

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 6****Fonction dérivée et étude des variations**

Édition : 17 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Rappel de cours — Avant de commencer

Pour aborder ce chapitre, il faut savoir lire des coordonnées, calculer le coefficient directeur d'une droite passant par deux points, et dresser un tableau de signes. La calculatrice est autorisée ; règle et crayon de couleur sont nécessaires. Une partie du chapitre se fait devant un logiciel de géométrie dynamique.

Repères et ordre de travail

Les codes désignent les capacités du chapitre, pas des codes officiels.

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 et C2 – De la sécante à la tangente	§1	3 él. 2
C2 – Lire un nombre dérivé sur un graphique	§2	4 él. 3
C3 – Construire une tangente connaissant le nombre dérivé	§3	5 él. 4
C4 – L'équation réduite de la tangente	§4	6 él. 5
C5 – La fonction dérivée : affines et carré	§5	7 él. 6
C5 – Les deux règles de dérivation	§6	8 él. 7
C6 – Le signe de f' donne le sens de variation	§7	9 él. 8
C6 et C8 – Dresser un tableau de variations	§8	10 él. 9
C7 – Extremum local, extremum global	§9	11 él. 10
C9 – La fonction inverse	§10	12 él. 11
C5 à C7 – Bivalence : mécanique et signaux	§11	13 él. 13

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Les parties se lisent dans l'ordre. Dans tout le chapitre, on ne dérive que des fonctions **affines**, la fonction **carré**, leurs sommes et leurs multiples, et la fonction **inverse** : ce sont les seules du programme de ce module. Le degré 3 et la règle générale $(x^n)'$ n'en font pas partie.

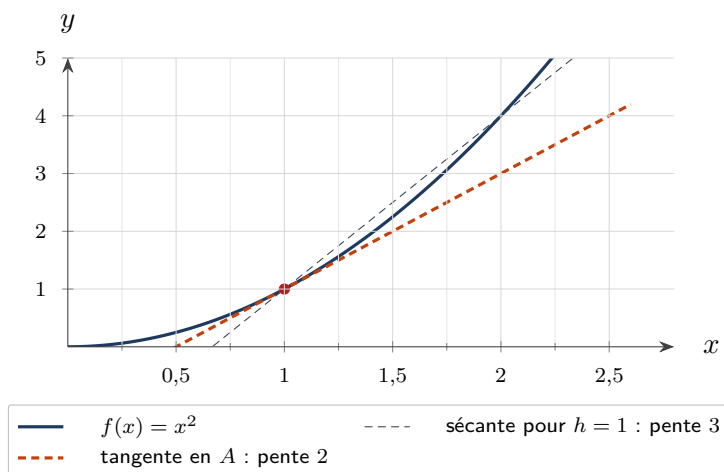
1 De la sécante à la tangente (C1 et C2)

Définition — Sécante et taux de variation

La droite qui passe par deux points A et M d'une courbe s'appelle une **sécante**. Son coefficient directeur est le **taux de variation** de f entre les deux abscisses :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Rapprochons M de A en diminuant h . La sécante pivote, et elle se rapproche d'une position limite : c'est la **tangente** à la courbe en A .



Le point A a pour coordonnées $(1; 1)$. Quand h diminue, la sécante en pointillés bascule vers la droite en tirets.

Méthode — Voir la limite au logiciel de géométrie dynamique

Tracer $f(x) = x^2$, placer $A(1; 1)$ et un point M d'abscisse $1 + h$ réglé par un curseur, puis tracer la droite (AM) . En faisant diminuer h , on lit le coefficient directeur de la sécante :

h	1	0,5	0,2	0,1	0,01
pente de (AM)	3	2,5	2,2	2,1	2,01

Les valeurs s'approchent de **2** : c'est le **nombre dérivé** de f en 1.

Définition — Nombre dérivé

Le **nombre dérivé** de f en a , noté $f'(a)$, est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe au point d'abscisse a .

Erreur fréquente — La tangente n'est pas « la droite qui touche en un seul point »

Une tangente peut recouper la courbe ailleurs. Ce qui la définit, c'est d'être la position **limite des sécantes** en ce point — autrement dit, de coller à la courbe *au voisinage* du point.

Application 1 – Des sécantes vers la tangente

On donne $f(x) = x^2$ et le point B d'abscisse 3.

