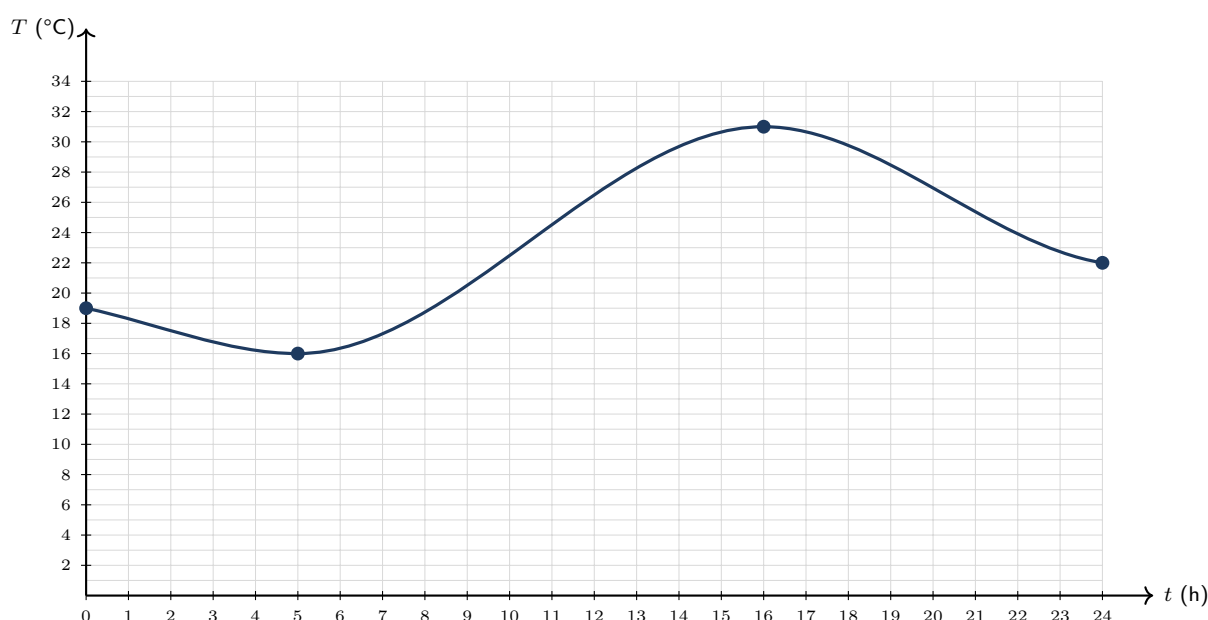
Une fonction est **croissante** là où sa courbe monte, **décroissante** là où elle descend. Le tableau de variations reprend les bornes et les points où la courbe change de sens.

Sur un intervalle, le **maximum** est la plus grande valeur de f , le **minimum** la plus petite ; ils se lisent sur l'axe vertical et peuvent être atteints au bord de l'intervalle.

$f + k$: courbe décalée de k , mêmes variations. $k f$: mêmes variations si $k > 0$, variations **inversées** si $k < 0$.

Exercice 29 — La température d'une journée d'été

Un jour d'été, un thermomètre relève la température T , en $^{\circ}\text{C}$, de minuit à minuit (t en heures).



Les points marquent le début et la fin de la journée, et les deux endroits où la courbe change de sens.

- Dresser le tableau de variations de T sur $[0 ; 24]$.
- Donner le maximum et le minimum de T sur $[0 ; 24]$, et l'heure où chacun est atteint.
- Même question sur $[16 ; 24]$.
- Le lendemain, il fait 4°C de moins à toute heure : $T_2(t) = T(t) - 4$. Dresser le tableau de variations de T_2 .

Correction de l'exercice 29

a. La courbe descend jusqu'au creux (5 ; 16), monte jusqu'au sommet (16 ; 31), puis redescend.

t (h)	0	5	16	24
Variations de T	19	16	31	22

b. Maximum : 31 °C, atteint à 16 h. Minimum : 16 °C, atteint à 5 h.

