

Version professeur

Mathématiques – Seconde Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 4****Probabilités et fluctuation**Édition : Édition du 1^{er} octobre 2026 – Naïm Azzouz**Méthode — Mode d'emploi**

Ce cahier suit les sept capacités du chapitre, dans l'ordre où elles s'enseignent. Chaque partie commence par un rappel de cours, puis les exercices vont de l'application directe vers le choix autonome d'une méthode. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Identifier une expérience aléatoire et décrire son univers	1 à 3	2
C2 – Calculer la probabilité d'un événement en situation d'équiprobabilité	4 à 6	3
C3 – Événement contraire, réunion et intersection	7 et 8 (9 : pour aller plus loin)	3
C6 – Dénombrer à l'aide d'un arbre ou d'un tableau à double entrée	10 à 12 (13 à 15 : pour aller plus loin)	4
C4 – Comparer une fréquence observée à une probabilité théorique	16 à 18	6
C5 – Estimer la probabilité d'un événement à partir des fréquences : stabilisation et loi des grands nombres	19 à 21	7
C7 – Observer la fluctuation d'échantillonnage : simuler des échantillons de taille n et déterminer l'étendue des fréquences	22 à 25	8

C1 – Identifier une expérience aléatoire et décrire son univers

Exigible. Prérequis : lire un énoncé, lister des possibilités.

Rappel de cours

Une **expérience aléatoire** a un résultat imprévisible, mais des résultats possibles connus d'avance. Chaque résultat possible est une **issue** ; leur ensemble forme l'**univers** Ω .

Attention : compter les *issues*, pas les objets. Soixante vis de quatre diamètres ne donnent que quatre issues.

Exercice 1 — Reconnaître une expérience aléatoire

Pour chaque situation, dire s'il s'agit d'une expérience aléatoire. Si oui, écrire l'univers Ω .

- On tire une carte dans un jeu de quatre cartes numérotées de 1 à 4.
- On appuie sur l'interrupteur d'une lampe en état de marche.
- On contrôle une pièce en sortie de machine : elle est conforme ou défectueuse.

Correction de l'exercice 1

- Oui. $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.
- Non : le résultat est certain, la lampe s'allume. Il n'y a pas de hasard.
- Oui. $\Omega = \{\text{conforme} ; \text{défectueuse}\}$.

Exercice 2 — Univers et événements sur un dé

On lance un dé équilibré à six faces.

- Écrire l'univers Ω .
- Lister les issues de A : « obtenir un nombre pair », puis de B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ».

Correction de l'exercice 2

- $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
- $A = \{2; 4; 6\}$, soit 3 issues. $B = \{4; 5; 6\}$, soit 3 issues.

Exercice 3 — Décrire l'univers d'un tirage de vis

Un lot de 20 vis comprend 5 vis de type A, 8 de type B et 7 de type C. On tire une vis au hasard et on note son type.

- Écrire l'univers.
- Écrire l'événement « tirer une vis de type B ou C » et donner le nombre de vis concernées.

Correction de l'exercice 3

- Si l'on ne s'intéresse qu'au type : $\Omega = \{A; B; C\}$, soit 3 issues. Attention, ces trois issues ne sont pas équiprobables, car les types ne sont pas également représentés.
- « B ou C » = $\{B; C\}$, ce qui correspond à $8 + 7 = 15$ vis sur 20.

C2 – Calculer la probabilité d'un événement en situation d'équiprobabilité

Exigible. Prérequis : fraction, pourcentage, univers (C1).

Rappel de cours

En situation d'**équiprobabilité**, $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$. Une probabilité est comprise entre 0 et 1, et s'exprime aussi en pourcentage.

Exercice 4 — Probabilités en situation d'équiprobabilité

On tire au hasard une carte parmi dix cartes numérotées de 1 à 10.

Calculer $P(\text{tirer le 7})$, $P(\text{tirer un nombre pair})$ et $P(\text{tirer un nombre supérieur à 8})$.

Correction de l'exercice 4

En équiprobabilité, $P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{\text{issues totales}}$.

$$P(7) = \frac{1}{10} = 0,1 \quad ; \quad P(\text{pair}) = \frac{5}{10} = 0,5 \quad ; \quad P(> 8) = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ — les issues 9 et 10.}$$

Exercice 5 — Un lot de panneaux

Un lot de 50 panneaux comporte 40 panneaux conformes et 10 défectueux. On en prélève un au hasard. Calculer la probabilité de prélever un panneau conforme, puis un panneau défectueux. Vérifier le résultat.