- Calculer le taux de variation de f entre 3 et 4, puis entre 3 et 3,5.
- Au logiciel, on obtient encore : pente 6,2 pour $h = 0,1$ et 6,02 pour $h = 0,01$. Vers quelle valeur les pentes se dirigent-elles ?
- En déduire $f'(3)$.

Correction — Application 1

a. Entre 3 et 4 : $\frac{16 - 9}{1} = 7$. Entre 3 et 3,5 : $\frac{12,25 - 9}{0,5} = \frac{3,25}{0,5} = 6,5$.

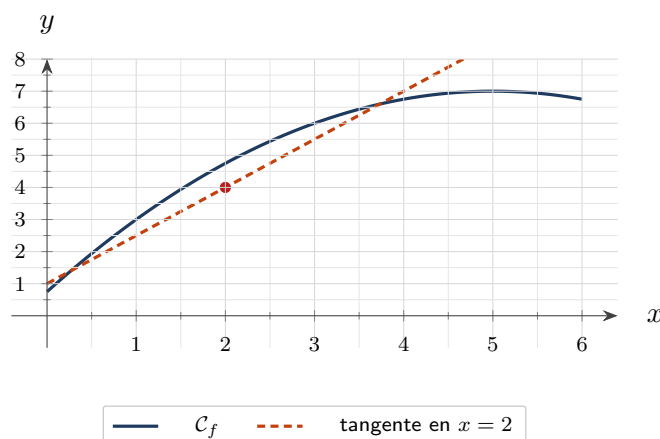
b. Les pentes 7 ; 6,5 ; 6,2 ; 6,02 se dirigent vers 6.

c. $f'(3) = 6$.

Conduite : faire faire la manipulation au logiciel avant d'écrire quoi que ce soit. Le programme demande que le nombre dérivé naisse de cette observation, pas d'une formule.

2 Lire un nombre dérivé sur un graphique (C2)**Méthode — Lire $f'(a)$ en trois gestes**

- Repérer le point de la courbe d'abscisse a et la tangente qui y est tracée.
- Choisir sur cette tangente **deux points à coordonnées entières**.
- Calculer son coefficient directeur : on avance de Δx , on monte de Δy , et $f'(a) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.



La tangente passe par (2 ; 4) et par (4 ; 7) : on avance de 2, on monte de 3.

Exemple — Lecture du nombre dérivé

De (2 ; 4) à (4 ; 7) : $\Delta x = 4 - 2 = 2$ et $\Delta y = 7 - 4 = 3$.

$$f'(2) = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Erreur fréquente — Ne pas lire l'ordonnée du point

$f(2) = 4$ est la **hauteur** du point ; $f'(2) = 1,5$ est la **pente** de la tangente. Deux nombres différents, qui répondent à deux questions différentes.

Application 2 – Deux lectures

Sur la figure ci-dessus :

- Que vaut $f(2)$?
- La tangente au point d'abscisse 5 est horizontale. Que vaut $f'(5)$?
- Sans calcul, dire si $f'(1)$ est positif ou négatif, et pourquoi.

Correction — Application 2

- $f(2) = 4$: c'est l'ordonnée du point, pas la pente.
- Une droite horizontale a un coefficient directeur nul : $f'(5) = 0$.
- En $x = 1$ la courbe **monte** : sa tangente monte aussi, donc $f'(1) > 0$.

Conduite : la question c. annonce le §7. Faire dire « la courbe monte donc la pente est positive » avant d'écrire le théorème.

3 Construire une tangente (C3)**Méthode — Tracer la tangente en trois gestes**

Connaissant a , $f(a)$ et $f'(a)$: **1.** placer le point $A(a; f(a))$; **2.** à partir de A , avancer de 1 vers la droite et monter de $f'(a)$ — ou descendre si $f'(a)$ est négatif — pour obtenir un second point ; **3.** tracer la droite à la règle en la prolongeant des deux côtés.

