

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 8****Fonction linéaire et proportionnalité**

Édition : 27 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les sept capacités du chapitre, dans l'ordre où elles s'enseignent. Chaque partie commence par un rappel de cours, puis les exercices vont de l'application directe vers le choix autonome d'une méthode. Écrire toujours l'unité du résultat et une phrase de réponse. Règle et crayon sont nécessaires pour les tracés. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Reconnaître une situation de proportionnalité et une fonction linéaire	1 à 5	2
C2 – Déterminer le coefficient de proportionnalité k	6 à 10	4
C3 – Calculer une image avec $f(x) = kx$, au tableur et en Python	11 à 15	6
C4 – Construire le tableau de valeurs et tracer la droite	16 à 20	8
C5 – Lire graphiquement une fonction linéaire	21 à 24	12
C6 – Revenir à la quantité : résoudre $kx = b$	25 à 27	15
C7 – Résoudre un problème de proportionnalité	28 et 29	16

C1 – Reconnaître une situation de proportionnalité et une fonction linéaire

Exigible. Prérequis : lire un tableau, effectuer une division.

Rappel de cours

Deux grandeurs sont **proportionnelles** s'il existe un nombre fixe k tel que $y = kx$. On le contrôle en divisant chaque sortie par son entrée : tous les quotients doivent être **égaux**.

Une **fonction linéaire** s'écrit $f(x) = kx$: un coefficient, une variable, **rien d'ajouté**.

Une part fixe – déplacement, abonnement, frais – détruit la proportionnalité. Test immédiat : si $f(0) \neq 0$, ce n'est pas linéaire.

Exercice 1 — Deux tableaux à examiner

Pour chacun des deux tableaux, dire s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité. Justifier en calculant tous les quotients.

a. Débit de bardage facturé par un fournisseur.

Longueur (m)	2	4	6	10
Prix (€)	14	28	42	70

b. Relevé d'un véhicule sur un trajet.

Temps (h)	1	2	3	4
Distance (km)	60	110	180	240

Correction de l'exercice 1

a. $\frac{14}{2} = 7$; $\frac{28}{4} = 7$; $\frac{42}{6} = 7$; $\frac{70}{10} = 7$. Les quatre quotients sont égaux : c'est un **tableau de proportionnalité**, de coefficient $k = 7$ €/m. On peut écrire $P(x) = 7x$.

b. $\frac{60}{1} = 60$; $\frac{110}{2} = 55$; $\frac{180}{3} = 60$; $\frac{240}{4} = 60$. Le deuxième quotient vaut 55 : ce n'est **pas** un tableau de proportionnalité.

À souligner : un seul quotient différent suffit à conclure. Il ne faut pas « arrondir » 55 à 60 pour faire entrer le relevé dans le modèle.

Exercice 2 — Linéaire ou non ?

Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont linéaires. Pour chacune d'elles, donner le coefficient k . Pour les autres, dire ce qui l'empêche.

$$f(x) = 5x \quad g(x) = 3x + 2 \quad h(x) = -4x \quad p(x) = x^2 \quad m(x) = 0,5x$$

Correction de l'exercice 2

Linéaires : f avec $k = 5$; h avec $k = -4$; m avec $k = 0,5$.

g **ne l'est pas** : le terme $+2$ s'ajoute au produit. Contrôle : $g(0) = 2 \neq 0$.

p **ne l'est pas** : la variable est élevée au carré, elle n'est pas multipliée par un nombre fixe. Contrôle : $p(1) = 1$ et $p(2) = 4$, or $\frac{4}{2} = 2 \neq \frac{1}{1} = 1$, les quotients ne sont pas constants.

Exercice 3 — Trois tarifs de chantier

Trois entreprises proposent un tarif pour la même intervention. Pour chacune, dire s'il s'agit d'une situation de proportionnalité, et justifier.

Entreprise A : 45 € par heure de main-d'œuvre.

Entreprise B : 45 € par heure, plus 60 € de frais de déplacement.

Entreprise C : tarif relevé sur trois chantiers récents.

Durée (h)	2	5	8
Montant facturé (€)	96	240	384

d. Pour celles qui sont proportionnelles, écrire la fonction linéaire correspondante.

Correction de l'exercice 3

A. Oui : le montant est le produit de la durée par un prix horaire fixe. Rien ne s'ajoute.

B. Non : les 60 € de déplacement sont dus même pour une intervention très courte. Contrôle : pour 1 h, 105 € et $\frac{105}{1} = 105$; pour 2 h, 150 € et $\frac{150}{2} = 75$. Les quotients diffèrent.

C. Oui : $\frac{96}{2} = 48$; $\frac{240}{5} = 48$; $\frac{384}{8} = 48$. Coefficient $k = 48$ €/h.

d. A : $f(t) = 45t$. C : $g(t) = 48t$. B n'a pas de fonction linéaire ; son montant s'écrit $45t + 60$, ce qui n'est pas de la forme kx .

Erreur fréquente : conclure que B est proportionnelle parce que « le prix augmente régulièrement ». Augmenter régulièrement ne suffit pas : il faut que le quotient montant ÷ durée soit constant.

Exercice 4 — Le vernisseur

Un vernisseur utilise toujours la même quantité de vernis par mètre carré de surface traitée. Pour 6 m², il utilise 1,8 L.

a. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.

b. Écrire la fonction linéaire $V(x)$ donnant le volume de vernis pour x mètres carrés.

c. Quelle quantité faut-il pour 15 m² ?

