

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro – groupement B**Cours****Chapitre 7****Géométrie dans l'espace**Édition : 1^{er} octobre 2026 – Naïm Azzouz**Rappel de cours — Avant de commencer**

Reconnaître rectangles et triangles rectangles ; utiliser Pythagore ; calculer une aire et convertir des longueurs. Ces acquis viennent des automatismes et de la géométrie de Seconde.

Repères et ordre de travail

Les codes désignent les capacités du chapitre, pas des codes officiels.

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Représenter un solide usuel, à la main et avec un logiciel de géométrie dynamique	Parties 1 et 2	2 él. 2
C2 – Exploiter la représentation d'un solide usuel ou d'un assemblage de solides	Parties 3 et 4	4 él. 4
C3 – Réaliser la section d'un solide usuel par un plan, avec un outil numérique	Partie 5	6 él. 6
C4 – Construire la section plane d'un solide passant par des points donnés, avec un outil numérique	Partie 6	7 él. 7

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

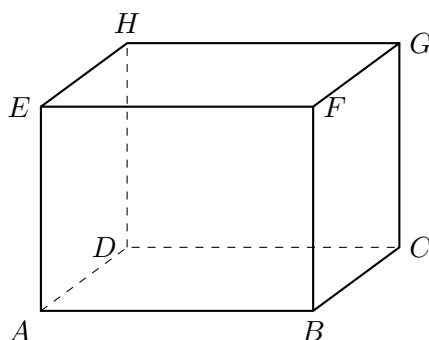
Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version. Un ordinateur avec GeoGebra 3D en français est nécessaire aux applications 2, 5 et 6. Enregistrer les constructions : le dessin papier ne remplace pas la manipulation numérique.

1 Reconnaître et lire un solide

Définition — Six solides usuels

Un cube possède six faces carrées ; un pavé droit six faces rectangulaires. Une pyramide a une base polygonale et un sommet hors du plan de cette base. Un cylindre droit et un cône ont une base en forme de disque. La sphère est une surface ; la boule comprend aussi l'intérieur.



Pavé droit $ABCDEFGH$: les arêtes cachées sont en pointillés.

Méthode — Lire une perspective

Repérer les sommets, puis les arêtes visibles et cachées. Utiliser les dimensions indiquées. Le parallélisme est conservé ; angles et longueurs peuvent être déformés. Une face dessinée comme un parallélogramme peut être un rectangle dans l'espace.

Exemple — Arêtes et faces

Dans le pavé ci-dessus, (AB) est parallèle à (DC) , (EF) et (HG) . Les faces $ABCD$ et $EFGH$ sont parallèles. Les droites (AB) et (AE) se coupent à angle droit.

Application 1 – Voir sans mesurer

Citer deux arêtes parallèles à $[AE]$, puis une face perpendiculaire à la face $ABCD$. Expliquer pourquoi mesurer BC sur le dessin ne donne pas sa longueur réelle.

Correction

$[BF]$, $[CG]$ et $[DH]$ sont parallèles à $[AE]$ (deux suffisent). La face $ABFE$, par exemple, est perpendiculaire à $ABCD$. La perspective réduit et incline la profondeur : il faut lire une cote ou calculer.

2 Construire un solide avec un logiciel

Méthode — Des points au solide

Un point de l'espace peut se repérer par trois coordonnées : abscisse, ordonnée, altitude. Pour obtenir un pavé droit, construire une base rectangulaire dans le plan d'altitude zéro, puis un prisme droit de hauteur positive.

Construction de référence dans GeoGebra 3D. Saisir chaque ligne dans la zone de saisie (pas dans le calcul formel), puis valider :

```
A=(0,0,0)
B=(6,0,0)
C=(6,4,0)
D=(0,4,0)
b=Polygone(A,B,C,D)
pave=Prisme(b,3)
```

Faire tourner la vue et repérer la base, le dessus et les quatre faces latérales. Sauvegarder le fichier. Les commandes sont celles du manuel GeoGebra ; les coordonnées sont sans unité dans le logiciel.

Exemple — Contrôle de la construction

Le pavé de référence a une base de 6 unités sur 4 unités et une hauteur de 3 unités. Ses sommets supérieurs ont une altitude égale à 3. Changer le point de vue ne modifie aucune dimension.

Application 2 – Créer un autre pavé

Dans un nouveau fichier, construire un pavé de longueur 5, de largeur 2 et de hauteur 4. Noter les quatre points de la base et la commande du prisme. Faire tourner la vue, nommer deux faces parallèles et enregistrer le fichier.