Exemple — Tracer la tangente en $x = 1$ sachant que $f(1) = 3$ et $f'(1) = -2$

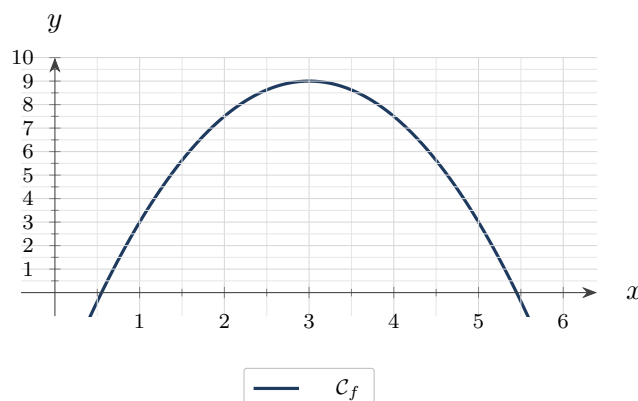
On place $A(1; 3)$. Puis on avance de 1 et l'on **descend** de 2 : on obtient $(2; 1)$. La droite $(A; (2; 1))$ est la tangente cherchée.

Erreur fréquente — Un nombre dérivé négatif fait descendre

$f'(a) = -2$ signifie « en avançant de 1, on descend de 2 ». L'erreur est de monter de 2 et d'obtenir une tangente symétrique de la bonne.

Application 3 – Trois tangentes à tracer

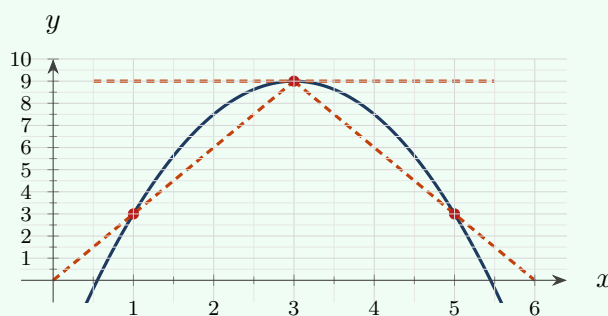
On donne la courbe ci-dessous, ainsi que $f'(1) = 3$, $f'(3) = 0$ et $f'(5) = -3$.



Tracer les trois tangentes correspondantes, à la règle.

Correction — Application 3

Les trois points de contact se lisent sur la courbe : $(1; 3)$, $(3; 9)$ et $(5; 3)$.



En $x = 3$ la tangente est **horizontale** : $f'(3) = 0$. C'est le sommet de la courbe.

Conduite : exiger la règle et le prolongement des deux côtés. Une tangente tracée comme un petit segment collé à la courbe ne montre pas ce qu'elle est.

4 L'équation réduite de la tangente (C4)**Proposition — Équation réduite de la tangente (admise)**

La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a a pour équation réduite

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Le coefficient directeur est $f'(a)$; la droite passe par le point $(a; f(a))$.

Exemple — Tangente à $f(x) = x^2 - 4x + 5$ en $a = 3$

1. $f(3) = 9 - 12 + 5 = 2$. 2. $f'(x) = 2x - 4$, donc $f'(3) = 2$.

3. $y = 2(x - 3) + 2 = 2x - 6 + 2$, soit

$$y = 2x - 4$$

Méthode — La tangente est la meilleure approximation affine, tout près de a

C'est l'activité numérique proposée par le programme. Au voisinage de $a = 3$, la tangente et la courbe se confondent presque :

x	3	3,1	3,5
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	2	2,21	3,25
tangente $y = 2x - 4$	2	2,2	3
écart	0	0,01	0,25

Plus on s'éloigne de 3, plus l'écart grandit. **Tout près** du point, remplacer la courbe par sa tangente est une approximation acceptable.

Erreur fréquente — $f(a)$ et $f'(a)$ ne se remplacent pas l'un l'autre

Dans $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, le premier est une **pente** , le second une **hauteur** . Les échanger donne une droite qui ne touche même pas la courbe.

Application 4 – Deux équations de tangente

On reprend $f(x) = x^2 - 4x + 5$, dont la dérivée est $f'(x) = 2x - 4$.

- Écrire l'équation réduite de la tangente en $a = 1$.
- Écrire celle en $a = 0$.
- Pour quelle valeur de a la tangente est-elle horizontale ? Justifier.

Correction — Application 4

- $f(1) = 1 - 4 + 5 = 2$ et $f'(1) = 2 - 4 = -2$. D'où $y = -2(x - 1) + 2 = -2x + 2 + 2$, soit $y = -2x + 4$.
- $f(0) = 5$ et $f'(0) = -4$. D'où $y = -4(x - 0) + 5$, soit $y = -4x + 5$.
- Une tangente est horizontale quand son coefficient directeur est nul : $f'(a) = 0$ donne $2a - 4 = 0$, donc $a = 2$.