Correction de l'exercice 5

$$P(\text{conforme}) = \frac{40}{50} = 0,8, \text{ soit } 80\%. \quad P(\text{défectueux}) = \frac{10}{50} = 0,2, \text{ soit } 20\%.$$

Vérification : $0,8 + 0,2 = 1$. Les deux événements sont contraires l'un de l'autre.

Exercice 6 — Deux pièces de monnaie

On lance deux pièces équilibrées.

- Lister les quatre issues de l'univers.
- Calculer la probabilité d'obtenir exactement une face.

Correction de l'exercice 6

a. $\Omega = \{PP; PF; FP; FF\}$, quatre issues équiprobables.

b. « Exactement une face » = $\{PF; FP\}$, soit 2 issues favorables : $P = \frac{2}{4} = 0,5$.

Attention à ne pas oublier que PF et FP sont deux issues distinctes.

C3 – Événement contraire, réunion et intersection

Exigible. Prérequis : univers (C1), probabilité (C2). L'exercice 9 va plus loin que le programme.

Rappel de cours

Le **contraire** $\bar{A}$ contient les issues qui ne sont pas dans A ; la **réunion** $A \cup B$, les issues de A ou de B (au moins l'un des deux) ; l'**intersection** $A \cap B$, les issues de A et de B (les deux à la fois). $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Pour aller plus loin : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; on retranche l'intersection, sans quoi elle serait comptée deux fois.

Exercice 7 — Événement contraire

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes. On sait que $P(\text{cœur}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$. Calculer la probabilité de ne pas tirer un cœur.

Correction de l'exercice 7

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A), \text{ donc } P(\overline{\text{cœur}}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Exercice 8 — Contraire, réunion et intersection en extension

On lance un dé équilibré à six faces. On note A : « obtenir un nombre impair » et B : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 ».

- Écrire A et B en extension.
- Écrire $\overline{A}$, $A \cap B$ et $A \cup B$ en extension.
- Traduire $A \cup B$ par une phrase.

Correction de l'exercice 8

- $A = \{1; 3; 5\}$ et $B = \{1; 2\}$.
- $\overline{A} = \{2; 4; 6\}$: les issues qui ne sont pas dans A . $A \cap B = \{1\}$: la seule issue à la fois impaire et inférieure ou égale à 2. $A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$: les issues de A ou de B , l'issue 1 n'étant écrite qu'une fois.
- $A \cup B$: « obtenir un nombre impair, ou un nombre inférieur ou égal à 2 » ; au moins l'une des deux conditions est remplie.

Exercice 9 — Pour aller plus loin – Probabilité d'une réunion

La probabilité qu'une livraison soit en retard vaut 0,15, celle qu'elle soit incomplète 0,10, et celle qu'elle soit à la fois en retard et incomplète 0,04.

- Calculer la probabilité qu'une livraison présente au moins un de ces deux problèmes.
- En déduire la probabilité qu'elle soit parfaite.

Correction de l'exercice 9

- Ici les deux événements peuvent se produire ensemble : on retranche l'intersection, sinon elle serait comptée deux fois.

$$P(\text{retard} \cup \text{incomplet}) = 0,15 + 0,10 - 0,04 = \mathbf{0,21}$$

- $P(\text{parfaite}) = 1 - 0,21 = \mathbf{0,79}$.

C6 – Dénombrer à l'aide d'un arbre ou d'un tableau à double entrée

Exigible. Prérequis : probabilité (C2). Les exercices 13 à 15, sur l'arbre pondéré, vont plus loin que le programme.

Rappel de cours

L'**arbre des possibilités** et le **tableau à double entrée** servent à *compter* les issues.

Pour aller plus loin : l'**arbre pondéré** sert à *calculer* ; on écrit la probabilité sur chaque branche. Somme des branches d'un même nœud = 1 ; on **multiplie** le long d'un chemin, on **additionne** entre plusieurs chemins. Ces règles supposent un tirage **avec remise**.

Pour « au moins un », passer par l'événement contraire est presque toujours plus rapide.

Exercice 10 — Arbre des possibilités

Un menuisier choisit au hasard une essence de bois — chêne, hêtre ou pin — et une finition — vernis ou huile.