Correction de l'exercice 4

a. Oui : « la même quantité par mètre carré » signifie que le quotient volume ÷ surface est constant. C'est la définition d'une proportionnalité.

b. $k = \frac{1,8}{6} = 0,3$ litre par mètre carré, donc $V(x) = 0,3x$.

c. $V(15) = 0,3 \times 15 = 4,5$: il faut 4,5 L de vernis pour 15 m².

Exercice 5 — Proportionnel, oui ou non ?

Pour chacune des cinq situations, dire si les deux grandeurs citées sont proportionnelles. Justifier en une phrase.

a. La masse de gravats évacués et le prix payé, chez un loueur qui facture 23 € la tonne.

b. L'âge d'un élève et sa taille.

c. Le nombre de panneaux solaires installés et la puissance totale, les panneaux étant identiques.

d. La durée d'un abonnement téléphonique et le montant payé, avec 20 € par mois et 39 € de frais d'ouverture de ligne.

e. La longueur d'un mur sur un plan et sa longueur réelle, à échelle fixée.

Correction de l'exercice 5

- a. Oui** : le prix est le produit de la masse par un prix fixe à la tonne. $P(m) = 23m$.
- b. Non** : la croissance n'est pas régulière, et un élève de zéro an ne mesure pas zéro centimètre. Aucun coefficient fixe ne relie les deux grandeurs.
- c. Oui** : chaque panneau apporte la même puissance, donc la puissance totale est le produit du nombre de panneaux par cette puissance unitaire.
- d. Non** : les 39 € d'ouverture sont une part fixe. Pour 0 mois, le montant n'est pas nul.
- e. Oui** : l'échelle est un coefficient fixe, la longueur réelle est le produit de la longueur du plan par ce coefficient.
- Contrôle commun aux cinq* : se demander ce que vaut la sortie quand l'entrée vaut zéro. Si elle n'est pas nulle, ce n'est pas proportionnel.

C2 – Déterminer le coefficient de proportionnalité k

Exigible. Prérequis : C1, division décimale.

Rappel de cours

À partir d'un couple $(x_0; y_0)$ avec $x_0 \neq 0$:

$$k = \frac{y_0}{x_0}$$

L'**unité** du coefficient est celle de la sortie « par » unité d'entrée : €/m², L/m², kWh/m², km/h. Elle sert de contrôle.

On divise toujours la sortie par l'entrée, jamais l'inverse.

Exercice 6 — Trois coefficients

Déterminer le coefficient k de la fonction linéaire $f(x) = kx$ dans chaque cas, puis écrire l'expression de f .

- a.** $f(4) = 20$ **b.** $f(3) = -9$ **c.** $f(0,5) = 3$

Correction de l'exercice 6

On applique $k = \frac{f(x)}{x}$.

a. $k = \frac{20}{4} = 5$, donc $f(x) = 5x$.

b. $k = \frac{-9}{3} = -3$, donc $f(x) = -3x$. Le coefficient est négatif : la fonction est décroissante.

c. $k = \frac{3}{0,5} = 6$, donc $f(x) = 6x$.

Au c., *erreur fréquente* : écrire $k = 3 \times 0,5 = 1,5$. Diviser par 0,5, c'est multiplier par 2 : le coefficient est plus grand que 3, pas plus petit.

Exercice 7 — Poseur de parquet

Un poseur de parquet facture 12 € par mètre carré posé.

- a.** Écrire la fonction linéaire $C(x)$ modélisant le coût de la pose de x mètres carrés.
- b.** Identifier le coefficient k et donner son unité.

Correction de l'exercice 7

- a. $C(x) = 12x$, où x est la surface en mètres carrés et $C(x)$ le coût en euros.
 b. $k = 12$, en **euros par mètre carré** (€/m²).
 Contrôle : $C(1) = 12$, ce qui correspond bien au prix annoncé pour un mètre carré.

Exercice 8 — Prix d'une planche

Un tableau de proportionnalité indique que 5 m de planche coûtent 17,50 €.

- a. Calculer le coefficient k et donner son unité.
 b. En déduire le prix de 8 m de cette planche.

Correction de l'exercice 8

- a. $k = \frac{17,50}{5} = 3,50$, soit 3,50 € par mètre (€/m).
 b. $f(8) = 3,50 \times 8 = 28$: 8 m de planche coûtent 28 €.

Exercice 9 — Le coefficient et son unité

Pour chacune des quatre situations, calculer le coefficient de proportionnalité **et donner son unité**, puis écrire la fonction linéaire.

- a. 15 m² de bardage sont facturés 232,50 €.
 b. Une installation photovoltaïque de 20 m² produit 3400 kW h par an.
 c. 24 m² de mur consomment 6 L de peinture.
 d. Un véhicule parcourt 210 km en 3 h à allure régulière.

Correction de l'exercice 9

- a. $k = \frac{232,50}{15} = 15,5$ €/m² ; $P(s) = 15,5s$.
 b. $k = \frac{3400}{20} = 170$ kWh par m² et par an ; $E(s) = 170s$.
 c. $k = \frac{6}{24} = 0,25$ L/m² ; $V(s) = 0,25s$.
 d. $k = \frac{210}{3} = 70$ km/h ; $d(t) = 70t$.

Ce que l'unité contrôle : au c., un élève qui écrirait $\frac{24}{6} = 4$ obtiendrait des « mètres carrés par litre », ce qui répond à une autre question – combien de surface avec un litre. Les deux calculs sont justes, mais un seul répond à la question posée. L'unité le dit.