Conduite : la question c. prépare le §9. Faire remarquer que $a = 2$ est l'abscisse du sommet de la parabole.

5 La fonction dérivée (C5)**Définition — Fonction dérivée**

La **fonction dérivée** de f , notée f' , est la fonction qui associe à chaque x le nombre dérivé $f'(x)$.

Méthode — Conjecturer la dérivée de la fonction carré au tableur

Au tableur, une colonne x et une colonne qui calcule la pente de la sécante sur un très petit pas, par exemple $= (A2+0,001)^2 - A2^2) / 0,001$:

x	1	2	3	4	5
pente lue	2,001	4,001	6,001	8,001	10,001

On **conjecture** que la pente vaut $2x$. Le programme demande d'en rester là : la formule est **admise**, elle n'est pas démontrée.

Proposition — Les deux dérivées à connaître (admises)

Fonction	Dérivée	Exemple
$f(x) = k$ (constante)	$f'(x) = 0$	$f(x) = 7 \rightarrow f'(x) = 0$
$f(x) = ax + b$ (affine)	$f'(x) = a$	$f(x) = 3x - 1 \rightarrow f'(x) = 3$
$f(x) = x^2$ (carré)	$f'(x) = 2x$	$f'(4) = 8$

Ce sont les **seules** formules à mémoriser dans ce chapitre, avec celle de la fonction inverse (§10).

Erreur fréquente — La dérivée d'une constante est nulle, pas égale à la constante

$f(x) = 7$ décrit une droite **horizontale** : sa pente vaut 0 partout, donc $f'(x) = 0$. De même, la dérivée de $3x - 1$ vaut 3 : le -1 ne déplace pas la pente.

Application 5 – Six dérivées

Donner la dérivée de chacune de ces fonctions :

- a. $f(x) = 5x - 2$ b. $g(x) = -4$ c. $h(x) = x^2$ d. $k(x) = -7x$ e. $m(x) = 12$ f. $p(x) = 0,5x + 9$

Correction — Application 5

- a. $f'(x) = 5$ b. $g'(x) = 0$ c. $h'(x) = 2x$ d. $k'(x) = -7$ e. $m'(x) = 0$ f. $p'(x) = 0,5$

À faire dire : seule la fonction carré a une dérivée qui *dépend encore de x* . Une fonction affine a une pente constante, donc une dérivée constante.

6 Les deux règles de dérivation (C5)**Proposition — Deux règles, admises**

Multiple : la dérivée de $k \times f$ est $k \times f'$.

Somme : la dérivée de $f + g$ est $f' + g'$.

Le programme les applique « sur des exemples ne nécessitant aucune virtuosité de calcul » : ici, uniquement des polynômes de degré au plus 2.

Exemple — Dériver $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

On dérive terme à terme :

$3x^2$ donne $3 \times 2x = 6x$ ■ $-5x$ donne -5 ■ $+2$ donne 0.

D'où $f'(x) = 6x - 5$. Par exemple $f'(2) = 12 - 5 = 7$.

Erreur fréquente — On dérive chaque terme, on ne dérive pas « en bloc »

Dériver $3x^2 - 5x + 2$ ne donne ni $6x - 5 + 2$ ni $6x$. Chaque terme a sa dérivée, et le terme constant disparaît.

Application 6 – Quatre dérivées, puis une valeur

- a. Dériver $f(x) = x^2 + 4x - 7$. b. Dériver $g(x) = -2x^2 + 6x$.
 c. Dériver $h(x) = 0,5x^2 - 3$. d. Dériver $k(x) = 4x^2$.
 e. Calculer $g'(1)$ et $g'(3)$. Que remarque-t-on en $x = 3$?

Correction — Application 6

- a. $f'(x) = 2x + 4$ b. $g'(x) = -4x + 6$ c. $h'(x) = x$ d. $k'(x) = 8x$
 e. $g'(1) = -4 + 6 = 2$ et $g'(3) = -12 + 6 = -6$. Entre les deux, la dérivée **change de signe** : elle s'annule pour $-4x + 6 = 0$, soit $x = 1,5$. La courbe monte puis descend.
Conduite : la question e. est le pont vers le §7. Faire formuler « la dérivée change de signe » avant d'introduire le théorème.