- Construire l'arbre des possibilités.
- Combien de combinaisons existe-t-il ?

Correction de l'exercice 10

- Trois branches au premier étage, deux à chaque branche du second.
- $3 \times 2 = \mathbf{6}$ combinaisons : chêne-vernis, chêne-huile, hêtre-vernis, hêtre-huile, pin-vernis, pin-huile.

Exercice 11 — Tableau à double entrée

On lance un dé à six faces et une pièce de monnaie.

- Combien d'issues compte cette expérience ?
- Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair et Pile.

Correction de l'exercice 11

- $6 \times 2 = 12$ issues, toutes équiprobables.
- Issues favorables : (2 ; P), (4 ; P) et (6 ; P), soit 3 issues.

$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Exercice 12 — Croiser deux caractères

Un artisan fabrique des étagères en chêne ou en pin, avec une finition cirée, vernie ou peinte. On en choisit une au hasard.

- Dresser le tableau à double entrée des combinaisons.
- Combien y a-t-il d'issues ? Calculer la probabilité d'obtenir une étagère en pin.

Correction de l'exercice 12

- Deux lignes — chêne, pin — et trois colonnes — cirée, vernie, peinte.
- $2 \times 3 = 6$ issues. Trois d'entre elles concernent le pin, donc $P(\text{pin}) = \frac{3}{6} = 0,5$.

Exercice 13 — Pour aller plus loin – Premier arbre pondéré

Une machine produit des chevilles dont 8 % sont défectueuses. On en prélève deux au hasard dans un stock important : le prélèvement se fait donc avec remise.

- Construire l'arbre pondéré des deux prélèvements. Vérifier qu'à chaque nœud la somme des probabilités vaut 1.
- Calculer la probabilité que les deux chevilles soient conformes.
- Calculer la probabilité que les deux soient défectueuses.

Correction de l'exercice 13

- À chaque nœud, deux branches : défectueuse avec 0,08, conforme avec 0,92. $0,08 + 0,92 = 1$ aux deux étages.
- Un seul chemin, on multiplie : $0,92 \times 0,92 = 0,8464$.
- $0,08 \times 0,08 = 0,0064$, soit moins d'une chance sur cent.

Exercice 14 — Pour aller plus loin – Plusieurs chemins, puis le contraire

Un lot de LED présente 3 % de pièces hors service. On en prélève deux avec remise.

- Calculer la probabilité qu'exactement une LED soit hors service.
- Calculer la probabilité qu'au moins une LED soit hors service, par les chemins.
- Retrouver ce dernier résultat à l'aide de l'événement contraire. Quelle méthode est la plus rapide ?

Correction de l'exercice 14

a. Deux chemins mènent à ce résultat : hors service puis conforme, ou l'inverse. Chacun vaut $0,97 \times 0,03 = 0,0291$. On les additionne : $2 \times 0,0291 = \mathbf{0,0582}$.

b. « Au moins une » réunit « exactement une » et « les deux » : $0,0582 + 0,03 \times 0,03 = 0,0582 + 0,0009 = \mathbf{0,0591}$.

c. Le contraire de « au moins une hors service » est « les deux conformes » : $1 - 0,97 \times 0,97 = 1 - 0,9409 = \mathbf{0,0591}$.

Les deux résultats concordent. La seconde méthode est bien plus rapide : un seul produit au lieu de trois. C'est presque toujours le cas pour « au moins un ».

Exercice 15 — Pour aller plus loin – Décider à partir d'un arbre pondéré

Dans un stock de tasseaux, 20 % sont trop courts. Un menuisier en prélève deux avec remise.

a. Calculer la probabilité qu'aucun ne soit trop court.

b. Calculer la probabilité qu'au moins un le soit.

c. Le menuisier estime le risque acceptable en dessous de 25 %. Que conclure ?

Correction de l'exercice 15

a. $0,80 \times 0,80 = \mathbf{0,64}$.

b. Par le contraire : $1 - 0,64 = \mathbf{0,36}$, soit 36 %.

c. 36 % dépasse le seuil de 25 % : le risque n'est pas acceptable. Le menuisier a plus d'une chance sur trois de tomber sur au moins un tasseau trop court, alors qu'il n'en prélève que deux. Il devrait contrôler le stock avant de l'utiliser.

C4 – Comparer une fréquence observée à une probabilité théorique

Exigible. Prérequis : fraction, pourcentage.

