

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 6****Inéquations du premier degré**

Édition : 27 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Rappel de cours — Avant de commencer

Pour aborder ce chapitre, il faut savoir résoudre une équation du premier degré, comparer deux nombres relatifs et placer un nombre sur une droite graduée. Une calculatrice est autorisée.

Repères et ordre de travail

Les codes désignent les capacités du chapitre, pas des codes officiels.

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Utiliser les symboles d'inégalité et représenter des intervalles sur une droite	§1 et §2	2 él. 2
C2 – Résoudre une inéquation du type $ax + b < c$	§3	4 él. 4
C4 – Appliquer la règle du changement de signe	§4	5 él. 5
C8 – Se ramener à une forme connue : parenthèses et quotients	§5	6 él. 6
C3 – Résoudre une inéquation du type $ax + b \leq cx + d$	§6	6 él. 7
C5 – Mettre en inéquation un problème concret et interpréter	§7	7 él. 8
C6 – Vérifier une solution et formaliser la méthode	§9	10 él. 11
C7 – Résoudre graphiquement une inéquation	§10	11 él. 12
<i>Pour aller plus loin</i> – Encadrements et deux contraintes à la fois	§8	8 él. 9

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Les parties se lisent dans l'ordre : chacune s'appuie sur la précédente. Le §8 est un complément : il n'est pas au programme de Seconde et n'est pas évalué.

1 Équation ou inéquation ? (C1)

Au chapitre précédent, une égalité donnait *une* valeur. Mais en atelier, une quantité est rarement fixée : elle est le plus souvent **contrainte**. Un budget à ne pas dépasser, une charge maximale admissible, une production minimale à atteindre. Ces contraintes ne s'écrivent pas avec le signe $=$.

Définition — Inéquation du premier degré à une inconnue

Une **inéquation** est une inégalité qui contient une inconnue. Elle s'écrit comme une équation, mais le signe $=$ est remplacé par un signe d'inégalité :

$$ax + b < c \quad ax + b > c \quad ax + b \leq c \quad ax + b \geq c$$

Sa solution n'est plus un nombre unique, mais un **ensemble de valeurs**.

Exemple — La même situation, deux écritures

	Équation	Inéquation
On écrit	$3x + 6 = 21$	$3x + 6 \leq 21$
On lit	« le total <i>vaut</i> 21 »	« le total <i>ne dépasse pas</i> 21 »
On trouve	$x = 5$, une seule valeur	$x \leq 5$, une infinité de valeurs

Méthode — Les quatre symboles, et ce qu'ils disent d'une contrainte

Symbole	Lecture	Exemple	Formulation courante
$<$	strictement inférieur à	$x < 3$	« moins de », « sans atteindre »
$>$	strictement supérieur à	$x > 7$	« plus de », « au-delà de »
$\leq$	inférieur ou égal à	$x \leq 5$	« au maximum », « ne pas dépasser »
$\geq$	supérieur ou égal à	$x \geq -2$	« au minimum », « au moins »

La difficulté n'est pas le calcul : c'est de choisir le bon symbole. « Au maximum 250 » se traduit par ≤ 250 , et non par < 250 : la valeur 250 est permise.

Application 1 – Traduire une contrainte

Écrire l'inéquation qui traduit chaque contrainte, en nommant l'inconnue et son unité.

- Chez un fournisseur, une planche de chêne mesure au maximum 250 cm de long.
- Un plancher doit supporter une charge d'au moins 150 kg par mètre carré.
- La température d'un local de séchage doit rester strictement inférieure à 40 °C.

Correction

- L = longueur d'une planche, en centimètres : $L \leq 250$. « Au maximum » autorise la valeur 250, d'où le symbole $\leq$.
 - c = charge admissible, en kilogrammes par mètre carré : $c \geq 150$. « Au moins » autorise également l'égalité.
 - T = température du local, en degrés Celsius : $T < 40$. « Strictement inférieure » exclut la valeur 40, d'où le symbole $<$.
- Erreur fréquente* : traduire « au maximum » par $<$. Faire relire la phrase : une planche de 250 cm est-elle vendue ? Oui, donc 250 fait partie des valeurs permises.