7 Le signe de f' donne le sens de variation (C6)**Méthode — Conjecturer au logiciel**

Tracer f et sa tangente mobile. Là où la courbe **monte**, la tangente monte : sa pente est **positive**. Là où la courbe **descend**, la pente est **négative**. Au sommet, la tangente est **horizontale**.

Proposition — Signe de la dérivée et variations (admis)

Sur un intervalle I :

- si $f'(x) > 0$ sur I , alors f est **croissante** sur I ;
 si $f'(x) < 0$ sur I , alors f est **décroissante** sur I ;
 si $f'(x) = 0$ sur I , alors f est **constante** sur I .

Cette propriété est **admise**, à partir de ce que le logiciel montre.

Erreur fréquente — Le signe de f' , pas celui de f

Une fonction peut être **négative et croissante** en même temps : $f(x) = x - 10$ vaut -5 en $x = 5$ et pourtant elle monte. C'est le signe de f' qui décide du sens de variation, jamais celui de f .

Application 7 – Du signe aux variations

On donne $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ sur $[0 ; 5]$.

- a. Calculer $f'(x)$.
 b. Résoudre $f'(x) = 0$.
 c. Donner le signe de f' avant et après cette valeur.
 d. En déduire le sens de variation de f sur $[0 ; 5]$.

Correction — Application 7

- a. $f'(x) = -2x + 6$.
 b. $-2x + 6 = 0$ donne $x = 3$.
 c. f' est une fonction affine de coefficient directeur $-2 < 0$: elle est **positive** avant 3 et **négative** après.
 d. f est donc **croissante** sur $[0 ; 3]$ puis **décroissante** sur $[3 ; 5]$.
Contrôle : $f(0) = -5$, $f(3) = 4$, $f(5) = 0$. La fonction monte de -5 à 4, puis redescend à 0. ✓
Conduite : faire vérifier à la calculatrice ou au logiciel : la conclusion doit se voir sur la courbe avant d'être écrite.

8 Dresser un tableau de variations (C6 et C8)

Méthode — Quatre étapes, toujours les mêmes

1. Calculer $f'(x)$. 2. Résoudre $f'(x) = 0$ et étudier son signe. 3. Reporter ce signe dans la ligne $f'(x)$ du tableau. 4. Traduire par des flèches dans la ligne $f(x)$, et calculer les valeurs aux bornes et à l'extremum.

Exemple — Tableau de variations de $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$ sur $[0; 4]$

$f'(x) = 4x - 8$, qui s'annule pour $x = 2$. Comme $4 > 0$, f' est négative avant 2 et positive après.
Valeurs : $f(0) = 3$, $f(2) = 8 - 16 + 3 = -5$, $f(4) = 32 - 32 + 3 = 3$.

x	0	2	4
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	3	↘ ↗ –5	3

Erreur fréquente — Une flèche n'est pas une valeur

Le tableau doit porter les **nombres** aux bornes et à l'extremum. Un tableau qui ne contient que des flèches ne dit pas de combien la fonction monte ni jusqu'où.

Application 8 – Un tableau complet

On donne $g(x) = x^2 - 6x + 5$ sur $[0; 6]$.

- Calculer $g'(x)$ et résoudre $g'(x) = 0$.
- Donner le signe de g' sur $[0; 6]$.
- Calculer $g(0)$, $g(3)$ et $g(6)$.
- Dresser le tableau de variations complet.

Correction — Application 8

- $g'(x) = 2x - 6$, qui s'annule pour $x = 3$.
- $2 > 0$: g' est négative sur $[0; 3]$ et positive sur $[3; 6]$.
- $g(0) = 5$, $g(3) = 9 - 18 + 5 = -4$, $g(6) = 36 - 36 + 5 = 5$.
-

x	0	3	6	
$g'(x)$	−	0	+	
$g(x)$	5	↘ ↗ −4		5

Conduite : faire remarquer que $g(0) = g(6) = 5$: les deux bornes sont symétriques par rapport à $x = 3$. C'est la symétrie de la parabole, vue au chapitre précédent.

