

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro**Livret d'activités****Chapitre 5****Fonctions polynômes de degré 2**

Édition : 17 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Cinq activités qui se suivent. On construit d'abord soi-même la courbe d'une voûte pour découvrir que les racines se lisent dans l'écriture factorisée ; on compare ensuite deux arrosages de terrain, on étudie la puissance reçue par un moteur, on cherche à partir de quand un atelier devient bénéficiaire, et l'on termine en encadrant une racine à l'outil numérique. Écrire à chaque fois une phrase de réponse avec son unité. Les corrigés et la conduite pédagogique suivent chaque activité dans cette version.

Repères et ordre de travail

Activité et intitulé complet	Capacités	Pages
Activité 1 – Le profil d'une voûte de porche	C1, C2, C6	2
Activité 2 – Deux arrosages de terrain	C1, C2, C3	3
Activité 3 – La puissance reçue par un moteur	C4, C6	5
Activité 4 – À partir de quand l'atelier gagne-t-il ?	C5, C6, C7	6
Activité 5 – Encadrer une racine au tableur et en Python	Algorithme	7

Dans l'activité 1, le repère est à construire : c'est la seule fois du chapitre. Partout ailleurs, les courbes sont fournies ou obtenues à l'outil numérique, comme le prévoit le programme. Le **discriminant** n'est employé dans aucune de ces cinq activités : il ne figure pas au programme de ce module.

Rôle : découverte, avant le cours ; contexte bâtiment **Capacités :** C1, C2, C6 **Durée indicative :** 55 min

Activité 1 — Le profil d'une voûte de porche

Objectifs : construire soi-même la courbe d'un polynôme de degré 2 ; découvrir que ses racines se lisent directement dans l'écriture factorisée ; relier le sommet au milieu des racines.

La situation. Un maçon monte un porche dont l'ouverture est une voûte. La hauteur $h(x)$ de la voûte au-dessus du sol, en mètres, est donnée en fonction de la distance x au pied gauche, en mètres, par

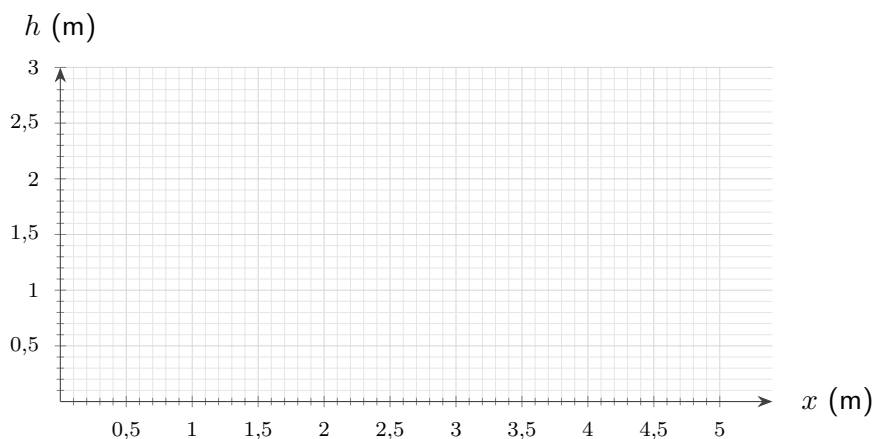
$$h(x) = -0,4x(x - 5) \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 5$$

Problématique : où la voûte touche-t-elle le sol, et quelle est sa hauteur au sommet ?

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Arrondir au dixième.

x (m)	0	1	2	2,5	3	4	5
$h(x)$ (m)							

2. Placer les sept points dans le repère ci-dessous, puis relier à main levée par une courbe régulière, arrondie au sommet.



Sur les deux axes, une ligne fine vaut 0,1 m.

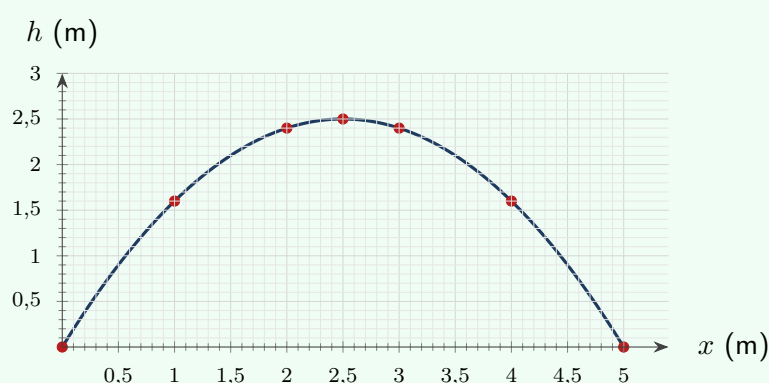
- Pour quelles valeurs de x la hauteur est-elle nulle ? Que représentent ces deux points pour le maçon ?
- Retrouver ces deux valeurs *sans* le tableau ni le graphique, en utilisant l'écriture $h(x) = -0,4x(x - 5)$: à quelle condition un produit est-il nul ?
- Lire sur le graphique l'abscisse du point le plus haut. Comparer ce nombre au *milieu* des deux valeurs trouvées à la question 3. Que remarque-t-on ?
- En déduire la hauteur maximale de la voûte, par le calcul.
- Le maçon doit faire passer sous ce porche un échafaudage roulant de 2 m de large et 2,2 m de haut, qu'il centre sous la voûte. Passe-t-il ? Justifier par deux lectures.