2 Écrire la solution : intervalles et droite graduée (C1)

Définition — Intervalle

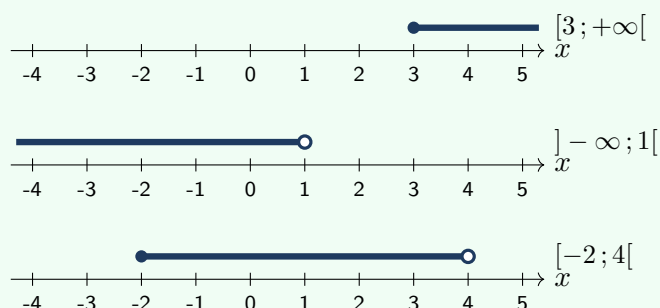
L'ensemble des solutions d'une inéquation s'écrit sous forme d'**intervalle**. Le **crochet fermé** indique une borne *incluse*, le **crochet ouvert** une borne *exclue*. Les infinis portent toujours un crochet ouvert : on ne les atteint jamais.

Inéquation	Lecture	Intervalle	Borne
$x > a$	strictement supérieur à a	$]a; +\infty[$	a exclu
$x \geq a$	supérieur ou égal à a	$[a; +\infty[$	a inclus
$x < b$	strictement inférieur à b	$] - \infty; b[$	b exclu
$x \leq b$	inférieur ou égal à b	$] - \infty; b]$	b inclus
$a \leq x \leq b$	compris entre a et b inclus	$[a; b]$	les deux incluses
$a < x \leq b$	entre a exclu et b inclus	$]a; b]$	a exclu, b inclus

Méthode — Représenter sur une droite graduée

On hachure la partie de la droite qui contient les solutions. À la borne, un **point plein** marque une valeur incluse, un **point vide** une valeur exclue.

Exemple — Trois représentations



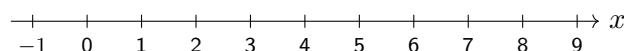
Point plein : borne incluse. Point vide : borne exclue.

Erreur fréquente — Le crochet trahit le symbole

$x > 3$ ne s'écrit jamais $[3; +\infty[$. Le symbole $>$ exclut la valeur 3, donc le crochet est ouvert : $]3; +\infty[$. Relire le symbole avant d'écrire le crochet, jamais l'inverse.

Application 2 – Du symbole à l'intervalle, et retour

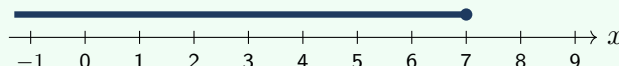
- a. Écrire sous forme d'intervalle : $x > -1$; $x \leq 4$; $-3 \leq x < 2$.
 b. Traduire l'intervalle $] -\infty ; 7]$ par une inéquation, puis le représenter sur la droite ci-dessous.



- c. Parmi -2 , 0 , 5 et $5,1$, lesquelles appartiennent à $] -2 ; 5]$?

Correction

- a. $] -1 ; +\infty[$; $] -\infty ; 4]$; $[-3 ; 2[$.
 b. $x \leq 7$. La borne 7 est incluse : point plein, et on hachure vers la gauche.



- c. Appartiennent : 0 et 5 . N'appartiennent pas : -2 , qui est exclu par le crochet ouvert, et $5,1$, qui dépasse 5 .

3 Résoudre une inéquation de la forme $ax + b < c$ (C2)**Méthode — Les mêmes gestes que pour une équation**

1. retrancher b aux deux membres ;
2. diviser les deux membres par a ;
3. écrire la solution sous forme d'intervalle.

Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres ne change pas le sens de l'inégalité.
Multiplier ou diviser par un nombre positif non plus. Le seul cas qui change tout fait l'objet du §4.

Exemple — Deux résolutions

Calcul nu. $3x - 6 > 9$ donne $3x > 15$, puis $x > 5$. Solution : $S =]5 ; +\infty[$.

En atelier. Un menuisier facture 35 € de l'heure, avec 80 € de frais fixes. Le client ne veut pas dépasser 500 €.

Inconnue : h = nombre d'heures facturées.

$$35h + 80 \leq 500 \quad 35h \leq 420 \quad h \leq 12$$

Solution : $S =] -\infty ; 12]$. Comme une durée est positive, l'artisan peut travailler **au maximum 12 heures**.

Application 3 – Trois inéquations et un budget

- a. Résoudre et donner l'intervalle solution : $3x + 1 < 10$; $2x - 5 \geq 3$; $4x - 3 > 9$.
 b. Un atelier dispose de 180 € pour acheter du vernis. Un bidon coûte 14,50 €. Combien de bidons peut-il acheter au maximum ?