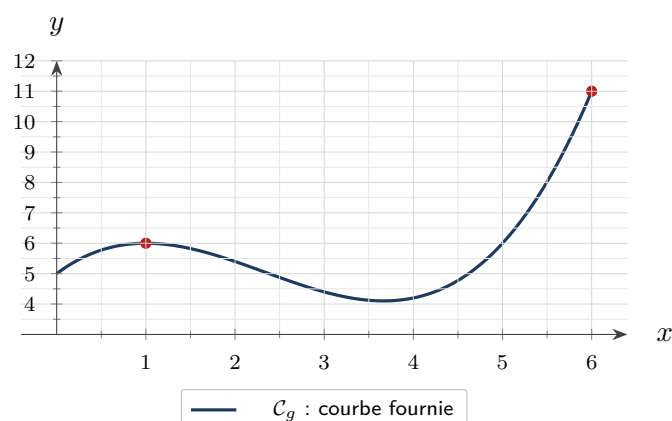
9 Extremum local, extremum global (C7)

Définition — Les deux mots

Un **extremum local** est une valeur plus grande (ou plus petite) que toutes celles obtenues *juste autour* d'elle.

Un **extremum global** est la plus grande (ou la plus petite) valeur prise sur *tout* l'intervalle d'étude.

Un extremum global est toujours local ; l'inverse est faux.



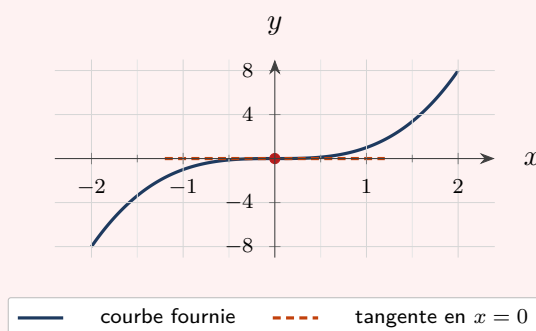
En $x = 1$, la courbe atteint un maximum **local** : 6. Mais la plus grande valeur sur $[0; 6]$ est 11, atteinte au **bord** droit : c'est le maximum **global**.

Remarque — Un extremum peut se trouver au bord

Le programme le demande explicitement : on *visualise* la différence. Sur cette courbe, le maximum global n'est pas celui que la dérivée signale — il est à l'extrémité de l'intervalle. Il faut donc toujours calculer aussi les valeurs **aux bornes**.

Erreur fréquente — Une dérivée qui s'annule ne donne pas toujours un extremum

Le programme demande de le *constater graphiquement*. Sur la courbe ci-dessous, la tangente est horizontale en $x = 0$ — la dérivée s'y annule — et pourtant la fonction **continue de monter** : ce n'est ni un maximum, ni un minimum.



Cette courbe est **donnée** : on l'observe, on ne la dérive pas — sa fonction n'est pas au programme de ce module.

Application 9 – Maximum, et où le chercher

On reprend $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, mais sur l'intervalle $[0; 2]$.

- Calculer $f'(x)$ et son signe sur $[0; 2]$.
- f est-elle croissante ou décroissante sur cet intervalle ?
- Où se trouve le maximum de f sur $[0; 2]$? Combien vaut-il ?
- Pourquoi la réponse n'est-elle pas $x = 3$, comme à l'application 7 ?

Correction — Application 9

a. $f'(x) = -2x + 6$. Sur $[0; 2]$, $x \leq 2$ donc $-2x \geq -4$ et $f'(x) \geq 2 > 0$: la dérivée est **positive** sur tout l'intervalle.

b. f est donc **croissante** sur $[0; 2]$.

c. Le maximum est atteint à la **borne droite** : $f(2) = -4 + 12 - 5 = 3$.

d. Parce que $x = 3$ **n'appartient pas** à $[0; 2]$. La dérivée ne s'annule pas sur cet intervalle : l'extremum est forcément au bord.

Conduite : c'est l'application la plus formatrice du chapitre. Beaucoup d'élèves répondent $x = 3$ par automatisme, sans regarder l'intervalle.

