

Fiche de cours — Équations du premier degré

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Reconnaître une équation

Définition

Une **équation du premier degré** est une égalité contenant une inconnue, qui n'apparaît qu'au degré 1 : ni x^2 , ni $\sqrt{x}$, ni $\frac{1}{x}$.

$$ax = b \quad ax + b = c \quad ax + b = cx + d$$

Inconnue la quantité cherchée

Solution la valeur qui rend l'égalité vraie

Membres ce qui est à gauche, à droite du =

Erreur fréquente

$2 \times 5 = 10$ est une égalité, pas une équation : il n'y a rien à chercher. $P = U \times I$ est une formule ; elle devient une équation quand deux des trois valeurs sont fixées.

2. Résoudre $ax = b$

$$ax = b \implies x = \frac{b}{a} \quad (\text{si } a \neq 0)$$

On **divise** les deux membres par a . La règle des signes s'applique.

Exemple

$8x = 4,80$ donne $x = \frac{4,80}{8} = 0,60$. Une vis coûte 0,60 €.

Erreur fréquente

Dans $6x = 42$, le 6 *multiplie* x : on divise, on ne retranche pas. « $x = 42 - 6$ » donnerait 36, et $6 \times 36 = 216$.

3. Résoudre $ax + b = c$

Méthode

1. Retrancher b aux deux membres : $ax = c - b$. 2. Diviser par a .

On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres, et multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul. Un terme qui change de côté **change de signe**.

Exemple

$8,50x + 15 = 66$ donne $8,50x = 51$, puis $x = 6$. Six sacs d'enduit.

Erreur fréquente

$5x + 3 = -12$ donne $5x = -12 - 3 = -15$, et non $5x = 3 + 12$.

4. Se ramener à $ax + b = c$

Méthode — Parenthèse

Développer d'abord : $k(x + p) = kx + kp$. Le facteur multiplie *chaque* terme.

$$3(x + 4) = 27 \text{ donne } 3x + 12 = 27, \text{ puis } x = 5.$$

Erreur fréquente

$-(x + 6) = -x - 6$, et non $-x + 6$. Le signe moins change *tous* les signes.

Méthode — Quotient

Multiplier les deux membres par le dénominateur : il disparaît.

$$\frac{ax + b}{d} = c \iff ax + b = c \times d$$

$$\frac{7x - 2}{4} = 3 \text{ donne } 7x - 2 = 12, \text{ puis } x = 2.$$

Définition — Produit en croix

Deux quotients égaux se multiplient en croix.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \times d = b \times c$$

5. Des x dans les deux membres

Regrouper les x d'un côté, les nombres de l'autre. Un terme qui change de membre change de signe.

$$5x - 3 = 2x + 9 \text{ donne } 3x = 12, \text{ puis } x = 4.$$

Exemple — Deux tarifs

A : 30 € et 0,20 € par km. B : 15 € et 0,35 € par km.
 $30 + 0,20x = 15 + 0,35x$ donne $x = 100$: les deux coûtent 50 € à 100 km.

6. Traduire un problème

Méthode — Les cinq étapes

1. Choisir l'inconnue, avec son unité. 2. Écrire l'équation. 3. Résoudre. 4. Vérifier. 5. Conclure par une phrase.

$$\text{prix total} \quad px + f = T$$

$$\text{longueur totale} \quad nx + c = L$$

$$\text{durée totale} \quad nt + f = D$$

$$\text{bénéfice} \quad px - C = B$$

Quand deux quantités sont liées, on en nomme **une** x et on exprime l'autre à partir de x . Jamais deux inconnues.

Erreur fréquente

Mélanger les unités. Convertir **avant** d'écrire l'équation, pas après la résolution.

7. Vérifier et conclure

Méthode

Vérifier : remplacer x dans l'équation *de départ*. **Conclure** : la valeur est-elle possible ? Un nombre d'objets est entier et positif ; une chute est plus courte qu'une pièce.

Erreur fréquente

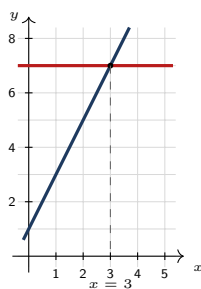
Vérifier dans une ligne intermédiaire ne contrôle rien : si l'erreur est au départ, toutes les lignes suivantes la reproduisent.

Si l'on cherche un nombre de planches et qu'on trouve 4,7, on ne conclut pas « 4 planches » : on signale que l'énoncé ne peut pas se produire tel quel.

8. Résoudre graphiquement

Méthode

Tracer $y = ax + b$ et $y = c$. La solution est l'**abscisse** du point d'intersection, jamais son ordonnée.



$2x + 1 = 7$: les droites se coupent en $(3; 7)$, donc $x = 3$.

Erreur fréquente

Une lecture graphique est **approchée** : elle dépend du trait et des graduations. On ne l'écrit pas avec trois décimales.

9. Choisir une méthode

Algébrique

valeur **exacte** — méthode de référence

Graphique

rapide, mais **approchée**

Numérique

teste des valeurs ; utile pour contrôler

Exemple — Au tableur

$18x + 60 = 348$: en A on saisit 8, 12, 16, 20 ; en B la formule $=18*A2+60$. La ligne qui affiche 348 donne $x = 16$.

Erreur fréquente

Une table qui n'affiche pas la valeur cherchée ne prouve pas qu'il n'y a pas de solution : elle prouve qu'on n'a pas testé la bonne valeur.

Les contrôles essentiels

Ai-je remplacé x dans l'équation *de départ* ? ■ L'unité est-elle écrite ? ■ La réponse doit-elle être un entier ? est-elle positive ? ■ Ma conclusion est-elle une phrase, et répond-elle à la question posée ?

Je sais faire

- ☐ Reconnaître une équation du premier degré et nommer ses membres.
- ☐ Résoudre une équation du type $ax = b$.
- ☐ Résoudre une équation du type $ax + b = c$.
- ☐ Développer une parenthèse pour me ramener à une forme connue.
- ☐ Supprimer un dénominateur, et utiliser le produit en croix.
- ☐ Résoudre une équation avec des x dans les deux membres.
- ☐ Traduire un problème par une équation, en nommant l'inconnue.
- ☐ Vérifier une solution et conclure dans le contexte.
- ☐ Lire la solution d'une équation sur un graphique.
- ☐ Choisir la méthode adaptée à ce qu'on me demande.