Correction

a. $3x < 9$ donc $x < 3$, soit $S =] - \infty ; 3[$.

$2x \geq 8$ donc $x \geq 4$, soit $S = [4 ; +\infty[$.

$4x > 12$ donc $x > 3$, soit $S =]3 ; +\infty[$.

b. Inconnue : $x =$ nombre de bidons, un entier.

$$14,50x \leq 180 \quad x \leq \frac{180}{14,50} \approx 12,4$$

L'atelier peut acheter **12 bidons** au maximum.

Point à faire dire : ici on arrondit vers le bas, alors que le calcul donne 12,4. Treize bidons coûteraient $14,50 \times 13 = 188,50$ €, au-dessus du budget. L'arrondi ne se décide pas à la calculatrice, mais d'après la contrainte.

4 La règle d'or : diviser par un nombre négatif (C4)**À retenir**

Si l'on multiplie ou si l'on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif, le sens de l'inégalité s'inverse.

$$-2x \leq 10 \quad \text{donne} \quad x \geq \frac{10}{-2} = -5$$

Le symbole $\leq$ est devenu $\geq$.

Remarque — Pourquoi le sens s'inverse

Partons d'une inégalité vraie : $2 < 5$. Multiplions les deux membres par -1 : on obtient -2 et -5 . Or -2 est *plus grand* que -5 . L'ordre s'est retourné. Sur une droite graduée, multiplier par un nombre négatif revient à retourner la droite : ce qui était à droite se retrouve à gauche.

Exemple — Deux résolutions avec la règle d'or

$-4x + 8 \leq 20$ donne $-4x \leq 12$, puis, en divisant par -4 :

$$x \geq \frac{12}{-4} = -3 \quad S = [-3 ; +\infty[$$

$-3x - 2 > 7$ donne $-3x > 9$, puis, en divisant par -3 :

$$x < \frac{9}{-3} = -3 \quad S =] - \infty ; -3[$$

Erreur fréquente — L'erreur la plus fréquente du chapitre

Écrire $-3x > 9$ donc $x > -3$. C'est faux. Contrôle immédiat : $x = 0$ donnerait $-3 \times 0 = 0$, et $0 > 9$ est faux — pourtant 0 appartiendrait à $] -3 ; +\infty[$. Une valeur-test suffit à détecter l'oubli.

Application 4 – Repérer quand le sens change

Résoudre chaque inéquation, en indiquant à chaque étape si le sens change ou non.

a. $-2x < 6$ b. $-5x + 3 \geq 18$ c. $5 - 3x \leq 2x - 10$

Correction

a. On divise par -2 , négatif : le sens change. $x > -3$, soit $S =] - 3 ; +\infty[$.

b. $-5x \geq 15$ (déplacement d'un terme : le sens ne change pas), puis division par -5 , négatif : le sens change. $x \leq -3$, soit $S =] - \infty ; -3]$.

c. On regroupe : $5 + 10 \leq 2x + 3x$, soit $15 \leq 5x$. Aucun changement de sens jusqu'ici, car on n'a fait que déplacer des termes. On divise par $+5$, positif : le sens ne change pas. $3 \leq x$, soit $x \geq 3$ et $S = [3 ; +\infty[$.

À faire remarquer : au c., en regroupant les x du côté où leur coefficient reste positif, on évite complètement la règle d'or. C'est une stratégie, pas une astuce.

5 Se ramener à une forme connue (C8)**Méthode — Parenthèse et quotient : les mêmes gestes qu'au chapitre 5**

Parenthèse : développer d'abord. Le facteur multiplie *chacun* des termes, et un signe « moins » devant la parenthèse change tous les signes.

Quotient : multiplier les deux membres par le dénominateur. Dans ce chapitre, les dénominateurs rencontrés sont des nombres **positifs** : le sens de l'inégalité est donc conservé à cette étape.

Exemple — Une parenthèse, puis un quotient

$5(x + 1) \leq 7x + 3$ donne $5x + 5 \leq 7x + 3$, puis $2 \leq 2x$ et enfin $x \geq 1$. Solution : $S = [1 ; +\infty[$.

$\frac{3x - 5}{2} \leq 5$: on multiplie par 2, qui est positif, donc le sens est conservé. $3x - 5 \leq 10$, puis $3x \leq 15$ et $x \leq 5$. Solution : $S =] - \infty ; 5]$.