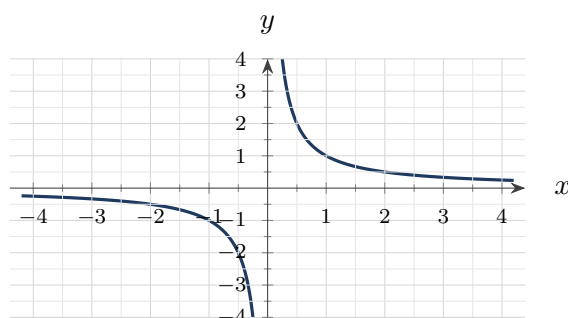
10 La fonction inverse (C9)**Définition — La fonction inverse**

C'est la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$, définie pour tout $x \neq 0$. Sa courbe s'appelle une **hyperbole** : elle a deux branches, l'une pour $x > 0$, l'autre pour $x < 0$.

Proposition — Dérivée et variations de la fonction inverse (admisses)

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Un carré est toujours positif, donc $f'(x)$ est toujours **négative** : la fonction inverse est **décroissante** sur $] -\infty; 0[$ et décroissante sur $]0; +\infty[$.



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$ $	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$ $	$\searrow$

Erreur fréquente — Décroissante sur chaque branche, pas sur $\mathbb{R}$

On ne peut pas dire « f est décroissante sur $\mathbb{R}$ » : $f(-1) = -1$ et $f(1) = 1$, donc la fonction a augmenté entre -1 et 1 . Elle décroît **sur chacune des deux branches**, et le zéro les sépare. La double barre du tableau le marque.

Application 10 – La fonction inverse au travail

- Calculer $f(2)$, $f(4)$ et $f(0,5)$.
- Calculer $f'(2)$ et $f'(4)$. Que remarque-t-on sur leur signe ?
- Écrire l'équation réduite de la tangente à l'hyperbole au point d'abscisse 2.
- Une machine partage un travail de 60 heures entre n postes : la durée par poste est $t(n) = \frac{60}{n}$. Sans calcul, dire si t croît ou décroît quand n augmente, et pourquoi.

Correction — Application 10

- $f(2) = 0,5$ $f(4) = 0,25$ $f(0,5) = 2$.
 - $f'(2) = -\frac{1}{4} = -0,25$ et $f'(4) = -\frac{1}{16} = -0,0625$. Les deux sont **négatifs** : la fonction décroît. La pente s'aplatit quand x grandit.
 - $y = f'(2)(x - 2) + f(2) = -0,25(x - 2) + 0,5 = -0,25x + 0,5 + 0,5$, soit **$y = -0,25x + 1$** .
 - $t(n) = 60 \times \frac{1}{n}$ est un multiple positif de la fonction inverse : elle **décroît**. Plus il y a de postes, moins le travail dure — et le gain s'écrase : passer de 1 à 2 postes fait gagner 30 heures, passer de 5 à 6 n'en fait gagner que 2.
- Réserve à énoncer* : $t = 60/n$ suppose des postes **indépendants et interchangeables**. Dans un atelier réel, les opérations s'enchaînent et ce modèle ne vaut que sur une petite plage.

11 Bivalence : mécanique et signaux (C5 à C7)

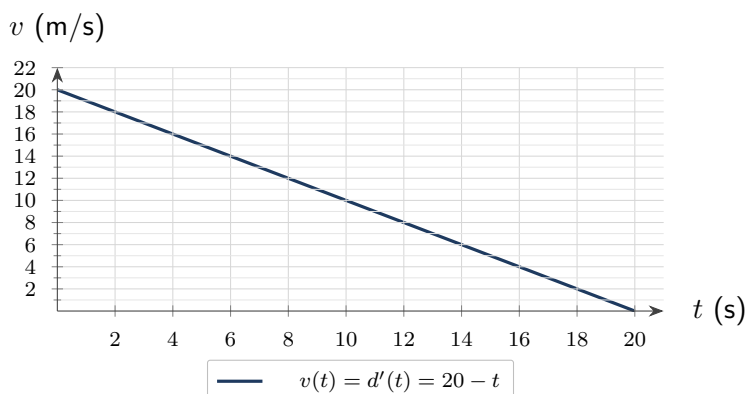
Le programme rattache ce module à **deux** domaines de physique-chimie : la **mécanique** et les **signaux**. Dans les deux cas, la dérivée mesure une *vitesse de variation*.

Exemple — Mécanique : de la distance à la vitesse

Un véhicule freine. La distance parcourue depuis le début du freinage, en mètres, est modélisée par $d(t) = 20t - 0,5t^2$, avec t en secondes.

