

Fiche de cours — Fonction affine

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Les deux paramètres

$$f(x) = ax + b$$

a **coefficient directeur**, la pente

b **ordonnée à l'origine**, $= f(0)$

$b = 0$ donne une fonction **linéaire** ; $a = 0$ une fonction **constante**.

Erreur fréquente

Dans $18 - 2x$, on a $a = -2$ et $b = 18$: c'est le nombre *multiplié par la variable* qui est a , quelle que soit la place des termes.

2. Calculer une image

Remplacer, **entre parenthèses** si la valeur est négative ; multiplier d'abord, ajouter ensuite ; écrire l'unité.

Exemple

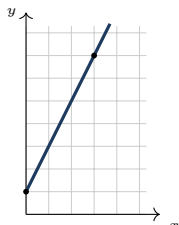
$f(x) = 2x + 1$ donne $f(-3) = -6 + 1 = -5$.

La colonne $x = 0$ vaut b : aucun calcul.

3. Tracer la droite

Méthode

1. Le point $(0 ; b)$ est offert. 2. Un second point **loin** du premier.
3. Règle. 4. Vérifier avec un troisième point.



$$f(x) = 2x + 1 : (0 ; 1) \text{ et } (3 ; 7).$$

4. La pente est un taux d'accroissement

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

De combien $f(x)$ varie **quand** x **augmente de 1**. Pour une fonction affine, ce quotient est le même quels que soient les deux points.

Exemple — profil en long

De 300 m à 2 km à 600 m à 5 km : $a = \frac{300}{3} = 100$ m/km, soit une pente de 10 %.

a porte toujours une unité composée : €/h, €/m², m/km, L/min, °C/h. C'est le meilleur contrôle d'un calcul.

5. Sens de variation

$a > 0$ croissante, la droite monte

$a < 0$ décroissante, elle descend

$a = 0$ constante, elle est horizontale

À ne pas confondre

Décroître n'est pas **être négatif**. Une cuve qui se vide décroît dès la première minute, mais son volume reste positif tant qu'elle n'est pas vide.

6. Zéro, signe, équation $f(x) = c$

$$ax + b = c \implies x = \frac{c - b}{a}$$

Le **zéro** est le cas $c = 0$: $x_0 = -\frac{b}{a}$, abscisse du point où la droite coupe l'axe des abscisses.

Une fonction affine change de signe **une seule fois**, en son zéro. Si $a > 0$: négative avant, positive après. Si $a < 0$: l'inverse.

7. Inéquation $f(x) < c$

Méthode

Même chose que pour l'équation, mais **on change le sens** de l'inégalité si l'on divise par un nombre négatif.

Exemple

$-15t + 200 < 50$ donne $-15t < -150$, puis $t > 10$.

Le sens a changé : on a divisé par -15 .

Graphiquement : tracer l'horizontale $y = c$. $f(x) < c$ là où la droite passe *sous* elle. La réponse se lit **sur l'axe des abscisses**.

8. Retrouver l'expression

Méthode — deux points

1. $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. 2. $b = y_1 - ax_1$. 3. Vérifier avec l'autre point.

Si un point a pour abscisse 0, son ordonnée est b : il ne reste qu'à calculer a .

9. Droites parallèles

Même coefficient directeur $\implies$ droites **parallèles**. Si en plus b est le même, elles sont **confondues**.

Avoir un point commun n'a rien à voir : $3x + 2$ et $-x + 2$ se coupent en $(0 ; 2)$ sans être parallèles.

10. Système de deux équations

Résoudre, c'est chercher le **point d'intersection** des deux droites.

Méthode

1. Égaler les deux expressions. 2. Regrouper, diviser. 3. Calculer y . 4. Vérifier dans l'autre équation.

Comparer deux tarifs

$10x + 50 = 5x + 150$ donne $x = 20$, $y = 250$.

Avant le seuil : le petit forfait gagne.

Après : le petit prix unitaire gagne.

11. Tableur et Python

Tableur = $A2 \times 15 + 80$, puis recopier

```
Python def f(x):  
    return 15*x + 80
```

Ils calculent des **images**. Ils ne résolvent ni l'inéquation ni le système : le tableur peut seulement *encadrer* un seuil entre deux lignes.

Quelle question m'est posée ?

L'énoncé demande	Je fais
combien pour telle quantité ?	une image (§2)
quelle quantité pour tel montant ?	$f(x) = c$ (§6)
à partir de quand dépasse-t-on ?	une inéquation (§7)
quelle est la pente ?	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (§4)
quelle est l'expression ?	deux points (§8)
quel tarif choisir ?	un système (§10)

Je sais faire

- ☐ identifier a et b , et reconnaître les cas linéaire et constant ;
- ☐ calculer une image et construire un tableau de valeurs ;
- ☐ tracer la droite à partir de deux points bien choisis ;
- ☐ lire un coefficient directeur comme un taux d'accroissement, avec son unité ;
- ☐ donner le sens de variation à partir du signe de a ;
- ☐ résoudre $f(x) = c$, puis $f(x) < c$ en surveillant le sens de l'inégalité ;
- ☐ retrouver l'expression à partir de deux points ;
- ☐ reconnaître deux droites parallèles ;
- ☐ résoudre un système et comparer deux tarifs ;
- ☐ écrire une formule de tableur et une fonction Python.

Un problème type, du début à la fin

Deux artisans : $A(x) = 15x + 80$ et $B(x) = 20x + 30$, pour x mètres carrés. Que choisir pour 5 m^2 ? pour 15 m^2 ?

1. Lire : 15 et 20 €/m² ; 80 et 30 € de forfait.
2. Seuil : $15x + 80 = 20x + 30$, d'où $5x = 50$ et $x = 10$.
3. Vérifier : $A(10) = B(10) = 230$ €.
4. 5 m^2 : $A = 155$ €, $B = 130$ € $\rightarrow B$.
5. 15 m^2 : $A = 305$ €, $B = 330$ € $\rightarrow A$.

Le piège de l'étape 4

Ne pas répondre « le moins cher » dans l'absolu. La réponse dépend de quel côté du seuil on se place – et c'est cela que le calcul sert à déterminer.