Erreur fréquente — Le signe « moins » devant la parenthèse

$7 - 2(x - 1) > 3$ se développe en $7 - 2x + 2 > 3$, et non en $7 - 2x - 2 > 3$: le -2 multiplie aussi le -1 , ce qui donne $+2$.

Application 5 – Développer, ou faire disparaître le dénominateur

Résoudre et donner l'intervalle solution.

a. $6x - 5 \leq 2x + 19$ b. $7 - 2(x - 1) > 3$ c. $\frac{x + 6}{5} \leq 2$

Correction

a. $6x - 2x \leq 19 + 5$, soit $4x \leq 24$ et $x \leq 6$. $S =] - \infty ; 6]$.

b. On développe : $7 - 2x + 2 > 3$, soit $-2x > -6$. On divise par -2 , négatif : le sens change, $x < 3$. $S =] - \infty ; 3[$.

c. On multiplie par 5, positif : $x + 6 \leq 10$, donc $x \leq 4$. $S =] - \infty ; 4]$.

6 Une inconnue dans les deux membres (C3)

Cette forme apparaît dès qu'on **compare deux offres** et qu'on cherche à partir de quand l'une devient plus avantageuse que l'autre.

Méthode — Regrouper, puis conclure

Regrouper les termes en x d'un côté et les nombres de l'autre, puis diviser. Si le coefficient obtenu est négatif, la règle d'or s'applique. En regroupant les x du côté où leur coefficient reste positif, on évite ce piège.

Exemple — Deux prestataires de transport

Prestataire A : 50 € de base et 20 € par livraison. Prestataire B : 10 € de base et 30 € par livraison. À partir de combien de livraisons A est-il moins cher que B ?

Inconnue : n = nombre de livraisons.

$$50 + 20n < 10 + 30n \quad 50 - 10 < 30n - 20n \quad 40 < 10n \quad n > 4$$

Solution : $S =]4; +\infty[$. Le nombre de livraisons étant entier, A devient moins cher **à partir de 5 livraisons**.

Vérification : à 4 livraisons, $A = 130$ € et $B = 130$ € – c'est l'égalité, pas encore l'avantage. À 5 livraisons, $A = 150$ € et $B = 160$ €.

Erreur fréquente — Une borne stricte se traduit prudemment

$n > 4$ ne se conclut pas par « à partir de 4 livraisons ». Pour $n = 4$, les deux prestataires coûtent exactement pareil : A n'est pas *moins cher*. La première valeur entière qui convient est 5.

Application 6 – Deux calculs et une comparaison

a. Résoudre : $3x + 2 \leq x + 8$; $4x + 3 \geq 7x - 9$.

b. Deux ateliers facturent la découpe de x mètres de panneau. Atelier A : 60 € de mise en route et 8 € par mètre. Atelier B : 20 € de mise en route et 12 € par mètre. À partir de combien de mètres l'atelier A devient-il strictement moins cher ?

Correction

a. $3x - x \leq 8 - 2$, soit $2x \leq 6$ et $x \leq 3$. $S =]-\infty; 3]$.

$4x - 7x \geq -9 - 3$, soit $-3x \geq -12$. Division par -3 , négatif : le sens change, $x \leq 4$. $S =]-\infty; 4]$.

b. Inconnue : x = longueur découpée, en mètres.

$$8x + 60 < 12x + 20 \quad 60 - 20 < 12x - 8x \quad 40 < 4x \quad x > 10$$

L'atelier A devient strictement moins cher **au-delà de 10 m**.

Vérification : à 10 m, $A = 140$ € et $B = 140$ €, à égalité ; à 11 m, $A = 148$ € et $B = 152$ €.

7 Traduire une contrainte professionnelle (C5)**Méthode — Quatre étapes, et une cinquième qui décide**

1. nommer l'inconnue avec son unité ;
2. repérer le mot qui porte la contrainte : « au maximum », « au moins », « sans dépasser », « à partir de » ;
3. écrire l'inéquation et la résoudre ;
4. écrire l'intervalle solution ;
5. **interpréter** : la quantité cherchée est-elle entière ? positive ? Dans quel sens faut-il arrondir ?

La cinquième étape est celle qui donne la réponse utile à l'atelier.

Exemple — Le budget de Lucie

Lucie dispose de 500 € pour du parquet à 12 € le mètre carré, plus 35 € de colle. Quelle surface au maximum ?