Rappel de cours

La **probabilité** se calcule avant l'expérience ; la **fréquence observée** se mesure après : $f = \frac{\text{nombre de réalisations}}{\text{nombre d'essais}}$.

Elles ne sont presque jamais égales. Pour cumuler plusieurs séries, revenir aux *totaux*, jamais à la moyenne des fréquences.

Exercice 16 — Fréquences observées sur un dé

On lance un dé équilibré 60 fois.

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Sorties	8	11	9	12	10	10	60

Calculer la fréquence de la face 4, puis la comparer à la probabilité théorique.

Correction de l'exercice 16

$$f(4) = \frac{12}{60} = \mathbf{0,2}.$$

Probabilité théorique : $\frac{1}{6} \approx 0,167$.

La fréquence dépasse la probabilité d'environ 3 points. Sur 60 lancers seulement, un tel écart est normal : c'est la fluctuation.

Exercice 17 — *Estimer une probabilité et comparer à une norme*

Un contrôleur vérifie 240 pièces et en trouve 18 défectueuses. La norme de l'atelier fixe le taux de défaut acceptable à 5 %.

- Estimer la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.
- L'atelier respecte-t-il sa norme ?

Correction de l'exercice 17

a. $f = \frac{18}{240} = 0,075$, soit 7,5 %.

- b. $7,5\% > 5\%$: sur ce contrôle, la norme n'est pas respectée. L'écart est important — une fois et demie le seuil — mais un second contrôle confirmerait le constat.

Exercice 18 — *Cumuler plusieurs journées*

Une chaîne de fabrication de chevilles a relevé ses pièces conformes sur trois journées.

Jour	Produites	Conformes
Lundi	250	235
Mardi	300	288
Mercredi	200	187

- Calculer la fréquence de conformité de chaque journée.
- Calculer la fréquence sur les trois journées cumulées. Est-ce la moyenne des trois ?

Correction de l'exercice 18

a. Lundi $\frac{235}{250} = 0,94$; mardi $\frac{288}{300} = 0,96$; mercredi $\frac{187}{200} = 0,935$.

b. Cumul : $\frac{235 + 288 + 187}{250 + 300 + 200} = \frac{710}{750} \approx 0,947$.

Ce n'est pas la moyenne des trois fréquences (0,945) : les journées n'ont pas le même effectif. On revient toujours aux totaux.

C5 – Estimer la probabilité d'un événement à partir des fréquences : stabilisation et loi des grands nombres

Exigible. Prérequis : fréquence (C4).

Rappel de cours

Quand la taille de l'échantillon augmente, la fréquence observée se rapproche de la probabilité et ses variations s'amortissent : c'est la **loi des grands nombres**.

Elle ne promet ni l'égalité exacte, ni qu'un résultat devienne « plus probable » après une série. L'**effectif attendu** vaut $n \times p$.

Exercice 19 — *La fréquence se stabilise*

On lance une pièce équilibrée et on relève la fréquence de Pile.

	5	10	20	50	100	1000
Lancers						
Fréquence	0,80	0,60	0,55	0,52	0,51	0,502

Décrire l'évolution de la fréquence et nommer le phénomène observé.

Correction de l'exercice 19

La probabilité théorique vaut 0,5. La fréquence oscille fortement au début — 0,80 sur cinq lancers — puis se rapproche de 0,5 et ses variations s'amortissent.

C'est la **loi des grands nombres** : plus l'échantillon est grand, plus la fréquence observée se rapproche de la probabilité.

Exercice 20 — Estimer une probabilité par l'observation

Un technicien contrôle des pièces. Sur les cinq premières, il relève un seul défaut, soit une fréquence de 0,20. Après 100 pièces, il en a relevé 8.

- Calculer la fréquence de défaut sur les 100 pièces.
- Laquelle des deux fréquences est la plus fiable pour estimer la probabilité de défaut ? Pourquoi ?
- Donner une estimation de la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.

Correction de l'exercice 20

a. $f = \frac{8}{100} = 0,08$, soit 8 %.

b. Celle sur 100 pièces. Sur cinq pièces seulement, un seul défaut suffit à faire passer la fréquence de 0 à 0,20 : l'estimation est très instable. Plus l'échantillon grandit, plus la fréquence devient fiable.

c. On retient la fréquence du plus grand nombre d'essais : la probabilité de défaut est estimée à environ 0,08 (soit 8 %), valeur qui reste une estimation.