Exercice 10 — Un relevé de métré

Un mètreur relève sur un chantier le prix de l'isolant posé, pour trois locaux différents.

Surface isolée (m ²)	12	30	45
Montant (€)	258	645	967,50

- a. Vérifier qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité, en calculant les trois quotients.
 b. Donner le prix au mètre carré et écrire la fonction $P(s)$.
 c. Un quatrième local de 18 m² a été facturé 397 €. Ce montant respecte-t-il le même tarif ? Justifier par un calcul.

Correction de l'exercice 10

a. $\frac{258}{12} = 21,5$; $\frac{645}{30} = 21,5$; $\frac{967,50}{45} = 21,5$. Les trois quotients sont égaux : la situation est proportionnelle.

b. $k = 21,5 \text{ €/m}^2$, donc $P(s) = 21,5 s$.

c. $P(18) = 21,5 \times 18 = 387 \text{ €}$. Le montant facturé, 397 €, est supérieur de 10 €. Il ne respecte donc **pas** le même tarif : il y a soit une erreur, soit un supplément non proportionnel à la surface.

Autre rédaction acceptée au c. : $\frac{397}{18} \approx 22,06 \text{ €/m}^2$, différent de $21,5 \text{ €/m}^2$.

C3 – Calculer une image avec $f(x) = kx$

Exigible. Prérequis : C2. Les exercices 14 et 15 calculent des images en série, au tableur et en Python.

Rappel de cours

Calculer $f(a)$, c'est multiplier : $f(a) = k \times a$. On écrit ensuite le résultat avec son unité.

$f(0) = 0$ et $f(1) = k$: deux contrôles immédiats.

Le tableur et Python calculent beaucoup d'images d'un coup. Ils ne remontent pas de la sortie vers l'entrée : cela, c'est le travail du C6.

Exercice 11 — Quatre images

Soit $f(x) = 6x$. Calculer les images suivantes, en écrivant le calcul.

a. $f(0)$ b. $f(7)$ c. $f(-3)$ d. $f(1,5)$

Correction de l'exercice 11

a. $f(0) = 6 \times 0 = 0$ – toute fonction linéaire s'annule en 0.

b. $f(7) = 6 \times 7 = 42$.

c. $f(-3) = 6 \times (-3) = -18$.

d. $f(1,5) = 6 \times 1,5 = 9$.

Exercice 12 — Consommation de vernis

Un fabricant de meubles consomme 0,3 L de vernis par mètre carré de surface traitée.

a. Écrire la fonction $V(x)$.

b. Calculer la quantité nécessaire pour 3 m^2 , $7,5 \text{ m}^2$ et 12 m^2 .

Correction de l'exercice 12

a. $V(x) = 0,3x$, en litres pour x mètres carrés.

b. $V(3) = 0,9 \text{ L}$; $V(7,5) = 2,25 \text{ L}$; $V(12) = 3,6 \text{ L}$.

Exercice 13 — Un coefficient négatif

Soit $f(x) = -2,5x$.

a. Calculer $f(4)$, $f(-6)$ et $f(0)$.

b. Cette fonction est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

c. Que remarque-t-on pour $f(0)$? Qu'en déduit-on sur sa représentation graphique ?

Correction de l'exercice 13

a. $f(4) = -2,5 \times 4 = -10$; $f(-6) = -2,5 \times (-6) = 15$; $f(0) = 0$.

b. **Décroissante** : le coefficient $-2,5$ est négatif, donc quand x augmente, $f(x)$ diminue. On le voit sur les valeurs : de $x = -6$ à $x = 4$, l'image passe de 15 à -10 .

c. $f(0) = 0$: l'image de zéro est nulle, comme pour toute fonction linéaire. Sa droite **passse par l'origine** du repère.

Erreur fréquente au a. : oublier la règle des signes et écrire $f(-6) = -15$. Deux facteurs négatifs donnent un produit positif.

Exercice 14 — Production d'un champ photovoltaïque

Un champ photovoltaïque produit 170 kW h par mètre carré et par an : $E(s) = 170 s$.

a. Compléter le tableau de production annuelle.

Surface s (m ²)	0	10	25	40
Production $E(s)$ (kWh)				

b. Un logement consomme 4250 kW h par an. D'après le tableau, quelle surface de panneaux, parmi celles proposées, ne suffit pas ?

c. Vérifier que le tableau est bien un tableau de proportionnalité, en calculant deux quotients.

Correction de l'exercice 14

a. $E(0) = 0$; $E(10) = 1\,700$; $E(25) = 4\,250$; $E(40) = 6\,800$, en kWh.

Surface s (m ²)	0	10	25	40
Production $E(s)$ (kWh)	0	1 700	4 250	6 800

b. 10 m² produisent 1700 kW h, ce qui est inférieur à 4250 kW h : cette surface **ne suffit pas**. 25 m² produisent exactement les 4250 kW h nécessaires.

c. Par exemple $\frac{1\,700}{10} = 170$ et $\frac{6\,800}{40} = 170$: les quotients valent le coefficient.

Remarque à faire en classe : produire autant qu'on consomme sur l'année ne signifie pas être autonome à chaque instant – la production a lieu le jour, la consommation aussi le soir. Le modèle linéaire décrit un total annuel, pas un équilibre permanent.

Exercice 15 — Les mêmes images, au tableur et en Python

Le bardage est facturé 15,50 € le mètre carré. On veut obtenir d'un coup le prix de plusieurs surfaces.

a. Dans le tableur ci-dessous, la colonne A contient les surfaces. Écrire la formule à saisir en B2 pour obtenir le prix.

