

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 4****Probabilités et fluctuation**Édition : Édition du 1^{er} octobre 2026 – Naïm Azzouz**Rappel de cours — Avant de commencer**

Pour aborder ce chapitre, il faut savoir écrire une fraction, la convertir en nombre décimal et en pourcentage, et lire un tableau à double entrée. Une calculatrice est autorisée.

Repères et ordre de travail

Les codes désignent les capacités du chapitre, pas des codes officiels.

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Identifier une expérience aléatoire et décrire son univers	§1	2 él. 2
C3 – Événement contraire, réunion et intersection	§2	2 él. 2
C2 – Calculer la probabilité d'un événement en situation d'équiprobabilité	§3	3 él. 3
C6 – Dénombrer à l'aide d'un arbre ou d'un tableau à double entrée	§4	4 él. 4
C4 – Comparer une fréquence observée à une probabilité théorique	§6	6 él. 6
C7 – Observer la fluctuation d'échantillonnage : simuler des échantillons de taille n et déterminer l'étendue des fréquences	§7 et §8	7 él. 7
C5 – Estimer la probabilité d'un événement à partir des fréquences : stabilisation et loi des grands nombres	§9	9 él. 9
<i>Pour aller plus loin</i> – Calculer avec un arbre pondéré, pour une expérience répétée	§5	5 él. 5

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Les parties se lisent dans l'ordre : chacune s'appuie sur la précédente. Le §5 est un complément : il n'est pas au programme de Seconde et n'est pas évalué.

1 Expérience aléatoire, issues et univers (C1)

Définition — Trois mots à distinguer

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat avec certitude, mais dont on connaît à l'avance tous les résultats possibles. Chaque résultat possible est une **issue**. L'ensemble de toutes les issues forme l'**univers**, noté Ω .

Exemple — Trois expériences

Expérience	Issues	Univers
Lancer un dé à six faces	1, 2, 3, 4, 5, 6	$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
Lancer une pièce	Pile, Face	$\Omega = \{\text{Pile}; \text{Face}\}$
Contrôler une pièce en sortie de machine	conforme, défectueuse	$\Omega = \{C; D\}$

L'univers contient *toutes* les issues, et chacune *une seule fois*.

Erreur fréquente — Ne pas confondre le nombre d'objets et le nombre d'issues

Un bac contient 60 vis de quatre diamètres différents. Si l'on note le *diamètre* de la vis tirée, l'univers compte **4** issues, pas 60 : les 60 vis ne donnent que quatre résultats possibles. Les 60 vis serviront plus tard, pour calculer une probabilité.

Application 1 – Décrire un univers

Un magasinier prélève au hasard une vis dans un bac qui contient 15 vis de 4 mm, 25 de 5 mm, 12 de 6 mm et 8 de 8 mm. On note le diamètre de la vis tirée.

- L'expérience est-elle aléatoire ? Justifier.
- Décrire l'univers et donner son nombre d'issues.

Correction

- Oui : avant de regarder la vis, on ne peut pas prévoir son diamètre, mais on connaît à l'avance les quatre diamètres possibles.
- $\Omega = \{4; 5; 6; 8\}$, exprimé en millimètres : l'univers compte **4 issues**, et non 60. Les 60 vis interviendront pour calculer une probabilité, car les quatre diamètres ne sont pas également représentés.

2 Les événements (C3)

Définition — Événement

Un **événement** est un regroupement d'une ou plusieurs issues de l'univers. Il est **simple** s'il ne contient qu'une issue, **composé** s'il en contient plusieurs.

Méthode — Trois opérations sur les événements

Soit A et B deux événements.

- L'événement **contraire** de A , noté $\bar{A}$, contient toutes les issues qui ne sont *pas* dans A : « A ne se réalise pas ».
- La **réunion** $A \cup B$ contient les issues de A *ou* de B : « au moins l'un des deux ».
- L'**intersection** $A \cap B$ contient les issues qui sont dans A *et* dans B : « les deux à la fois ».