Inconnue : x = surface commandée, en mètres carrés.

$$12x + 35 \leq 500 \quad 12x \leq 465 \quad x \leq \frac{465}{12} = 38,75$$

Solution mathématique : $x \in [0 ; 38,75]$ – une surface ne pouvant être négative, l'intervalle commence à 0.

Ce parquet se commande au mètre carré entier : Lucie commandera **38 m²**.

Vérification : $12 \times 38 + 35 = 491 \text{ €} \leq 500 \text{ €}$; $12 \times 39 + 35 = 503 \text{ €} > 500 \text{ €}$.

Exemple — Un seuil de rentabilité

Un chauffagiste a 180 € de coûts fixes et 25 € de fournitures par installation, qu'il facture 65 €. À partir de combien d'installations gagne-t-il de l'argent ?

$$65x - (180 + 25x) > 0 \quad 40x > 180 \quad x > 4,5$$

Il lui faut **au minimum 5 installations**. Ici on arrondit *vers le haut* : avec 4 installations, le bénéfice serait encore négatif.

Erreur fréquente — Le sens de l'arrondi dépend de la contrainte

Un budget à ne pas dépasser s'arrondit **vers le bas** ; un seuil à atteindre s'arrondit **vers le haut**. La calculatrice ne le sait pas : seule la phrase de l'énoncé le dit.

Application 7 – Deux contraintes de métier

a. Pour isoler une pièce, il faut poser au moins 12 m² de panneau. Chaque panneau mesure 1,20 m par 0,60 m. Combien de panneaux commander au minimum ?

b. Un ébéniste gagne 120 € par table et 35 € par chaise. Il veut au minimum 700 € de bénéfice. S'il fabrique 3 tables, combien de chaises au minimum ?

Correction

a. Surface d'un panneau : $1,20 \times 0,60 = 0,72 \text{ m}^2$. Inconnue : x = nombre de panneaux.

$$0,72x \geq 12 \quad x \geq \frac{12}{0,72} \approx 16,7$$

Il faut commander **17 panneaux** au minimum : on arrondit vers le haut, car 16 panneaux ne couvriraient que 11,52 m².

b. Inconnue : x = nombre de chaises.

$$3 \times 120 + 35x \geq 700 \quad 360 + 35x \geq 700 \quad 35x \geq 340 \quad x \geq \frac{340}{35} \approx 9,7$$

Il doit fabriquer **10 chaises** au minimum. Vérification : $360 + 35 \times 10 = 710 \text{ €} \geq 700 \text{ €}$, alors que $360 + 35 \times 9 = 675 \text{ €}$ serait insuffisant.

8 Pour aller plus loin : deux contraintes à la fois

Complément hors programme de Seconde, non évalué. Le programme demande de résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue (§3 à §7).

En atelier, une grandeur obéit rarement à une seule contrainte. Une température doit rester *entre* deux

valeurs ; une commande doit respecter à la fois un budget et une quantité minimale. Deux outils répondent à ces situations.

Définition — Encadrement, ou double inéquation

Un **encadrement** s'écrit $a \leq \text{expression} \leq b$. Il traduit une grandeur qui doit rester entre deux valeurs. On le résout en appliquant la même opération aux **trois** parties, exactement comme on l'appliquait aux deux membres d'une inéquation simple. La règle d'or reste valable : multiplier ou diviser les trois parties par un nombre négatif inverse les deux symboles.

Exemple — Une séance d'endurance

Sur un tapis de course, la fréquence cardiaque est modélisée par $F = 10v + 70$ battements par minute, où v est la vitesse en km/h. L'entraîneur demande de rester entre 120 et 150 battements.

$$120 \leq 10v + 70 \leq 150$$

On retranche 70 aux trois parties :

$$50 \leq 10v \leq 80$$

On divise les trois parties par 10, qui est positif :

$$5 \leq v \leq 8$$

Le tapis doit être réglé entre 5 et 8 km/h, soit $v \in [5; 8]$.

Vérification aux bornes : $v = 5$ donne $F = 120$; $v = 8$ donne $F = 150$.

Méthode — Deux contraintes séparées : l'intersection

Quand une grandeur doit satisfaire deux inéquations à la fois, on résout **chacune séparément**, puis on garde les valeurs communes aux deux ensembles : leur **intersection**, notée $\cap$.