	A – surface (m ²)	B – prix (€)
2	8	
3	20	

b. Compléter la fonction Python qui calcule le même prix.

```
def prix(s):
    return .....
```

c. Calculer, à la main, ce que renvoient `prix(8)` et `prix(20)`.

d. Le programme ci-dessous peut-il répondre à la question « quelle surface pour 465 € ? » Expliquer.

Correction de l'exercice 15

a. $=A2*15,5$ en B2, puis $=A3*15,5$ en B3 – obtenue en recopiant la première vers le bas. L'écriture $=15,5*A2$ convient aussi. Un tableur réglé en français écrit les décimaux avec une virgule ; réglé en anglais, il attend 15.5.

b. `return 15.5*s`

c. $\text{prix}(8) = 15,5 \times 8 = 124$, soit 124 € ; $\text{prix}(20) = 15,5 \times 20 = 310$, soit 310 €.

d. **Non**, pas directement : cette fonction calcule des *images* – elle part de la surface pour donner le prix. Pour 465 €, il faut résoudre $15,5s = 465$, ce qui donne $s = 30$ mètres carrés. On peut aussi essayer plusieurs surfaces jusqu'à tomber sur 465, mais c'est un tâtonnement, pas un calcul direct.

À signaler : Python affiche 124.0 et non 124 ; c'est la même valeur, écrite sous forme décimale.

C4 – Construire le tableau de valeurs et tracer la droite

Exigible. Prérequis : C3, repérage dans le plan. Règle obligatoire.

Rappel de cours

Un tableau de valeurs se construit en multipliant chaque x choisi par k . Il contient toujours la colonne $x = 0$, et il est lui-même un tableau de proportionnalité.

La droite de $f(x) = kx$ **passé par l'origine**. Deux points suffisent : $O(0 ; 0)$, puis un point calculé **loin de l'origine**.

Un troisième point calculé sert à vérifier le tracé.

Exercice 16 — Compléter un tableau de valeurs

Soit $f(x) = 3x$.

a. Compléter le tableau de valeurs.

x	−3	−1	0	1	2	4
$f(x)$						

b. Que remarque-t-on pour $x = 0$?

c. Qu'en déduit-on sur la droite représentative de f ?

Correction de l'exercice 16

a.

x	−3	−1	0	1	2	4
$f(x)$	−9	−3	0	3	6	12

b. $f(0) = 0$: l'image de zéro est nulle.

c. La droite **passé par l'origine** du repère, le point $O(0 ; 0)$. C'est vrai pour toute fonction linéaire.

Exercice 17 — Deux points suffisent

Pour tracer la droite de $f(x) = 4x$, il faut au moins deux points.

a. Donner les coordonnées de deux points de cette droite.

b. Expliquer pourquoi l'un des deux est toujours connu d'avance, sans calcul.

c. Calculer un troisième point et dire à quoi il sert.

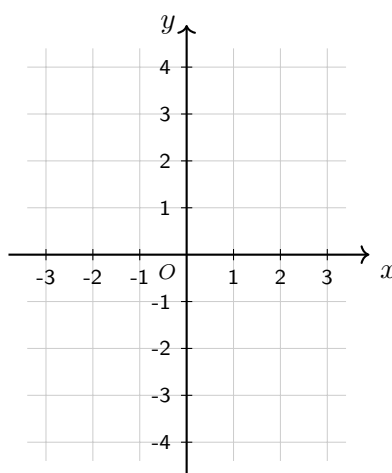
Correction de l'exercice 17

- a. Par exemple $O(0; 0)$ puisque $f(0) = 0$, et $A(2; 8)$ puisque $f(2) = 8$.
- b. L'origine $O(0; 0)$ appartient à la droite de toute fonction linéaire, car $f(0) = k \times 0 = 0$. Elle est donc acquise sans calcul.
- c. Par exemple $f(3) = 12$, soit le point $(3; 12)$. Il sert de **vérification** : s'il ne tombe pas sur le tracé, c'est qu'un point a été mal placé ou que la règle a glissé.

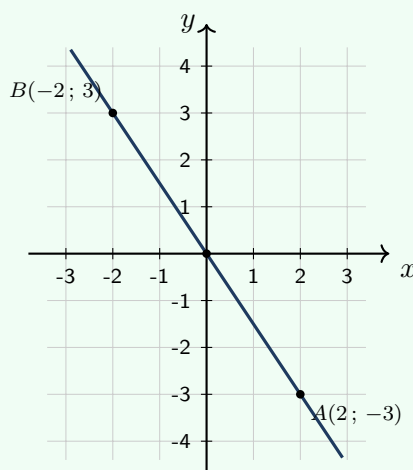
Exercice 18 — Tracer une droite décroissante

Tracer la droite représentant $g(x) = -1,5x$ dans le repère ci-dessous.

- a. Calculer d'abord $g(0)$, $g(2)$ et $g(-2)$.
- b. Placer les points obtenus, puis tracer la droite à la règle.
- c. La droite monte-t-elle ou descend-elle quand x augmente ? Quel élément de l'expression le disait déjà ?

**Correction de l'exercice 18**

- a. $g(0) = 0$; $g(2) = -1,5 \times 2 = -3$; $g(-2) = -1,5 \times (-2) = 3$.
- b. On place $O(0; 0)$, $A(2; -3)$ et $B(-2; 3)$; les trois points sont alignés, ce qui vérifie le tracé.