Exemple — Sur un dé à six faces

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Soit A : « obtenir un nombre pair » et B : « obtenir un nombre strictement supérieur à 3 ».

$$A = \{2; 4; 6\} \quad \text{et} \quad B = \{4; 5; 6\}.$$

$$\overline{A} = \{1; 3; 5\} \quad ; \quad A \cap B = \{4; 6\} \quad ; \quad A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}.$$

Application 2 – Contraire, réunion, intersection

Sur le même dé, soit C : « obtenir un multiple de 3 » et D : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ».

a. Écrire C et D en extension.

b. Déterminer $\overline{C}$, puis $C \cap D$ et $C \cup D$.

Correction

a. $C = \{3; 6\}$ et $D = \{1; 2; 3; 4\}$.

b. $\overline{C} = \{1; 2; 4; 5\}$: toutes les issues qui ne sont pas des multiples de 3.

$C \cap D = \{3\}$: seule l'issue 3 est à la fois multiple de 3 et inférieure ou égale à 4.

$C \cup D = \{1; 2; 3; 4; 6\}$: l'issue 5 est la seule à n'appartenir ni à C , ni à D .

3 La probabilité d'un événement (C2)**Définition — Équiprobabilité**

Lorsque toutes les issues ont la même chance de se produire, on dit qu'il y a **équiprobabilité**. La probabilité d'un événement A vaut alors

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Elle s'exprime aussi en pourcentage.

Remarque

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$. Cette relation évite souvent un long calcul : pour « au moins un », il est presque toujours plus rapide de passer par le contraire.

Exemple — Un lot à la réception

Un lot de 200 pièces contient 8 pièces défectueuses. On en prélève une au hasard.

$$P(\text{défectueuse}) = \frac{8}{200} = 0,04 = 4\%$$

et donc $P(\text{conforme}) = 1 - 0,04 = 0,96$, soit 96 %.

Application 3 – Probabilité et événement contraire

Une caisse contient 150 carreaux, dont 6 sont ébréchés. On en prélève un au hasard.

- Calculer la probabilité de prélever un carreau ébréché. L'exprimer en pourcentage.
- En déduire la probabilité de prélever un carreau intact.

Correction

a. $P(\text{ébréché}) = \frac{6}{150} = 0,04$, soit 4 %.

b. L'événement « intact » est le contraire de « ébréché » : $P(\text{intact}) = 1 - 0,04 = 0,96$, soit 96 %.

4 Dénombrer : arbre et tableau (C6)**Méthode — Deux outils pour compter les issues**

L'**arbre des issues** convient quand l'expérience se fait en plusieurs étapes : chaque étape ouvre autant de branches que d'issues possibles.

Le **tableau à double entrée** convient quand chaque individu est décrit par deux caractères. Les totaux des lignes et des colonnes servent de contrôle.

Exemple — Tableau à double entrée

Cinquante luminaires sont contrôlés, selon leur technologie et leur conformité.

	Conforme	Défectueux	Total
LED	28	2	30
Halogène	17	3	20
Total	45	5	50

$$P(\text{LED}) = \frac{30}{50} = 0,6 \quad ; \quad P(\text{défectueux}) = \frac{5}{50} = 0,1 \quad ; \quad P(\text{LED et défectueux}) = \frac{2}{50} = 0,04.$$

La dernière probabilité se lit dans une seule case : c'est une intersection.

Application 4 – Lire un tableau à double entrée

Quatre-vingts panneaux sont contrôlés à la livraison.

	Conforme	Défectueux	Total
Fournisseur A	44	6	
Fournisseur B	27	3	
Total			

- Compléter les totaux et vérifier le total général.
- Calculer la probabilité qu'un panneau prélevé au hasard soit défectueux.
- Calculer la probabilité qu'il vienne du fournisseur A et soit défectueux.

Correction

- Fournisseur A : $44 + 6 = 50$; fournisseur B : $27 + 3 = 30$; total $50 + 30 = 80$. En colonnes : $44 + 27 = 71$ conformes et $6 + 3 = 9$ défectueux, et $71 + 9 = 80$: les deux calculs concordent.
- $P(\text{défectueux}) = \frac{9}{80} = 0,1125$, soit environ 11,3 %.
- $P(A \text{ et défectueux}) = \frac{6}{80} = 0,075$, soit 7,5 %. On lit une seule case, pas une ligne entière.