Exemple — Une commande sous deux contraintes

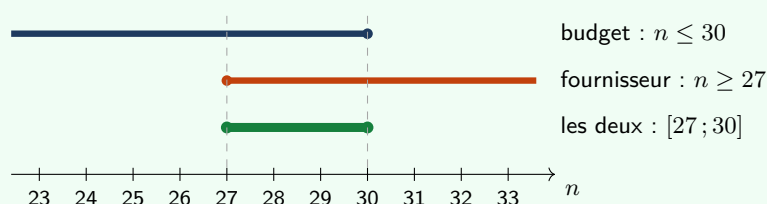
Un club commande des maillots à 26 € l'unité, dispose de 780 €, et le fournisseur refuse les commandes de moins de 27 maillots.

Budget : $26n \leq 780$, donc $n \leq 30$, soit $] -\infty ; 30]$.

Fournisseur : $n \geq 27$, soit $[27 ; +\infty[$.

Les deux doivent être vraies en même temps :

$$S =] -\infty ; 30] \cap [27 ; +\infty[= [27 ; 30]$$



Les valeurs communes aux deux contraintes sont celles où les trois traits se superposent.

Le nombre de maillots étant entier, les commandes possibles sont 27, 28, 29 ou 30. Vérification : $26 \times 30 = 780$ €, exactement le budget ; $26 \times 31 = 806$ €, au-dessus.

Erreur fréquente — Une intersection peut être vide, et c'est une réponse

Si deux contraintes conduisent à $x \geq 8$ et $x \leq 5$, aucune valeur ne convient : l'intersection est vide, et le problème n'a pas de solution. Ce n'est pas une erreur de calcul, c'est le résultat – il faut savoir l'écrire et l'expliquer au client.

Application 8 – Un encadrement, puis deux contraintes

- a. La température T d'un local de séchage est réglée par $T = 4p + 12$, où p est la puissance du chauffage en kilowatts. Le bois sèche correctement entre 20 et 28 °C. Écrire l'encadrement, le résoudre, puis conclure sur la puissance.
- b. Un atelier commande des lames à 9 € l'unité, dispose de 450 €, et le fournisseur impose un minimum de 40 lames. Écrire les deux contraintes, les résoudre, et dire si la commande est possible.

Correction

a. $20 \leq 4p + 12 \leq 28$. On retranche 12 aux trois parties : $8 \leq 4p \leq 16$. On divise les trois parties par 4, positif : $2 \leq p \leq 4$.

La puissance doit être réglée entre 2 et 4 kW, soit $p \in [2; 4]$. Vérification aux bornes : $p = 2$ donne $T = 20^\circ\text{C}$; $p = 4$ donne $T = 28^\circ\text{C}$.

b. Budget : $9n \leq 450$, donc $n \leq 50$. Fournisseur : $n \geq 40$.

$$S = [40; 50]$$

La commande est **possible** : l'intersection n'est pas vide. Le nombre de lames étant entier, l'atelier peut commander de 40 à 50 lames.

Vérification : $9 \times 50 = 450$ €, exactement le budget ; $9 \times 51 = 459$ €, au-dessus.

9 Vérifier, et formaliser la méthode (C6)**Méthode — La valeur-test, contrôle de l'oubli de la règle d'or**

Une inéquation a une infinité de solutions : on ne peut pas toutes les vérifier. On teste donc **une valeur de chaque côté de la borne** :

- une valeur *dans* l'intervalle doit rendre l'inéquation vraie ;
- une valeur *hors* de l'intervalle doit la rendre fausse.

Si les deux tests répondent comme prévu, la solution est très probablement juste. Si l'un des deux se trompe, c'est presque toujours le sens de l'inégalité qui a été oublié.

Exemple — Un contrôle en deux valeurs

$-3x + 7 > 1$ donne $-3x > -6$, puis, en divisant par -3 : $x < 2$, soit $S =]-\infty; 2[$.

