

Fiche de cours — Proportionnalité et pourcentages

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

Trois mots à ne pas confondre

Définition

Proportion : une partie comparée à un total. 6 élèves sur 24 : $6/24 = 0,25$.

Pourcentage : cette proportion écrite sur 100. $0,25 = 25\%$.

Proportionnalité : deux grandeurs reliées par une multiplication constante.

C1. Reconnaître la proportionnalité

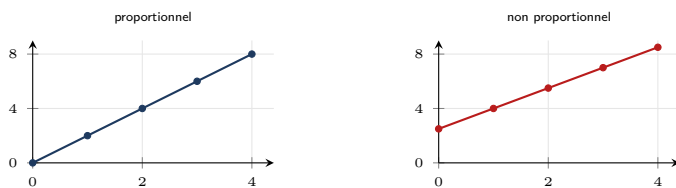
Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant **toujours par le même nombre** k : $y = k \times x$.

Méthode — Vérifier un tableau

Calculer $y \div x$ pour chaque x non nul : tous les quotients doivent être **égaux**. Si $x = 0$, il faut aussi $y = 0$; on ne divise jamais par zéro.

Sur un graphique : les points sont alignés **sur une droite passant par l'origine** (0 ; 0). Les deux conditions comptent.



Les deux séries sont alignées, mais seule celle de gauche passe par l'origine : elle seule est proportionnelle. À droite, un tarif avec frais fixes.

Erreur fréquente

5 € fixes puis 3 €/kg n'est **pas** proportionnel : 8 € pour 1 kg, 11 € pour 2 kg. Doubler la masse ne double pas le prix.

C2. Le coefficient k

$$k = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0) \quad y = k \times x \quad x = \frac{y}{k} \quad (k \neq 0)$$

Exemple — Une imprimante

180 pages en 3 min : $k = 60$ **pages/min**. En 5 min : $60 \times 5 = 300$ pages. Pour 420 pages : $420 \div 60 = 7$ min.

Valeur manquante : passer par l'unité, utiliser k , ou faire un produit en croix. 4 kg coûtent 10 € $\rightarrow$ 6 kg : $\frac{6 \times 10}{4} = 15$ €.

Erreur fréquente

k dépend du **sens** et des **unités** : 2,50 €/kg n'est pas 2,50 kg/€. Toujours écrire l'unité de k .

C3. Proportion et pourcentage

$$p = \frac{\text{partie}}{\text{total}} \quad \text{pourcentage} = 100 \times p$$

Méthode — Deux questions différentes

Chercher une partie : $t\%$ de A , c'est $A \times \frac{t}{100}$.

Chercher un pourcentage : partie $\div$ total, puis $\times 100$.

Exemple

6 élèves sur 24 : $6/24 = 0,25 = 25\%$.

20 % de 30 élèves : $30 \times 0,20 = 6$ élèves.

Erreur fréquente

20 % de 150, ce n'est pas $150 \div 20$: c'est $150 \times 0,20 = 30$. Partie et total dans la **même unité**.

C7. Les échelles

Définition

Dans la même unité, l'échelle est le rapport longueur sur le plan $\div$ longueur réelle. Elle n'a pas d'unité.

$$e = \frac{\text{plan}}{\text{réel}} \quad \text{plan} \xrightarrow{\times n} \text{réel} \xrightarrow{\div n} \text{plan}$$

À l'échelle 1 : 50, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité.

Exemple — Un plan au 1:50

8 cm sur le plan $\rightarrow 8 \times 50 = 400$ cm = 4 m.

3 m réels = 300 cm $\rightarrow 300 \div 50 = 6$ cm sur le plan.

Retrouver l'échelle : 4 cm pour 2 m $\rightarrow e = 4/200 = 1/50$.

Erreur fréquente

Ne jamais diviser des cm par des m sans convertir. Pour une réduction au 1 : n , le coefficient **plan** $\rightarrow$ **réalité** est n , pas $1/n$.

C6. Résoudre un problème

Méthode — Quatre étapes

- Comprendre** : les données, les unités, ce qu'on cherche.
- Choisir** : coefficient, pourcentage, échelle, ou plusieurs étapes.
- Calculer** : écrire les opérations, garder les unités.
- Vérifier et conclure** : contrôler le total, répondre par une phrase.

Exemple — Une boisson au sirop

500 mL à 20 % de sirop **du volume final** : $V_{\text{sirop}} = 500 \times 0,20 = 100$ mL et $V_{\text{eau}} = 400$ mL. Vérification : $100/500 = 0,20$.