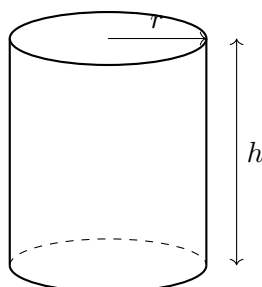
Correction

Base : $(0,0,0)$, $(5,0,0)$, $(5,2,0)$, $(0,2,0)$, dans cet ordre. Créer le polygone b , puis $\text{Prisme}(b,4)$. Les bases d'altitudes 0 et 4 sont parallèles. Contrôler à l'écran les trois dimensions, la vue tournée et le fichier sauvegardé.

3 Exploiter les dimensions : longueurs, aires, volumes

Rappel de cours — Outils de calcul

Pavé : $V = L\ell h$ et aire totale $2(L\ell + Lh + \ell h)$. Cylindre : $V = \pi r^2 h$ et aire latérale $2\pi r h$. Cône : $V = \pi r^2 h/3$. Pyramide : $V = \mathcal{A}_b h/3$. Boule : $V = 4\pi R^3/3$; aire de la sphère : $4\pi R^2$. Ces relations restent disponibles pour l'entraînement.



Cylindre droit : le rayon est la moitié du diamètre.

Méthode — Calculer une diagonale

Dans un pavé droit, appliquer Pythagore dans une face : $AC^2 = L^2 + \ell^2$. Puis dans le triangle rectangle ACG : $AG^2 = AC^2 + h^2$. Le résultat est une longueur, pas un volume.

Exemple — Cuve de dimensions intérieures connues

Pour une cuve de 60 cm sur 40 cm et de hauteur 30 cm : $V = 60 \times 40 \times 30 = 72\,000 \text{ cm}^3 = 72 \text{ L}$. La diagonale de la base vaut $\sqrt{60^2 + 40^2} \approx 72,1 \text{ cm}$. Un petit volume ne garantit pas qu'un objet long entre dans la cuve.

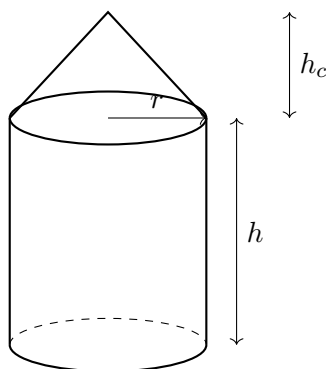
Application 3 – Choisir la grandeur

Une boîte fermée a pour dimensions 8 cm, 6 cm et 4 cm. Calculer son volume, l'aire de ses six faces et la diagonale de sa base de 8 cm sur 6 cm.

Correction

$V = 8 \times 6 \times 4 = 192 \text{ cm}^3$. Aire = $2(48 + 32 + 24) = 208 \text{ cm}^2$. Diagonale = $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$. Les unités distinguent clairement les trois réponses.

4 Décomposer un assemblage et contrôler un modèle



Un cylindre surmonté d'un cône de même rayon ; la base commune est intérieure à l'assemblage.

Méthode — Additionner les bonnes parties

Décomposer en solides dont les intérieurs ne se recouvrent pas. Additionner les volumes ; pour un évidement, soustraire le volume retiré. Pour une surface extérieure, ne pas compter les faces de contact. Garder π jusqu'à l'arrondi final.

Exemple — Modèle de balustre

Un cylindre de rayon 3 cm et hauteur 80 cm est surmonté d'un cône de même rayon, haut de 10 cm. $V = 720\pi + 30\pi = 750\pi \approx 2\,356,2 \text{ cm}^3$. Avec une masse volumique fournie de 720 kg/m^3 , $m = 720 \times 0,0023562 \approx 1,70 \text{ kg}$.

Erreur fréquente — Un diamètre ne remplace pas un rayon

Pour un cylindre à hauteur fixée, doubler le rayon multiplie le volume par 4 ; pour une boule, il le multiplie par 8. Un facteur unique ne convient pas à tous les solides.

Application 4 – Un silo miniature

Le modèle possède un cylindre de rayon 2 cm, de hauteur 6 cm, et un cône de même rayon, haut de 3 cm. Calculer le volume exact puis arrondir au cm^3 . Si toutes les longueurs doublent, par combien le volume est-il multiplié ?