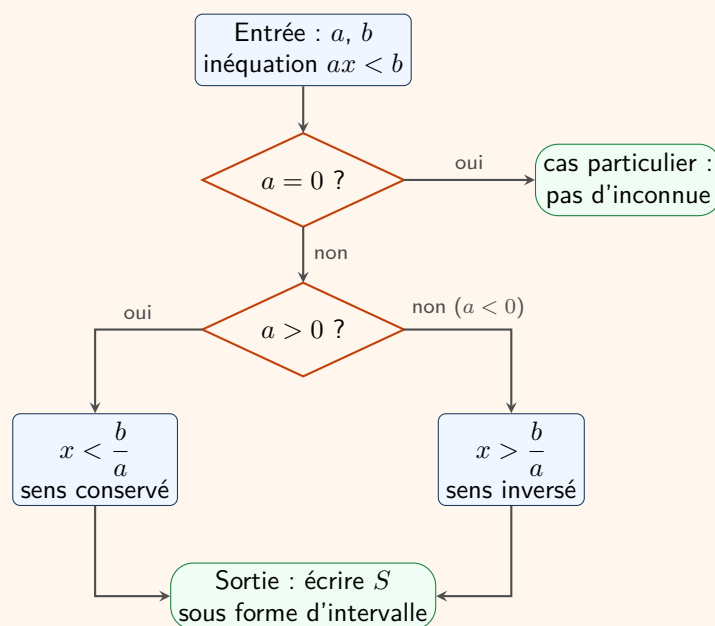
Test dans S : $x = 0$ donne $-3 \times 0 + 7 = 7$, et $7 > 1$ est vrai.

Test hors de S : $x = 4$ donne $-3 \times 4 + 7 = -5$, et $-5 > 1$ est faux.

Les deux tests répondent comme attendu.

Méthode — Formaliser la résolution de $ax < b$ par un organigramme

La méthode se décrit comme une suite de décisions. Un **organigramme** la rend explicite : chaque losange pose une question, chaque rectangle exécute une action.



Le seul embranchement qui compte est le signe de a : c'est lui qui décide si le sens de l'inégalité est conservé ou inversé.

Application 9 – Suivre l'organigramme, puis contrôler

- Appliquer l'organigramme à $-6x < 24$: indiquer la branche empruntée, puis écrire la solution.
- Résoudre $3x - 2 \leq 7$, écrire l'intervalle, puis contrôler avec $x = 3$ et $x = 4$.
- Un élève a résolu $-4x + 8 > 0$ et écrit « $-4x > -8$, donc $x > 2$ ». Sur quel bloc de l'organigramme s'est-il trompé ? Corriger.

Correction

a. $a = -6$: le premier test répond « non », le second aussi puisque $a < 0$. On emprunte la branche de droite, celle du sens inversé :

$$x > \frac{24}{-6} = -4 \quad S =] -4 ; +\infty[$$

b. $3x \leq 9$, donc $x \leq 3$ et $S =] -\infty ; 3]$. Test dans S : $x = 3$ donne $3 \times 3 - 2 = 7$, et $7 \leq 7$ est vrai – la borne est bien incluse. Test hors de S : $x = 4$ donne 10 , et $10 \leq 7$ est faux.

c. Il s'est trompé au *second* test : le coefficient vaut -4 , donc $a < 0$, et il fallait emprunter la branche du sens inversé. La solution correcte est $x < 2$, soit $S =] -\infty ; 2[$.

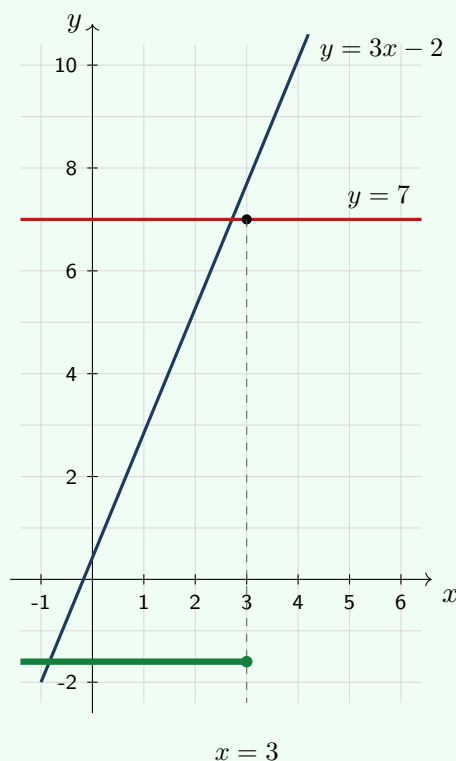
Contrôle : $x = 0$ donne $-4 \times 0 + 8 = 8 > 0$, vrai ; or 0 n'appartient pas à $]2 ; +\infty[$ – la réponse de l'élève était donc détectable par une seule valeur-test.

10 Résoudre graphiquement (C7)

Méthode — Lire une inéquation sur un graphique

Pour résoudre $ax + b \leq c$, on trace la droite $y = ax + b$ et la droite horizontale $y = c$. On lit ensuite les abscisses des points pour lesquels la première droite est **en dessous** (ou **sur**) la seconde.

