

Fonction dérivée et étude des variations

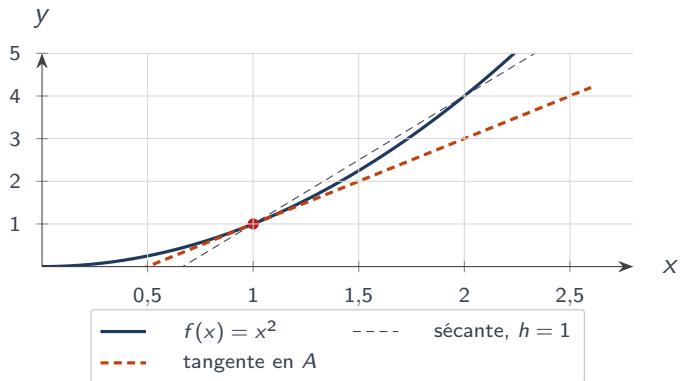
Chapitre 6 — Mathématiques — Première Bac Pro

Naïm Azzouz

17 septembre 2026

- une courbe, un point, et une question : à **quelle pente** la courbe monte-t-elle *exactement* en ce point ?
- la réponse est un nombre : le **nombre dérivé**
- son **signe** donne le sens de variation
- en physique, c'est une **vitesse de variation**

On ne dérive ici que des fonctions **affines**, la fonction **carré**, leurs sommes et multiples, et la fonction **inverse**.



quand h diminue, la sécante **pivote** vers la tangente

h	1	0,5	0,2	0,1	0,01
pente de (AM)	3	2,5	2,2	2,1	2,01

$f'(1) = 2$: le **nombre dérivé** de f en 1

1. repérer le point de contact et la tangente tracée
2. choisir sur la tangente **deux points à coordonnées entières**
3. calculer $f'(a) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

tangente **horizontale** $\Rightarrow f'(a) = 0$

$f(a)$ est une **hauteur** $f'(a)$ est une **pente**

deux nombres différents, qui répondent à deux questions différentes

- placer le point $A(a; f(a))$
- avancer de 1, monter de $f'(a)$ — ou **descendre** si $f'(a) < 0$
- tracer à la règle, prolongée **des deux côtés**

Si les deux axes n'ont pas la même échelle : calculer **deux points** de la tangente avec son équation.

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

$f(a)$ d'abord $\rightarrow f'(a)$ ensuite $\rightarrow$ on développe

Contrôle : le point $(a; f(a))$ doit vérifier l'équation trouvée.

x	3	3,1	3,5
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	2	2,21	3,25
tangente $y = 2x - 4$	2	2,2	3
écart	0	0,01	0,25

tout près de a , la tangente **remplace** la courbe — loin de a , non

$f(x)$	k	$ax + b$	x^2	$\frac{1}{x}$
$f'(x)$	0	a	$2x$	$-\frac{1}{x^2}$

La dérivée d'une constante est **nulle**. Celle d'une fonction affine ne dépend plus de x .

$$(k f)' = k f' \quad \text{et} \quad (f + g)' = f' + g'$$

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \quad \rightarrow \quad f'(x) = 6x - 5$$

On dérive **chaque terme** : le terme constant disparaît.

cours p. 8

$f'(x) > 0$ sur I f est **croissante** sur I

$f'(x) < 0$ sur I f est **décroissante** sur I

$f'(x) = 0$ sur I f est **constante** sur I

Propriété **admise**, à partir de ce que montre le logiciel.

$f(x) = x - 10$ vaut -5 en $x = 5$ et pourtant elle **monte**

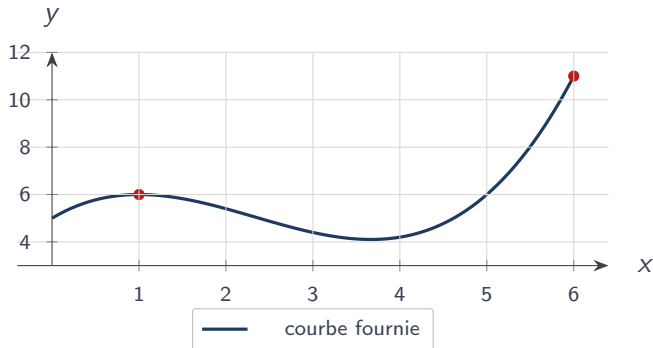
une fonction peut être **négative et croissante**

x	0	2	4
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	3	—5	3

$f(x) = 2x^2 - 8x + 3$ sur $[0 ; 4]$. Un tableau porte des **nombres**, pas seulement des flèches.

9 — Extremum local, extremum global

cours p. 10



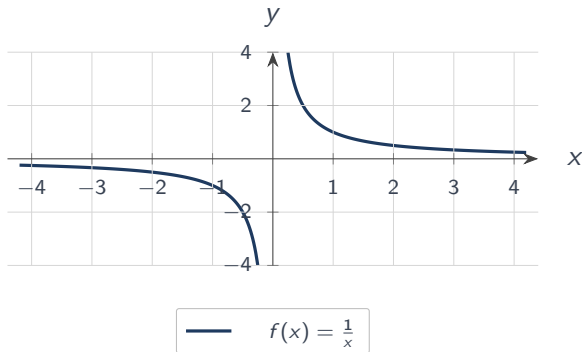
maximum **local** 6 en $x = 1$

maximum **global** 11 au bord

cours p. 10

toujours calculer f aux **deux bornes** de l'intervalle

et vérifier que la valeur qui annule f' appartient bien à l'intervalle d'étude



$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0 : \text{décroissante sur chaque branche}$$

$$d(t) = 20t - 0,5t^2 \quad \rightarrow \quad v(t) = d'(t) = 20 - t$$

$v(0) = 20 \text{ m s}^{-1}$ vitesse au début du freinage

$v(t) = 0$ pour $t = 20 \text{ s}$ le véhicule s'arrête

$d(20) = 200 \text{ m}$ distance de freinage

La dérivée d'une distance est une **vitesse**.

$$u(t) = -2t^2 + 24t \quad \rightarrow \quad u'(t) = -4t + 24$$

$u'(0) = 24$ front de montée, en mV par ms

$u'(6) = 0$ sommet du signal, $u(6) = 72$ mV

$u'(9) = -12$ le signal redescend

Toujours donner l'unité : des millivolts *par* milliseconde.

1. ai-je dérivé *chaque* terme, constante comprise ?
2. mon tableau porte-t-il des *nombres* ?
3. ai-je calculé les valeurs *aux bornes* ?
4. mon extremum est-il *dans* l'intervalle d'étude ?
5. ai-je donné l'*unité* de la dérivée ?

- ni le **degré 3**, ni la règle générale $(x^n)'$
- ni la dérivée d'un **produit** ou d'un **quotient**
- ni le **coût marginal**, ni le **coût moyen unitaire** — ils relèvent d'un autre module, réservé aux spécialités sans physique-chimie