5 Pour aller plus loin : l'arbre pondéré

Complément hors programme de Seconde, non évalué. Le programme demande seulement de dénombrer à l'aide d'un arbre (§4).

Définition — Arbre pondéré

Quand on répète deux fois la même expérience, on écrit la probabilité de chaque issue *sur la branche* qui la porte. L'arbre ne sert plus seulement à compter : il sert à calculer.

Méthode — Trois règles

- Les branches issues d'un même point ont des probabilités de somme égale à 1.
- La probabilité d'un **chemin complet** s'obtient en **multipliant** les probabilités rencontrées le long des branches.
- La probabilité d'un événement correspondant à **plusieurs chemins** s'obtient en **additionnant** les probabilités de ces chemins.

Remarque — Avec remise, et seulement avec remise

Ces règles s'appliquent ici parce que le prélèvement se fait **avec remise**, ou dans un stock assez grand pour qu'un prélèvement n'en change pas la composition. Les probabilités sont alors les mêmes aux deux étages de l'arbre.

Exemple — Deux pièces prélevées dans une production

Une machine produit 5 % de pièces défectueuses. On en prélève deux, avec remise. On note D une pièce défectueuse et C une pièce conforme, avec $P(D) = 0,05$ et $P(C) = 0,95$.

Deux conformes : un seul chemin, $0,95 \times 0,95 = 0,9025$.

Exactement une défectueuse : deux chemins, CD et DC, chacun de probabilité $0,95 \times 0,05 = 0,0475$. On les additionne : $2 \times 0,0475 = 0,095$.

Deux défectueuses : $0,05 \times 0,05 = 0,0025$.

Contrôle : $0,9025 + 0,095 + 0,0025 = 1$. Les trois cas couvrent bien toutes les possibilités.

Application 5 – Calculer avec un arbre pondéré

Un atelier produit des briques dont 10 % sont hors tolérance. On en prélève deux au hasard dans un stock important, donc avec remise.

- Construire l'arbre pondéré des deux prélèvements et vérifier la règle 1 à chaque nœud.
- Calculer la probabilité que les deux briques soient conformes.
- Calculer la probabilité qu'exactement une brique soit hors tolérance.
- En déduire la probabilité qu'au moins une brique soit hors tolérance, de deux façons.

Correction

a. À chaque nœud, deux branches : hors tolérance avec 0,1 et conforme avec 0,9. Somme $0,1 + 0,9 = 1$: la règle est respectée aux deux étages.

b. Un seul chemin : $0,9 \times 0,9 = 0,81$.

c. Deux chemins, chacun valant $0,9 \times 0,1 = 0,09$. On additionne : $2 \times 0,09 = 0,18$.

d. *Première méthode* — par les chemins : « au moins une » réunit « exactement une » et « les deux », soit $0,18 + 0,1 \times 0,1 = 0,18 + 0,01 = 0,19$.

Seconde méthode — par l'événement contraire : « au moins une hors tolérance » est le contraire de « les deux conformes », donc $1 - 0,81 = 0,19$.

Les deux méthodes concordent. La seconde est plus rapide : c'est presque toujours le cas pour « au moins un ».

6 Fréquence observée et probabilité théorique (C4)**Définition — Deux nombres à ne pas confondre**

La **probabilité** est une valeur théorique, calculée avant l'expérience. La **fréquence observée** se mesure après coup :

$$f = \frac{\text{nombre de fois où l'événement s'est produit}}{\text{nombre total d'essais}}$$

Elles ne sont presque jamais égales, mais elles se ressemblent en général d'autant plus que les essais sont nombreux.

Exemple

Sur 250 lancers d'une pièce, on obtient 138 fois Pile.

$$f = \frac{138}{250} = 0,552$$

La probabilité théorique vaut 0,5 : l'écart est de 0,052, soit un peu plus de 5 points.

Application 6 – Comparer une fréquence à une probabilité

Un contrôleur annonce 4 % de pièces défectueuses. Sur un contrôle de 300 pièces, il en trouve 15 défectueuses.

- Calculer la fréquence observée de pièces défectueuses.
- La comparer à la probabilité annoncée. Cet écart remet-il en cause l'annonce ?