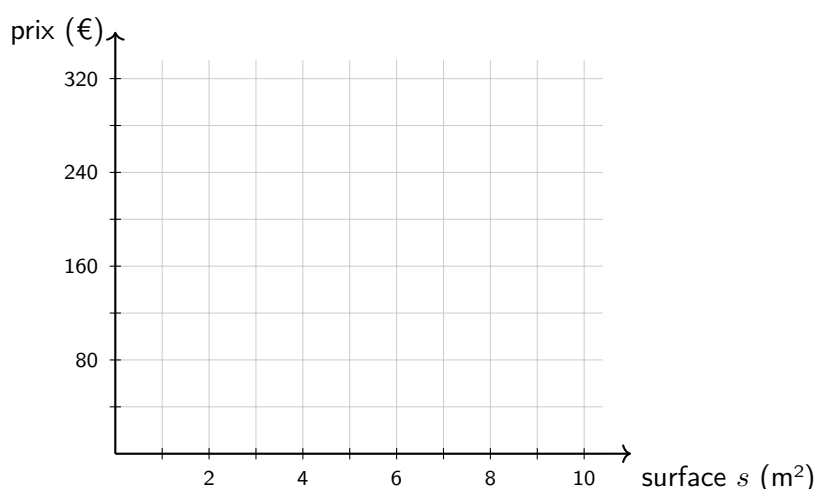


- c. Elle **descend** : quand x augmente, $g(x)$ diminue. Le signe *moins* du coefficient $-1,5$ l'annonçait, avant tout tracé.

Exercice 19 — *La droite d'un devis de peinture*

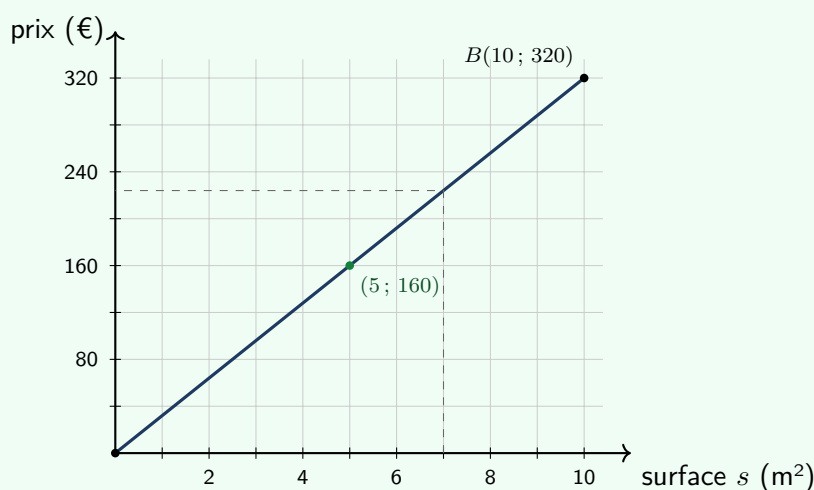
Un peintre facture 32 € le mètre carré de plafond : $f(s) = 32s$.

- Calculer $f(5)$ et $f(10)$.
- Tracer la droite de f dans le repère ci-dessous, en indiquant clairement les deux points utilisés.
- Lire sur le graphique le prix approximatif de 7 m^2 , puis vérifier par le calcul.

**Correction de l'exercice 19**

a. $f(5) = 32 \times 5 = 160$ € et $f(10) = 32 \times 10 = 320$ €.

b. On place $O(0; 0)$ et $B(10; 320)$, puis on trace à la règle. Le point $(5; 160)$ sert de vérification : il tombe sur la droite.



c. La lecture donne environ 225 € : l'ordonnée se situe un peu au-dessus de la graduation 160 et nettement sous 240. Le calcul confirme : $f(7) = 32 \times 7 = 224$ €.

Ce que l'exercice montre : une lecture graphique donne un ordre de grandeur, le calcul donne la valeur exacte. Sur un devis, c'est le calcul qui fait foi.

Exercice 20 — Du tableau au tracé, puis à la lecture

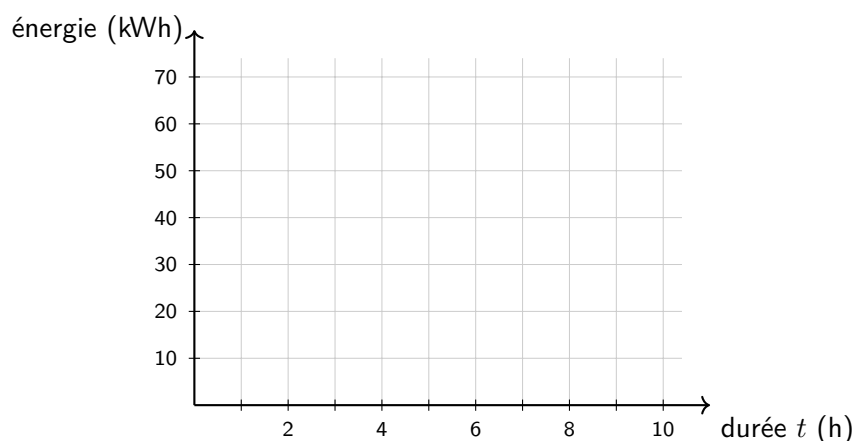
Une borne de recharge délivre 6 kWh par heure de charge : $E(t) = 6t$.

a. Compléter le tableau de valeurs.