Erreur fréquente

« 20 % du mélange final » n'est pas « ajouter 20 % à l'eau ». Toujours identifier le **total auquel le pourcentage s'applique**.

Définition

Chaque évolution s'applique à la valeur **obtenue à l'étape précédente**. On **multiplie les coefficients**, on n'additionne jamais les taux.

$$C_{\text{global}} = C_1 \times C_2 \quad t_{\text{global}} = (C_{\text{global}} - 1) \times 100$$

$C_{\text{global}} > 1$: hausse ; < 1 : baisse ; $= 1$: retour au départ.

Exemple — Deux remises

100 €, -20 % puis -10 % du prix déjà réduit :

$$100 \xrightarrow{\times 0,80} 80 \xrightarrow{\times 0,90} 72 \text{ €}.$$

$C = 0,80 \times 0,90 = 0,72$, donc $t = -28$: baisse de **28 %**, pas 30 %.

Erreur fréquente

+20 % suivi de -20 % ne s'annule pas : $1,20 \times 0,80 = 0,96$, soit une **baisse de 4 %**.

C2 (prolongement). Du tableau au modèle

Définition

$y = k \times x$ s'écrit aussi $f(x) = k \times x$; on lit « f de x ». Ruban à 2 € le mètre : $f(x) = 2x$, donc $f(3) = 6$.

Pour construire : calculer des couples $(x; y)$, choisir les graduations, placer les points, tracer la droite **passant par l'origine**, nommer les axes avec leurs unités.

C4. Taux d'évolution

Définition — Coefficient multiplicateur

Hausse de $p\%$: $C = 1 + \frac{p}{100}$. Baisse de $p\%$: $C = 1 - \frac{p}{100}$.

$$V_f = V_i \times C \quad t = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 \quad (V_i \neq 0)$$

$t > 0$: hausse ; $t < 0$: baisse. Dans tous les cas $C = 1 + t/100$.

Exemple — Une remise

Sac à 80 €, remise de 15 % : $C = 0,85$ et $80 \times 0,85 = 68$ €. Le **montant** de la remise est $80 - 68 = 12$ €, pas 68 €.

Exemple — Un abonnement

De 20 € à 23 € : $t = \frac{23-20}{20} \times 100 = 15$, hausse de 15 %.

HT et TTC : avec une TVA de 20 %, $\text{TTC} = \text{HT} \times 1,20$. Ce taux est une donnée de l'énoncé, pas une règle universelle.

C5. Retrouver la valeur initiale

$$V_i = \frac{V_f}{C} \quad (C \neq 0)$$

On **divise** par le coefficient de l'évolution. On n'applique pas le pourcentage opposé.

Exemple

Après une hausse de 10 %, un abonnement coûte 33 € : avant, $33 \div 1,10 = 30$ €. Vérification : $30 \times 1,10 = 33$.

Erreur fréquente

Après une remise de 20 %, **rajouter** 20 % est faux : $64 \times 1,20 = 76,80$ et non 80. La base du pourcentage a changé.

C8. Évolutions successives

Mémo des coefficients

+10 % $\rightarrow \times 1,10$ ■ +20 % $\rightarrow \times 1,20$ ■ -10 % $\rightarrow \times 0,90$ ■ -20 % $\rightarrow \times 0,80$ ■ -50 % $\rightarrow \times 0,50$ ■ revenir en arrière : **diviser** par C .

Les réflexes du chapitre

- Vérifier que la situation est bien proportionnelle avant d'utiliser k .
- Donner l'unité de k .
- Identifier le **total de référence** d'un pourcentage.
- Convertir avant tout calcul d'échelle.
- Multiplier les coefficients pour des évolutions successives.
- Vérifier le résultat en refaisant le chemin inverse.

Je sais faire

- ☐ Vérifier qu'un tableau est proportionnel (C1).
- ☐ Calculer k et donner son unité (C2).
- ☐ Passer d'une proportion à un pourcentage, et l'inverse (C3).
- ☐ Calculer $t\%$ d'une quantité (C3).
- ☐ Passer du plan à la réalité et de la réalité au plan (C7).
- ☐ Résoudre un problème de mélange en identifiant le total (C6).
- ☐ Appliquer une hausse ou une baisse avec un coefficient (C4).
- ☐ Calculer un taux d'évolution à partir de deux valeurs (C4).
- ☐ Retrouver une valeur initiale en divisant par C (C5).
- ☐ Enchaîner deux évolutions en multipliant les coefficients (C8).

Avant de rendre ma copie

J'ai écrit les **unités** ■ j'ai vérifié que le **total de référence** est le bon ■ j'ai contrôlé mon résultat par le calcul inverse ■ j'ai répondu par une **phrase**.