Exercice 21 — Un échantillon sans défaut est-il surprenant ?

La probabilité qu'un pot de peinture soit mal mélangé vaut 0,03. Sur une série de dix pots, on n'en observe aucun de défectueux.

Ce résultat remet-il en cause la valeur annoncée ? Justifier.

Correction de l'exercice 21

Non. Avec $p = 0,03$, l'effectif attendu sur dix pots vaut $10 \times 0,03 = 0,3$: on s'attend à n'en trouver aucun la plupart du temps.

Un échantillon de dix pots est bien trop petit pour juger une probabilité de 3 %. Il faudrait plusieurs centaines de pots pour conclure.

C7 – Observer la fluctuation d'échantillonnage : simuler des échantillons de taille n et déterminer l'étendue des fréquences

Exigible. Prérequis : fréquence (C4), loi des grands nombres (C5).

Rappel de cours

Un **échantillon de taille n** résulte de n répétitions indépendantes, donc avec remise. Deux échantillons de même taille ne donnent pas la même fréquence : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**, que l'on mesure par l'**étendue des fréquences**.

En général, plus n est grand, plus cette étendue est petite : c'est une tendance, pas une certitude. La calculatrice ou le tableur (=SI(ALEA()<p;1;0)) permet de simuler des échantillons.

Exercice 22 — Calculer les fréquences de plusieurs échantillons

Dans un stock de tasseaux, la probabilité qu'un tasseau soit trop court vaut $p = 0,20$. On prélève avec remise cinq échantillons de 25 tasseaux. Les nombres de tasseaux trop courts sont : 4 ; 7 ; 3 ; 6 ; 5.

Calculer la fréquence de chaque échantillon.

Correction de l'exercice 22

On divise chaque effectif par 25 : $\frac{4}{25} = 0,16$; $\frac{7}{25} = 0,28$; $\frac{3}{25} = 0,12$; $\frac{6}{25} = 0,24$; $\frac{5}{25} = 0,20$.
Les cinq échantillons viennent du même stock et donnent pourtant cinq fréquences différentes.

Exercice 23 — Mesurer la fluctuation

On reprend les cinq fréquences de l'exercice précédent : 0,16 ; 0,28 ; 0,12 ; 0,24 ; 0,20.
Calculer leur étendue et dire ce qu'elle mesure ici.

Correction de l'exercice 23

Minimum 0,12, maximum 0,28, donc étendue = $0,28 - 0,12 = 0,16$.
Elle mesure l'ampleur de la **fluctuation d'échantillonnage** : l'écart entre le meilleur et le pire échantillon, alors qu'ils proviennent tous du même stock.

Exercice 24 — L'effet de la taille de l'échantillon

Pour la même probabilité $p = 0,20$, on prélève maintenant cinq échantillons de 200 tasseaux. Les fréquences obtenues sont : 0,195 ; 0,225 ; 0,185 ; 0,210 ; 0,205.

- Calculer l'étendue de ces fréquences.
- Comparer à l'étendue trouvée pour $n = 25$. Que conclure ?

Correction de l'exercice 24

- $0,225 - 0,185 = 0,04$.
- Pour $n = 25$, l'étendue valait 0,16 ; pour $n = 200$, elle vaut 0,04, soit quatre fois moins. **En général, plus l'échantillon est grand, moins les fréquences fluctuent** : elles se resserrent autour de $p = 0,20$. C'est une tendance, pas une certitude.

Exercice 25 — Simuler un échantillon

On simule le prélèvement d'un tasseau avec un tableur : on tire un nombre entier au hasard entre 1 et 5, et l'on décide que le tasseau est trop court si l'on obtient 1 — ce qui correspond bien à $p = 0,20$.
Sur 20 tirages, on obtient un tasseau trop court aux positions 2, 5, 9, 12 et 17.

- Calculer la fréquence observée sur cet échantillon simulé.
- Retrouve-t-on exactement $p = 0,20$? Est-ce normal ?

Correction de l'exercice 25

- Cinq tasseaux trop courts sur 20 : $f = \frac{5}{20} = 0,25$.
- Non, on obtient 0,25 et non 0,20. C'est normal : une simulation produit un échantillon, donc une fréquence qui fluctue autour de p . Il faudrait répéter la simulation, ou l'allonger, pour voir la fréquence se rapprocher de 0,20.