Durée t (h)	0	2	5	8	10
Énergie $E(t)$ (kWh)					

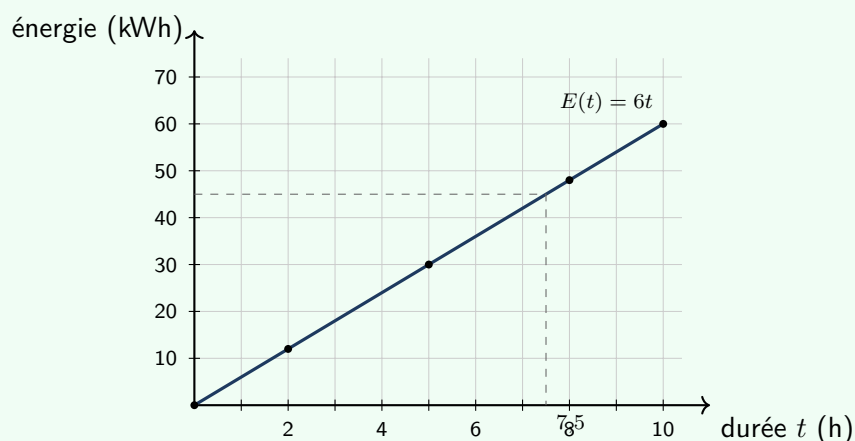
b. Placer les points du tableau dans le repère, puis tracer la droite.

c. Par lecture graphique, déterminer au bout de combien de temps la borne a délivré 45 kWh. Vérifier ensuite par le calcul.

**Correction de l'exercice 20**

a. $E(0) = 0$; $E(2) = 12$; $E(5) = 30$; $E(8) = 48$; $E(10) = 60$, en kWh.

b. Les cinq points sont alignés sur une droite passant par l'origine.



c. On part de 45 sur l'axe vertical – à mi-chemin entre les graduations 40 et 50 –, on rejoint la droite, puis on descend : on lit environ 7,5 h.

Vérification par le calcul : $6t = 45$ donne $t = \frac{45}{6} = 7,5$ heures, soit **7 h 30**.

Attention à la conversion : 7,5 heures se lit 7 h 30, et non 7 h 50. La partie décimale 0,5 vaut une demi-heure.

C5 – Lire graphiquement une fonction linéaire

Exigible. Prérequis : C4.

Rappel de cours

Pour retrouver k : choisir sur la droite un point $M(x_M; y_M)$ dont les **deux** coordonnées tombent sur des graduations, puis calculer $k = \frac{y_M}{x_M}$.

Le point d'abscisse 1 donne directement k , quand il est lisible.

Plus la droite est inclinée, plus $|k|$ est grand. Une droite qui descend correspond à un coefficient négatif.

Exercice 21 — Une droite définie par deux points

La droite représentative d'une fonction linéaire f passe par l'origine $O(0; 0)$ et par le point $A(4; 10)$.

- Calculer le coefficient k .
- Écrire l'expression de $f(x)$.
- Calculer $f(6)$.
- Déterminer l'antécédent de 25 par f .

Correction de l'exercice 21

a. $k = \frac{10}{4} = 2,5$.

b. $f(x) = 2,5x$.

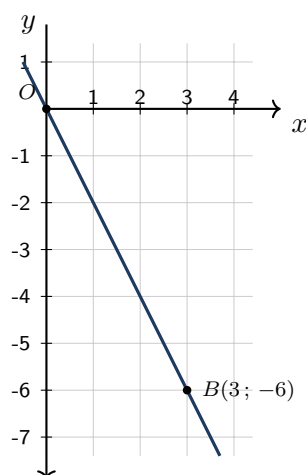
c. $f(6) = 2,5 \times 6 = 15$.

d. On résout $2,5x = 25$, donc $x = \frac{25}{2,5} = 10$. Vérification : $f(10) = 2,5 \times 10 = 25$. L'antécédent de 25 est 10.

Distinction à faire remarquer : au c. on connaît l'entrée et l'on multiplie ; au d. on connaît la sortie et l'on divise.

Exercice 22 — Une droite qui descend

La droite ci-dessous représente une fonction linéaire f . Elle passe par l'origine et par le point $B(3; -6)$.



- La droite monte-t-elle ou descend-elle quand x augmente ?
- Calculer le coefficient k et écrire $f(x)$.
- Calculer $f(5)$ et $f(-2)$.

Correction de l'exercice 22

a. Elle **descend** : quand x augmente, $f(x)$ diminue.

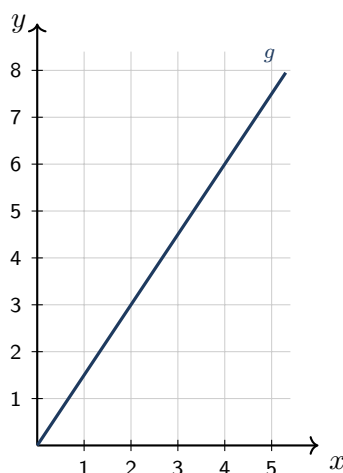
b. $k = \frac{-6}{3} = -2$, donc $f(x) = -2x$. Le signe négatif confirme la réponse du a.

c. $f(5) = -2 \times 5 = -10$; $f(-2) = -2 \times (-2) = 4$.

Contrôle de cohérence : $f(-2) = 4$ est positif, ce qui est logique : à gauche de l'origine, la droite passe au-dessus de l'axe horizontal.

Exercice 23 — Image et antécédent sur un graphique

Le graphique représente une fonction linéaire g .



a. Lire graphiquement $g(2)$.

b. Lire graphiquement l'antécédent de 6 par g .

c. En déduire le coefficient de g , puis son expression.

d. Vérifier la réponse du c. à l'aide de la lecture du b.