Correction

a. $f = \frac{15}{300} = 0,05$, soit 5 %.

b. L'écart avec 4 % vaut un point. Il ne remet pas l'annonce en cause : une fréquence observée fluctue toujours autour de la probabilité. Il faudrait plusieurs contrôles, ou un contrôle bien plus large, pour conclure.

Conduite de classe : accepter toute réponse qui invoque la fluctuation, même formulée en langage courant.

7 Échantillons et fluctuation (C7)**Définition — Échantillon de taille n**

Un **échantillon de taille n** est le résultat de n répétitions de la même expérience, dans les mêmes conditions et indépendantes les unes des autres — donc avec remise.

Méthode — Fluctuation d'échantillonnage

Deux échantillons de même taille ne donnent pas la même fréquence : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**. Pour la mesurer, on calcule l'**étendue des fréquences** obtenues, c'est-à-dire la plus grande moins la plus petite.

Exemple — Quatre échantillons de 50 pièces

Échantillon	1	2	3	4
Pièces défectueuses	2	5	3	6
Fréquence	0,04	0,10	0,06	0,12

Étendue des fréquences : $0,12 - 0,04 = 0,08$. Les quatre échantillons proviennent pourtant de la même production : seul le hasard du prélèvement les sépare.

Application 7 – Mesurer une fluctuation

Cinq échantillons de 40 briques sont prélevés dans le même stock. On compte les briques hors tolérance : 3 ; 6 ; 4 ; 2 ; 5.

- Calculer la fréquence de chaque échantillon.
- Calculer l'étendue de ces fréquences.
- Que conclure sur la production ?

Correction

a. $\frac{3}{40} = 0,075$; $\frac{6}{40} = 0,15$; $\frac{4}{40} = 0,10$; $\frac{2}{40} = 0,05$; $\frac{5}{40} = 0,125$.

b. Étendue = $0,15 - 0,05 = 0,10$.

c. Les cinq échantillons viennent du même stock, et pourtant leurs fréquences vont du simple au triple. Un seul échantillon ne suffit donc pas à juger une production : c'est la fluctuation d'échantillonnage.

8 Simuler des échantillons (C7)

Prélever réellement des centaines de pièces prend du temps. On peut **simuler** l'expérience : la calculatrice ou le tableur tire les nombres au hasard à notre place.

Méthode — Simuler un échantillon de taille n , pour une probabilité p

- La calculatrice (`nbrAléat()` ou `rand`) et le tableur (`=ALEA()`) tirent un nombre au hasard entre 0 et 1.
- On compte un « succès » quand ce nombre est inférieur à p : cela arrive avec la probabilité p . Au tableur, `=SI(ALEA()<0,3;1;0)` affiche 1 avec la probabilité 0,3, et 0 sinon.
- On recopie la formule sur n cellules : c'est un échantillon de taille n . On compte les 1, puis on calcule $f = \frac{\text{nombre de 1}}{n}$.
- On recommence pour obtenir plusieurs échantillons, puis on calcule l'étendue de leurs fréquences.

Exemple — Vingt passages à un péage

Environ 30 % des véhicules empruntent la voie de télépéage : $p = 0,3$. On simule 20 passages avec la formule `=SI(ALEA()<0,3;1;0)` (1 : télépéage ; 0 : voie classique).

1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0

On compte huit 1, donc $f = \frac{8}{20} = 0,40$. Cette fréquence n'est pas égale à 0,3 : c'est la fluctuation d'échantillonnage. Une nouvelle simulation donnerait une autre fréquence.

Application 8 – Lire une simulation

Un fabricant annonce 20 % de pièces hors cote. On simule au tableur quatre échantillons de 10 pièces (1 : pièce hors cote ; 0 : pièce conforme).

Échantillon 1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Échantillon 2	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Échantillon 3	1	0	0	1	0	0	1	0	1
Échantillon 4	0	0	1	0	0	0	0	1	0

- Écrire la formule de tableur qui simule le contrôle d'une pièce.
- Calculer la fréquence de pièces hors cote de chaque échantillon.
- Calculer l'étendue de ces fréquences.