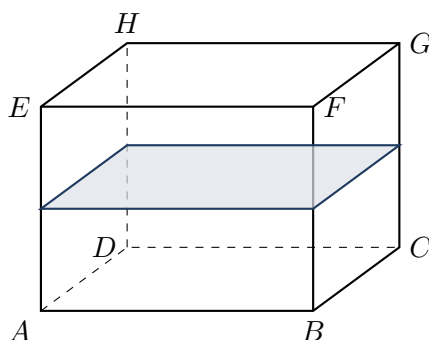
Correction

$V = \pi \times 2^2 \times 6 + \pi \times 2^2 \times 3/3 = 28\pi \approx 88 \text{ cm}^3$. Toutes les longueurs doublent : les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$, soit $224\pi \text{ cm}^3$.

5 Réaliser une section par un plan

Définition — Section et contour

La section est l'intersection du solide plein avec un plan. Pour un cylindre coupé parallèlement aux bases, c'est un **disque** ; le cercle en est le bord. Pour une sphère, l'intersection non dégénérée est un cercle. Une coupe tangente peut se réduire à un point, et un plan extérieur ne coupe pas le solide.



Une coupe parallèle à la base d'un pavé est un rectangle, même si la perspective le déforme.

Méthode — Faire apparaître la section

Dans le fichier du pavé de référence, saisir `p: z=1`, puis `section=Intersection(p,pave)`. Modifier la valeur 1 pour déplacer le plan. Observer la section sous plusieurs angles et utiliser les mesures du logiciel.

Exemple — Ce qui change, ce qui reste

Pour le pavé de base 6×4 et de hauteur 3, les coupes d'altitudes 1 ou 2 sont des rectangles de 6 sur 4. À l'altitude 4, le plan ne rencontre plus le pavé.

Application 5 – Déplacer le plan de coupe

Reprendre le pavé $5 \times 2 \times 4$ de l'application 2. Construire ses sections par $z = 1$, $z = 3$ puis $z = 5$. Consigner la forme et les dimensions ; enregistrer au moins deux vues.

Correction

Pour $z = 1$ et $z = 3$, section rectangulaire 5×2 , d'aire 10 unités². Pour $z = 5$, aucune intersection car le solide s'arrête à l'altitude 4. Contrôler les constructions, et pas seulement ces réponses écrites.

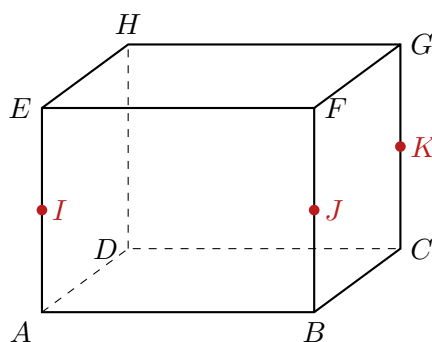
6 Construire une section passant par trois points

Méthode — Trois points non alignés

Trois points non alignés définissent un plan. Les trois points donnés ne sont pas nécessairement tous les sommets de la section. Construire le plan, obtenir l'intersection avec le solide, puis contrôler toutes les faces traversées.

Exemple — Une coupe à mi-hauteur

Dans le pavé de référence, saisir $I = (0, 0, 1.5)$, $J = (6, 0, 1.5)$, $K = (6, 4, 1.5)$ puis $q = \text{Plan}(I, J, K)$ et $\text{Intersection}(q, \text{pave})$. Le quatrième sommet est $(0, 4, 1.5)$: la section est le rectangle horizontal de dimensions 6 et 4.



Les trois points fournis sont à mi-hauteur de trois arêtes verticales ; la section reste à construire.

Remarque — Autres coupes utiles

Un cône de hauteur H et rayon R , coupé parallèlement à sa base à distance h du sommet, donne un disque de rayon $r = Rh/H$. Pour une boule de rayon R , un plan à distance $d < R$ du centre donne un disque de rayon $\sqrt{R^2 - d^2}$, par Pythagore.

Application 6 – Une coupe différente

Dans le pavé de référence, placer $U = (3, 0, 0)$, $V = (0, 2, 0)$ et $W = (0, 0, 1.5)$. Construire le plan (UVW) et la section du pavé. Nommer la figure obtenue et expliquer pourquoi elle diffère de l'exemple précédent.

Correction

La section est le triangle UVW , situé près du sommet A . Elle ne traverse que les trois faces issues de A , contrairement à la coupe horizontale à quatre sommets. Les trois sommets donnés sont cette fois tous les sommets de la section.

Bilan – Je sais faire

- Identifier le solide et la grandeur cherchée avant de calculer.
- Représenter avec un logiciel ; contrôler les dimensions en changeant de vue.
- Pour une section : distinguer le plan, la surface coupée et son bord ; vérifier toutes les faces traversées.
- Pour un résultat : contrôler unités, rayon/diamètre, limites du modèle et ordre de grandeur.