Correction de l'exercice 23

a. Pour $x = 2$, on monte jusqu'à la droite et l'on lit $g(2) = 3$.

b. On part de 6 sur l'axe vertical, on rejoint la droite, on descend : l'antécédent de 6 est $x = 4$.

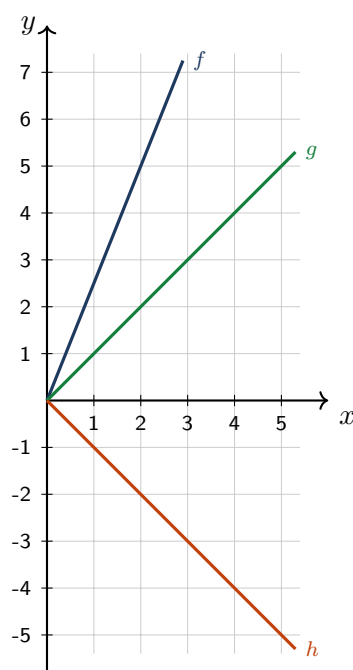
c. $k = \frac{g(2)}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$, donc $g(x) = 1,5x$.

d. $g(4) = 1,5 \times 4 = 6$: on retrouve bien la lecture du b. Les deux lectures sont cohérentes.

Choix des points : $x = 2$ et $x = 4$ ont été choisis parce que leurs images tombent sur des graduations. En $x = 1$, l'ordonnée 1,5 se lit entre deux traits et la mesure serait moins sûre.

Exercice 24 — Trois droites à comparer

Trois fonctions linéaires sont représentées dans le même repère.



- Pour chaque droite, relever les coordonnées d'un point dont les deux valeurs tombent sur des graduations.
- En déduire le coefficient de chaque fonction, puis son expression.
- Classer les trois fonctions de la plus croissante à la plus décroissante.
- Sans nouveau calcul, dire laquelle des trois droites serait la plus proche de l'axe horizontal si l'on ajoutait la fonction $m(x) = 0,2x$.

Correction de l'exercice 24

- Par exemple $(2; 5)$ sur f , $(4; 4)$ sur g et $(3; -3)$ sur h .
- $f : k = \frac{5}{2} = 2,5$, donc $f(x) = 2,5x$. $g : k = \frac{4}{4} = 1$, donc $g(x) = x$. $h : k = \frac{-3}{3} = -1$, donc $h(x) = -x$.
- f ($k = 2,5$), puis g ($k = 1$), puis h ($k = -1$), la seule décroissante.
- Celle de m : son coefficient $0,2$ est le plus petit en valeur absolue, donc sa droite est la moins inclinée – la plus proche de l'axe horizontal. Elle monte tout de même, puisque $0,2 > 0$.
À retenir : c'est $|k|$ qui mesure l'inclinaison ; le *signe* de k dit seulement si la droite monte ou descend. Ainsi h ($k = -1$) et g ($k = 1$) sont également inclinées, dans deux sens opposés.

C6 – Revenir à la quantité : résoudre $kx = b$

Exigible. Prérequis : C2, C3, résolution d'une équation du premier degré.

Rappel de cours

Repérer d'abord ce que l'énoncé donne.

Entrée connue → on multiplie par k : c'est une image.

Sortie connue → on résout $kx = b$, donc on divise par k : c'est un antécédent. On vérifie ensuite en recalculant l'image.

Exercice 25 — Lames de bois

Un menuisier achète des lames de bois à 4,50 € le mètre linéaire.

- Modéliser le coût par une fonction linéaire $C(x)$.
- Il a besoin de 14 m pour une commande. Calculer le coût total.
- Avec un budget de 90 €, quelle longueur peut-il acheter ? Vérifier le résultat.
- Pour chacune des questions b et c, dire si l'on a cherché une image ou un antécédent.

Correction de l'exercice 25

- $C(x) = 4,50x$, en euros pour x mètres.
- $C(14) = 4,50 \times 14 = 63$: la commande coûte 63 €.
- $4,50x = 90$ donne $x = \frac{90}{4,50} = 20$. Vérification : $C(20) = 4,50 \times 20 = 90$ €. Il peut acheter 20 m.
- Au b., une **image** : la longueur est connue, on multiplie. Au c., un **antécédent** : le montant est connu, on divise.

Exercice 26 — Peinture : deux questions en sens inverse

Pour peindre 20 m² de surface, il faut 2,5 L de peinture. On suppose la consommation proportionnelle à la surface.

- Calculer le coefficient de proportionnalité et donner son unité.
- Combien de litres faut-il pour 48 m² ?
- Quelle surface peut-on couvrir avec 10 L ?
- La peinture est vendue en pots de 2,5 L. Combien de pots faut-il acheter pour la question b ?

Correction de l'exercice 26

- $k = \frac{2,5}{20} = 0,125$ litre par mètre carré (L/m²), donc $V(s) = 0,125s$.
- $V(48) = 0,125 \times 48 = 6$: il faut 6 L.
- $0,125s = 10$ donne $s = \frac{10}{0,125} = 80$. Vérification : $V(80) = 10$ L. On couvre 80 m².
- $6 \div 2,5 = 2,4$: il faut **3 pots**, car on ne peut pas acheter un quart de pot. Il restera $3 \times 2,5 - 6 = 1,5$ litre.

Ce que le d. ajoute : le modèle linéaire donne 6 litres exactement, mais la vente par pots n'est pas proportionnelle. Un résultat doit toujours être relu dans la situation réelle.