Correction

- $=SI(ALEA()<0,2;1;0)$: le nombre tiré est inférieur à 0,2 avec la probabilité 0,2.
- On compte les 1 de chaque ligne : 2, 1, 4 et 3. Fréquences : 0,2 ; 0,1 ; 0,4 ; 0,3.
- Étendue = $0,4 - 0,1 = 0,3$. Sur des échantillons de 10 pièces seulement, les fréquences fluctuent beaucoup autour de 0,2.

9 La loi des grands nombres (C5)**Définition — Stabilisation des fréquences**

Quand la taille de l'échantillon augmente, la fréquence observée se rapproche de la probabilité théorique et ses variations s'amortissent. C'est la **loi des grands nombres**.

Remarque — Ce que la loi ne dit pas

Elle ne promet pas qu'un grand échantillon donnera exactement la probabilité, ni qu'après plusieurs Pile un Face devienne « plus probable ». Chaque lancer reste indépendant des précédents.

Méthode — Estimer une probabilité à partir des fréquences

Quand on ne peut pas calculer la probabilité d'un événement, on l'**estime** : on répète l'expérience un grand nombre de fois et on retient la fréquence observée sur le *plus grand* nombre d'essais. C'est une estimation, pas la valeur exacte : on l'arrondit et on précise sur combien d'essais elle repose.

Application 9 – Estimer une probabilité

On lâche une cheville plastique sur un établi et on note si elle retombe pointe en l'air.

Nombre de lâchers	20	100	500	2 000
Pointe en l'air	13	61	288	1 160
Fréquence	...	...	...	...

- Compléter la ligne des fréquences.
- Estimer la probabilité que la cheville retombe pointe en l'air. Justifier le choix de la valeur.

Correction

a. $\frac{13}{20} = 0,65$; $\frac{61}{100} = 0,61$; $\frac{288}{500} = 0,576$; $\frac{1160}{2000} = 0,58$.

b. On retient la fréquence du plus grand nombre de lâchers (2 000) : la probabilité est estimée à environ **0,58**. Les fréquences se stabilisent autour de cette valeur quand le nombre d'essais augmente ; la valeur obtenue sur 20 lâchers (0,65) fluctue trop pour être retenue.

Méthode — De la probabilité à l'effectif attendu

$$\text{effectif attendu} = n \times p$$

où n est la taille du lot et p la probabilité. C'est une prévision, pas une certitude.

Application 10 – Prévoir un effectif

Une production présente une probabilité de défaut de 0,04.

- Sur un lot de 2 000 pièces, combien de pièces défectueuses peut-on prévoir ?
- Le contrôle en trouve 87. Faut-il s'en inquiéter ? Justifier.

Correction

a. Effectif attendu = $2000 \times 0,04 = 80$ pièces.

b. On en trouve 87, soit une fréquence de $\frac{87}{2000} = 0,0435$ contre 0,04 attendu. L'écart est faible et compatible avec la fluctuation : il n'y a pas lieu de s'alarmer sur ce seul contrôle. Un écart durable sur plusieurs lots, lui, justifierait une vérification de la machine.

Bilan – Je sais faire**À retenir**

- **Compter les issues, pas les objets.** L'univers contient les résultats possibles ; le nombre d'objets sert ensuite au calcul de la probabilité.
- **Équiprobabilité.** $P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{\text{issues totales}}$, toujours entre 0 et 1.
- **Passer par le contraire.** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$: pour « au moins un », c'est presque toujours le chemin le plus court.
- **Dénombrer.** Un arbre pour une expérience en plusieurs étapes, un tableau à double entrée pour deux caractères ; les totaux servent de contrôle.
- **Fréquence et probabilité.** La fréquence se mesure après coup et fluctue ; la probabilité se calcule avant et ne bouge pas.
- **Estimer.** Quand la probabilité ne se calcule pas, on retient la fréquence observée sur le plus grand nombre d'essais : c'est une estimation, pas la valeur exacte.

- **Un seul échantillon ne prouve rien.** Il faut plusieurs échantillons, ou un échantillon large, pour juger une production.
- **Simuler.** `=SI(ALEA()<p;1;0)` simule une expérience de probabilité p ; recopiée sur n cellules, elle simule un échantillon de taille n .
- *Pour aller plus loin* – **arbre pondéré.** Somme des branches d'un même nœud = 1 ; on multiplie le long d'un chemin, on additionne entre plusieurs chemins.