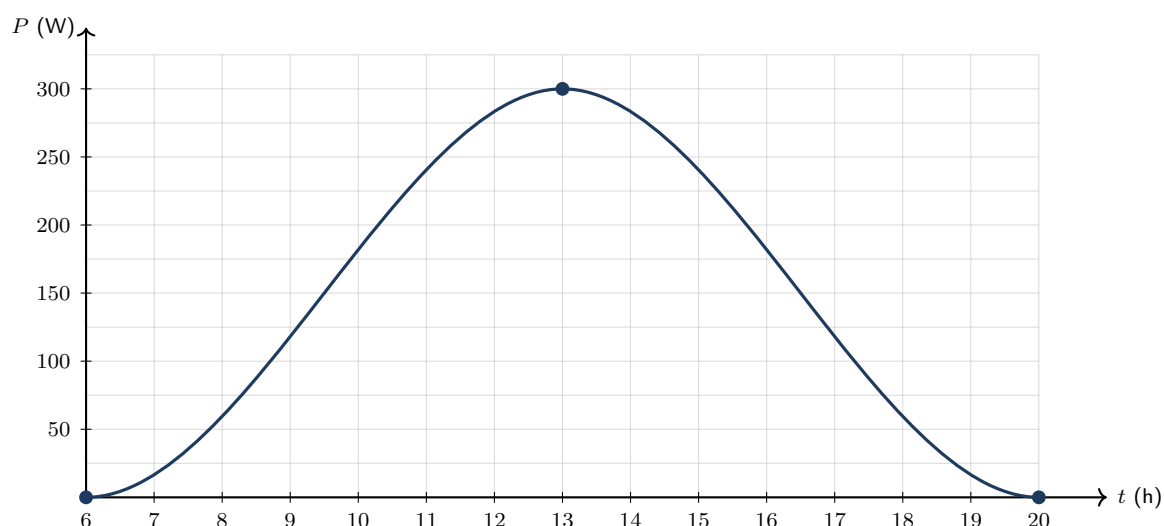
c. Sur [16 ; 24], T est décroissante : le maximum est 31 °C, à 16 h ; le minimum est 22 °C, à 24 h, au bord de l'intervalle.

d. On retire 4 à chaque image : la courbe descend de 4, les variations ne changent pas. Tableau : 15 ↘ 12 ↗ 27 ↘ 18, sous 0, 5, 16 et 24.

Erreur fréquente : donner 16 (l'heure) comme maximum au b.

Exercice 30 — Un panneau photovoltaïque

Un panneau photovoltaïque produit une puissance électrique P , en watts, qui dépend de l'heure t de la journée, entre 6 h et 20 h.



a. Dresser le tableau de variations de P sur [6 ; 20].

b. Quelle est la puissance maximale produite par le panneau, et à quelle heure ?

c. Sur le toit, on installe 12 panneaux identiques : la puissance totale vaut $P_{\text{tot}}(t) = 12 P(t)$. Donner les variations de P_{tot} et sa valeur maximale.

Correction de l'exercice 30

a.

t (h)	6	13	20
Variations de P	0	300	0

P est croissante sur [6 ; 13] et décroissante sur [13 ; 20].

b. La puissance maximale est 300 W, atteinte à 13 h.

c. $k = 12 > 0$: P_{tot} a les mêmes variations que P . Son maximum vaut $12 \times 300 = 3600$ W, toujours atteint à 13 h.

Exercice 31 — Du tableau aux transformations

Une fonction f est définie sur $[-3; 5]$ par son tableau de variations.

x	-3	1	5
Variations de f	2	6	-1

- Donner le maximum et le minimum de f sur $[-3; 5]$, et où ils sont atteints.
- Dresser le tableau de variations de $g(x) = f(x) - 3$.
- Dresser le tableau de variations de $h(x) = 3f(x)$.
- Dresser le tableau de variations de $u(x) = -f(x)$, puis donner le maximum et le minimum de u .

Correction de l'exercice 31

- Maximum : 6, atteint en $x = 1$. Minimum : -1, atteint en $x = 5$ (et non en $x = -3$, où f vaut 2).
 - On retire 3 à chaque image, les variations ne changent pas : $-1 \nearrow 3 \searrow -4$, sous -3, 1 et 5.
 - $k = 3 > 0$: mêmes variations, images triplées : $6 \nearrow 18 \searrow -3$.
 - $k = -1 < 0$: les variations s'inversent, les images changent de signe : $-2 \searrow -6 \nearrow 1$. Le maximum de u est 1, atteint en $x = 5$; son minimum est -6, atteint en $x = 1$.
- Erreur fréquente* : au d., garder les flèches de f en changeant seulement les signes.

Exercice 32 — Chercher un maximum au tableur

Un lycée dispose de 20 m de grillage pour clôturer un enclos **rectangulaire** à outils. Si l'un des côtés mesure x mètres, l'autre mesure $10 - x$ mètres, et l'aire vaut $A(x) = x(10 - x)$.

- Compléter le balayage au tableur :

côté x (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
aire (m ²)				24					

- Quelle formule saisit-on en B2 pour obtenir la première aire, si le côté est en A2 ?
- Quelle est l'aire maximale, et pour quel côté est-elle atteinte ?
- Quelle forme a alors l'enclos ? Justifier en calculant le second côté.

Correction de l'exercice 32

- 9 ; 16 ; 21 ; 24 ; 25 ; 24 ; 21 ; 16 ; 9 (en m²). Les valeurs montent, atteignent 25, puis redescendent symétriquement.
- $=A2*(10-A2)$, copiée vers le bas de la colonne.
- L'aire maximale est 25 m², atteinte pour $x = 5$ m.
- Le second côté vaut $10 - 5 = 5$ m : l'enclos est un **carré**. À périmètre fixé, c'est le carré qui donne la plus grande aire.

Remarque : le balayage *essaie* des valeurs, il ne démontre pas. Ici il suffit parce que le tableau est symétrique et que le maximum tombe sur un nombre entier.