Exercice 27 — À vitesse constante

Un cycliste parcourt 90 km en 3 h, à vitesse constante.

- Calculer sa vitesse, puis écrire la fonction $d(t)$ donnant la distance parcourue en t heures.
- Quelle distance parcourt-il en 5 h ?
- Combien de temps lui faut-il pour parcourir 210 km ?
- L'hypothèse « vitesse constante » vous paraît-elle réaliste sur 210 km ? Répondre en une phrase.

Correction de l'exercice 27

- a. $k = \frac{90}{3} = 30$: la vitesse est de 30 km/h, et $d(t) = 30t$.
 b. $d(5) = 30 \times 5 = 150$: il parcourt 150 km.
 c. $30t = 210$ donne $t = \frac{210}{30} = 7$: il lui faut 7 h.
 d. Non, pas vraiment : sur sept heures, la fatigue, les côtes et les arrêts font varier la vitesse. Le modèle linéaire donne une *moyenne* utile pour estimer, pas la description exacte du trajet.
 Le d. n'est pas une question piège : reconnaître les limites d'un modèle fait partie du travail. La proportionnalité reste la bonne première approximation.

C7 – Résoudre un problème de proportionnalité

Exigible. Prérequis : C2, C3, C6.

Rappel de cours

Pourcentage, TVA, conversion d'unité et échelle d'un plan sont tous des fonctions linéaires : c'est toujours $y = kx$.

Prendre $p\%$ d'un nombre : $k = \frac{p}{100}$. Après une remise de $p\%$, le prix payé correspond à $k = 1 - \frac{p}{100}$.

Échelle $1/n$: la longueur réelle est $R(x) = nx$, dans la même unité que la mesure sur le plan.

Exercice 28 — Un poste de devis, du plan à la facture

Un métreur chiffre la pose d'un bardage sur une façade. Le plan est à l'échelle $1/50$: la façade y mesure 18 cm de long et 5 cm de haut. Le bardage posé est facturé 21,50 € le mètre carré hors taxes.

- a. Écrire la fonction $R(x)$ qui donne la longueur réelle, en centimètres, d'une longueur x mesurée sur le plan.
 b. Calculer la longueur et la hauteur réelles de la façade, en mètres.
 c. En déduire la surface à barder.
 d. Calculer le montant hors taxes de ce poste.
 e. La TVA est de 20 %. Calculer son montant, puis le prix à payer.
 f. Le client dispose de 2000 € hors taxes. Quelle surface au maximum peut-il faire poser ?

Correction de l'exercice 28

- a. $R(x) = 50x$: une échelle est une fonction linéaire, de coefficient le dénominateur 50.
 b. $R(18) = 900 \text{ cm} = 9 \text{ m}$ et $R(5) = 250 \text{ cm} = 2,5 \text{ m}$.
 c. Surface = $9 \times 2,5 = 22,5 \text{ m}^2$.
 d. $P(s) = 21,5 s$, donc $P(22,5) = 21,5 \times 22,5 = 483,75$: 483,75 € HT.
 e. TVA = $0,20 \times 483,75 = 96,75$ €. Prix à payer = $483,75 + 96,75 = 580,50$ € TTC. Autre méthode acceptée : $483,75 \times 1,20 = 580,50$ €.
 f. $21,5 s = 2000$ donne $s = \frac{2000}{21,5} \approx 93,0$: il peut faire poser environ 93 m^2 . On arrondit *par défaut*, car $93,1 \text{ m}^2$ dépasserait le budget.
 Erreur fréquente au c. : appliquer l'échelle à la surface du plan ($18 \times 5 = 90 \text{ cm}^2$, puis $\times 50$). L'échelle s'applique aux **longueurs** ; la surface se calcule ensuite, à partir des longueurs réelles. Le facteur sur les aires serait $50^2 = 2500$, et non 50.

Exercice 29 — Pouces, remise et TVA

Un installateur commande du matériel à un fournisseur étranger dont le catalogue donne les dimensions en pouces. Un pouce vaut exactement 2,54 cm.

- Écrire la fonction $C(x)$ qui convertit x pouces en centimètres. Quel est son coefficient ?
- Un écran de contrôle a une diagonale de 24 pouces. Calculer cette diagonale en centimètres.
- Un tube a un diamètre de 3,81 cm. Quel est ce diamètre en pouces ?
- Le fournisseur accorde une remise de 15 % sur une commande de 240 € hors taxes. Écrire la fonction $P(x)$ qui donne le prix après remise, puis calculer ce prix.
- La TVA est de 20 %. Calculer le prix à payer toutes taxes comprises.

Correction de l'exercice 29

- $C(x) = 2,54x$: une conversion est une fonction linéaire, de coefficient le facteur de conversion 2,54.
 - $C(24) = 2,54 \times 24 = 60,96$: la diagonale mesure environ 61 cm.
 - On résout $2,54x = 3,81$, d'où $x = \frac{3,81}{2,54} = 1,5$: le tube mesure 1,5 pouce. Vérification : $C(1,5) = 3,81$.
 - Il reste $100 - 15 = 85$ % du prix : $P(x) = 0,85x$, donc $P(240) = 0,85 \times 240 = 204$ € HT.
 - TVA = $0,20 \times 204 = 40,80$ €. Prix à payer = $204 + 40,80 = 244,80$ € TTC. *Autre méthode acceptée* : $204 \times 1,20 = 244,80$ €.
- Erreur fréquente au d.* : calculer $0,15 \times 240 = 36$ € et le donner comme prix. C'est le montant de la remise, pas le prix payé.