La solution n'est plus un point, mais tout un morceau de l'axe des abscisses.

Exemple — Lire $3x - 2 \leq 7$ 

La droite bleue passe sous la droite rouge tant que $x \leq 3$. Le trait vert marque cet ensemble sur l'axe des abscisses : $S =]-\infty; 3]$.

La borne est incluse parce que l'inégalité n'est pas stricte : en $x = 3$ les deux droites se touchent, et $3 \times 3 - 2 = 7$ convient.

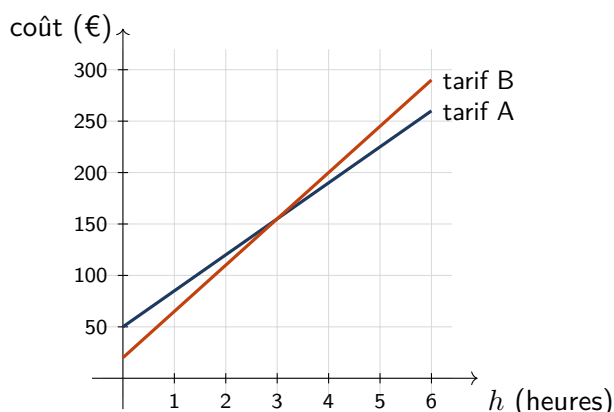
Le calcul confirme : $3x \leq 9$, donc $x \leq 3$.

Erreur fréquente — Lire l'abscisse, pas l'ordonnée – et dans le bon sens

Deux erreurs se cumulent souvent : donner 7 au lieu de 3, et hachurer du mauvais côté. Contrôle : prendre une valeur franchement à gauche, par exemple $x = 0$. Est-ce que $3 \times 0 - 2 = -2$ est bien inférieur à 7 ? Oui, donc la partie gauche est la bonne.

Application 10 – Deux tarifs sur un graphique

Un électricien propose deux tarifs pour une intervention de h heures : tarif A = $35h + 50$ euros, tarif B = $45h + 20$ euros.



- Lire l'abscisse du point d'intersection et dire ce qu'elle représente.
- Pour quelles durées le tarif A est-il strictement moins cher ? Écrire la réponse sous forme d'intervalle.
- Confirmer par le calcul en résolvant $35h + 50 < 45h + 20$.

Correction

a. Les deux droites se coupent à $h = 3$. À cette durée, les deux tarifs coûtent le même prix : $35 \times 3 + 50 = 155$ € et $45 \times 3 + 20 = 155$ €.

b. Au-delà de 3 heures, la droite A passe sous la droite B : le tarif A est strictement moins cher pour $h > 3$, soit $S =]3; +\infty[$. La borne est exclue : à 3 heures exactement, les deux tarifs sont égaux, donc A n'est pas moins cher.

c.

$$35h + 50 < 45h + 20 \quad 50 - 20 < 45h - 35h \quad 30 < 10h \quad h > 3$$

Le calcul confirme la lecture.

Contrôle utile : à 2 heures, $A = 120$ € et $B = 110$ € – c'est B qui est moins cher, ce qui confirme que le seuil est bien franchi après 3 heures.

Bilan – Je sais faire

À retenir

- **Traduire** : « au maximum » $\rightarrow \leq$; « au moins » $\rightarrow \geq$; « strictement » $\rightarrow <$ ou $>$.
- **Résoudre** comme une équation ... à une exception près.
- **Règle d'or** : multiplier ou diviser par un nombre *négatif* inverse le sens de l'inégalité.
- **Écrire** la solution en intervalle : crochet fermé si la borne est incluse, ouvert sinon ; les infinis toujours ouverts.
- **Parenthèse** : développer d'abord. **Quotient** : multiplier par le dénominateur.
- **Contrôler** par une valeur-test de chaque côté de la borne.
- **Interpréter** : arrondir vers le bas pour un plafond, vers le haut pour un seuil à atteindre.

Méthode — Comment contrôler ma réponse

1. Ai-je divisé par un nombre négatif ? Si oui, ai-je inversé le sens ?
2. Mon crochet correspond-il au symbole obtenu ?
3. Une valeur *dans* mon intervalle vérifie-t-elle l'inéquation de départ ? Une valeur *hors* de l'intervalle la

met-elle bien en défaut ?

4. La réponse attendue est-elle un nombre entier ? Dans quel sens faut-il arrondir ?