La **vitesse** est la dérivée de la distance : $v(t) = d'(t) = 20 - t$, en mètres par seconde.

$v(0) = 20$ m/s : c'est la vitesse au début du freinage. $v(t) = 0$ pour $t = 20$ s : le véhicule s'arrête.
 $d(20) = 400 - 200 = 200$ m : distance totale de freinage.



La vitesse décroît régulièrement : $v'(t) = -1$, l'accélération vaut -1 m/s² — un freinage constant.

Exemple — Signaux : la vitesse de variation d'une tension

Un capteur délivre une impulsion. Sa tension, en millivolts, est modélisée par $u(t) = -2t^2 + 24t$, avec t en millisecondes, sur $[0; 12]$.

$u'(t) = -4t + 24$, en millivolts par milliseconde : c'est la **vitesse de montée** du signal.

$u'(0) = 24$ mV par ms : le front de montée. $u'(6) = 0$: le signal atteint son **sommet**, $u(6) = 72$ mV.

$u'(9) = -12$: le signal redescend, aussi vite qu'il montait à $t = 3$, où $u'(3) = 12$.

Remarque — Ce que le modèle dit, et ce qu'il ne dit pas

Ces deux expressions sont des **modèles fournis**. Un freinage réel n'est pas exactement uniforme, et une impulsion de capteur n'est pas exactement une parabole : elles décrivent la tendance sur la plage étudiée, pas le détail du signal. Hors de $[0; 20]$ et de $[0; 12]$, elles n'ont plus de sens — d diminuerait, u deviendrait négative.

Application 11 – Un signal triangulaire arrondi

Un signal a pour modèle $u(t) = -t^2 + 10t$, en millivolts, avec t en millisecondes, sur $[0; 10]$.

- Calculer $u'(t)$.
- Quelle est la vitesse de montée du signal à $t = 0$? Donner l'unité.
- À quel instant le signal est-il maximal ? Quelle est alors sa tension ?
- Que vaut $u'(8)$? Interpréter le signe.

Correction — Application 11

- $u'(t) = -2t + 10$.
 - $u'(0) = 10$ mV par milliseconde : le signal monte de 10 mV à chaque milliseconde au tout début.
 - $u'(t) = 0$ donne $-2t + 10 = 0$, soit $t = 5$ ms. Alors $u(5) = -25 + 50 = 25$ mV.
 - $u'(8) = -16 + 10 = -6$: la dérivée est **négative**, le signal **redescend**, de 6 mV par milliseconde.
- Conduite* : insister sur l'unité de la dérivée — des millivolts *par* milliseconde. C'est une vitesse de variation, pas une tension, et c'est ce que la bivalence Signaux apporte au chapitre.

Bilan – Je sais faire**À retenir**

La dérivée est une pente

$$f'(a) = \text{coefficient directeur de la tangente en } a$$

Le **signe** de f' donne le **sens de variation** de f : positive, la fonction monte ; négative, elle descend ; nulle, la tangente est horizontale.

Méthode — Les seules dérivées du chapitre

k	$ax + b$	x^2	$\frac{1}{x}$
0	a	$2x$	$-\frac{1}{x^2}$

Plus deux règles : $(kf)' = k f'$ et $(f + g)' = f' + g'$. Rien d'autre : ni degré 3, ni produit, ni quotient.

Méthode — Vérifier sa réponse

1. Ai-je dérivé *chaque* terme, et fait disparaître la constante ? 2. Mon tableau porte-t-il des *nombres* et pas seulement des flèches ? 3. Ai-je calculé les valeurs *aux bornes* de l'intervalle ? 4. Mon extremum appartient-il bien à l'intervalle d'étude ? 5. Ai-je donné l'unité de la dérivée quand c'est une grandeur physique ?

Remarque — Ce que ce chapitre ne demande pas

La dérivation se limite aux fonctions **affines**, à la fonction **carré**, à leurs sommes et multiples, et à la fonction **inverse**. Le **degré 3**, la règle générale $(x^n)'$, la dérivée d'un **produit** ou d'un **quotient** n'en font pas partie. Le **coût marginal** et le **coût moyen unitaire** relèvent d'un autre module, réservé aux spécialités sans physique-chimie.