

Fiche de cours — Notion de fonction

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Une grandeur dépend d'une autre

Définition

Une **fonction** associe, à **chaque** valeur d'entrée, **une seule** valeur de sortie.

Les deux mots qui comptent : *chaque* – aucune sortie ne manque – et *une seule* – jamais deux pour la même entrée.

Erreur fréquente

Une fonction n'est pas forcément une formule. Un tableau de relevés ou une courbe d'enregistreur en définissent une tout autant.

2. Notation et vocabulaire

$$f : x \mapsto f(x)$$

x la **variable**, l'entrée

$f(x)$ l'**image** de x par f

$f(a) = b$ a est un **antécédent** de b

$f(a) = b$ se lit dans les **deux sens** : b est l'image de a , et a est un antécédent de b . C'est la même égalité.

3. Calculer ou lire une image

Méthode — Avec une expression

1. Remplacer la variable par la valeur, **entre parenthèses**. 2. Calculer. 3. Donner l'unité.

Exemple

$T(t) = 22 - \frac{t}{2}$ donne $T(6) = 22 - 3 = 19$: après 6 h, il fait 19 °C.

Méthode — Avec un tableau

Chercher l'entrée sur la première ligne, lire son image dans la **même colonne**.

Erreur fréquente

Les parenthèses ne sont pas décoratives : pour $f(x) = (x + 3)(x - 1)$, on écrit $f(-2) = (-2 + 3)(-2 - 1)$. Sans elles, le signe se perd.

4. Déterminer un antécédent

Définition

a est un antécédent de b par f lorsque $f(a) = b$.

Une entrée n'a qu'**une seule** image. Mais une sortie peut avoir **aucun**, **un** ou **plusieurs** antécédents.

Méthode

Avec une expression : résoudre $f(x) = b$, puis vérifier. **Avec un tableau** : chercher b sur la ligne des images, lire l'entrée au-dessus.

Exemple

$C(q) = 12q + 40$ et $C(q) = 124$: $12q = 84$, donc $q = 7$.
Vérification : $C(7) = 124$.

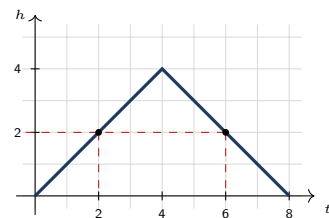
Erreur fréquente

Confondre les deux sens. Image : je connais l'entrée, je calcule. Antécédent : je connais la sortie, je remonte – souvent par une équation.

5. Lire sur une courbe

Méthode — Les deux lectures

Image : partir de l'axe **horizontal**, monter à la courbe, lire à gauche. **Antécédent** : partir de l'axe **vertical**, aller à l'horizontale, lire *chaque* abscisse rencontrée.



L'horizontale $y = 2$ coupe la courbe deux fois : 2 a *deux* antécédents, 2 et 6.

Erreur fréquente

S'arrêter au premier antécédent. Et lire les entrées sur l'axe vertical – les entrées sont toujours en bas, les images à gauche.

Si la courbe n'atteint jamais une valeur, cette valeur n'a **aucun** antécédent.

6. Les trois registres

expression $\longleftrightarrow$ tableau $\longleftrightarrow$ courbe

Trois façons d'écrire **une seule** fonction.

Méthode — Passer de l'un à l'autre

Expression $\rightarrow$ **tableau** : calculer des images. **Tableau** $\rightarrow$ **courbe** : chaque colonne $(x; f(x))$ donne un point. **Courbe** $\rightarrow$ **tableau** : lire quelques couples.

Ce qu'il me faut

une valeur précise, décimale
quelques valeurs usuelles
compter les antécédents

Le registre

l'expression
le tableau
la courbe

Erreur fréquente

Trois *documents* ne sont pas trois registres. Trois registres décrivent la **même** grandeur.

7. Des images en série : tableur, Python

Méthode — Au tableur

Les entrées en colonne A. En B2, une formule qui utilise la **référence** A2, puis recopie vers le bas.

Pour $f(x) = 3x - 2$: =3*A2-2. Une formule où l'on aurait tapé le nombre ne se recopierait pas.

Méthode — En Python

Écrire la règle une fois avec `def`, puis appeler la fonction autant de fois qu'on veut. `return` donne l'image.

```
def f(x):  
    return 3*x - 2  
print(f(4))    # affiche 10
```

En Python, le séparateur décimal est **toujours** le point.

Erreur fréquente

Croire que ces outils donnent les antécédents. Ils calculent des **images**. Pour remonter d'une sortie, il faut une équation ou une courbe.

8. L'équation $y = f(x)$

Définition

La courbe $\mathcal{C}$ de f est l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $y = f(x)$.

$$M(a; b) \in \mathcal{C} \iff f(a) = b$$

Méthode — Deux questions

$M(a; b)$ **est-il sur** $\mathcal{C}$? Calculer $f(a)$, comparer à b . **Un point de** $\mathcal{C}$? Abscisse a connue $\rightarrow (a; f(a))$. Ordonnée b connue $\rightarrow$ résoudre $f(x) = b$.

Exemple

$f(x) = 5x + 10$. $A(4; 30)$: $f(4) = 30$, donc $A \in \mathcal{C}$. $B(2; 25)$: $f(2) = 20 \neq 25$, donc $B \notin \mathcal{C}$.

Erreur fréquente

« À peu près sur la courbe » n'existe pas. La seule preuve est l'égalité $f(a) = b$, écrite avec son calcul. Le dessin ne prouve rien.

Les contrôles essentiels

Image ou antécédent : qu'est-ce que je connais, l'entrée ou la sortie ? ■ Ai-je mis la valeur entre parenthèses ? ■ Sur une courbe, ai-je cherché s'il y a d'autres antécédents ? ■ L'unité est-elle écrite, et ma phrase répond-elle à la question ?

Je sais faire

- ☐ Dire si une situation décrit une fonction, et justifier par la définition.
- ☐ Employer les mots variable, image, antécédent, et lire $f(a) = b$ dans les deux sens.
- ☐ Calculer l'image d'un nombre à partir d'une expression.
- ☐ Lire l'image d'un nombre dans un tableau de valeurs.
- ☐ Déterminer un antécédent en résolvant une équation, puis vérifier.
- ☐ Trouver tous les antécédents d'une valeur dans un tableau.
- ☐ Lire une image sur une courbe.
- ☐ Lire tous les antécédents d'une valeur sur une courbe, et dire quand il n'y en a pas.
- ☐ Compléter un tableau de valeurs à partir d'une expression, et placer les points.
- ☐ Choisir le registre adapté à la question posée.
- ☐ Écrire la formule d'un tableur et une fonction Python qui calculent des images.
- ☐ Dire si un point appartient à une courbe, en le prouvant par un calcul.
- ☐ Donner les coordonnées d'un point de la courbe dont l'abscisse ou l'ordonnée est connue.