Corrigé de l'activité 1

1.

x (m)	0	1	2	2,5	3	4	5
$h(x)$ (m)	0	1,6	2,4	2,5	2,4	1,6	0

2. Figure-réponse :



3. $h(x) = 0$ pour $x = 0$ et $x = 5$. Ce sont les deux **pieds** de la voûte : l'ouverture du porche mesure 5 m.

4. Un produit est nul dès que l'un de ses facteurs l'est. Ici le facteur $-0,4$ n'est jamais nul ; il reste $x = 0$, et $x - 5 = 0$ qui donne $x = 5$. On retrouve les deux mêmes valeurs, **sans aucun calcul**.

5. Le point le plus haut se lit en $x = 2,5$. Le milieu de 0 et 5 vaut $\frac{0+5}{2} = 2,5$: c'est **le même nombre**. Le sommet est donc au milieu des deux racines.

6. $h(2,5) = -0,4 \times 2,5 \times (2,5 - 5) = -0,4 \times 2,5 \times (-2,5) = 2,5$ m.

7. L'échafaudage, centré, occupe de $x = 1,5$ à $x = 3,5$. Les deux hauteurs à contrôler sont celles des bords : $h(1,5) = -0,4 \times 1,5 \times (-3,5) = 2,1$ m et $h(3,5) = 2,1$ m par symétrie. Or $2,1 < 2,2$: **il ne passe pas**. Il manque 10 cm sur les deux bords, alors même que la voûte culmine à 2,5 m au centre.

Conduite de l'activité. Séance de découverte, **avant** le cours. Les questions 1 et 2 prennent environ 20 min : les graduations sont données, faire repérer l'échelle — une ligne fine vaut 0,1 m — et vérifier que chacun place bien les sept points avant de relier. La question 4 est le cœur de la séance : c'est là que l'écriture factorisée révèle son intérêt, et il faut laisser les élèves la découvrir plutôt que la donner. La question 5 installe le lien sommet / milieu des racines, qui sera démontré au cours. La question 7 est la plus formatrice : elle oblige à calculer la hauteur *aux bords* de l'échafaudage et non au centre, et beaucoup d'élèves concluent d'abord « ça passe, $2,5 > 2,2$ ».

Réserve à énoncer : $h(x) = -0,4x(x - 5)$ est un **modèle** du profil. Une voûte de maçonnerie réelle n'est pas exactement une parabole — plein cintre, anse de panier ou arc surbaissé ont chacun leur tracé. Le modèle sert ici à travailler la lecture, pas à tailler les pierres.

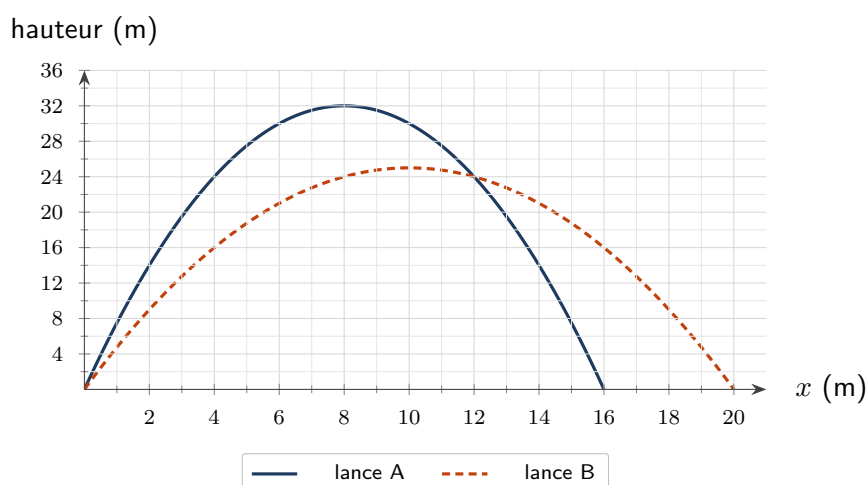
Rôle : installer la capacité 3, absente du site ; ouverture sport **Capacités :** C1, C2, C3 **Durée indicative :** 45 min

Activité 2 — Deux arrosages de terrain

Objectifs : associer une parabole à son expression ; lire la portée et la hauteur maximale sur une forme factorisée ; comparer deux modèles.

La situation. Un centre de secours compare deux **lances à incendie** montées sur un véhicule. La hauteur du jet, en mètres, en fonction de la distance horizontale x au pied de la lance, en mètres, est modélisée par

$$A(x) = -0,5x(x - 16) \quad \text{et} \quad B(x) = -0,25x(x - 20)$$



1. Pour chaque lance, donner les deux racines *sans* utiliser le graphique, à partir de la forme factorisée.
2. Que représente la plus grande des deux racines pour les secours ? Quelle lance a la plus grande portée ?
3. Pour chaque lance, calculer l'abscisse du sommet, puis la hauteur maximale du jet.
4. Sous un vent latéral, les secours veulent éviter que le jet dépasse 30 m de hauteur. Quelle lance respecte cette contrainte ? Justifier.
5. En dehors du pied des lances, où les deux jets partent du sol, lire sur le graphique la distance à laquelle ils sont à la même hauteur, puis le vérifier par le calcul.
6. Une troisième lance est proposée, de modèle $C(x) = -0,5x(x - 20)$. Sans tracer sa courbe, dire si elle conviendrait. Justifier par sa portée et par sa hauteur maximale.

Corrigé de l'activité 2

1. A : le facteur x donne $x = 0$, et $x - 16 = 0$ donne $x = 16$. B : $x = 0$ et $x = 20$.
2. La plus grande racine est la **portée** de la lance : la distance à laquelle le jet retombe au sol. La lance B a la plus grande portée, 20 m contre 16 m.
3. A : $x_S = \frac{0+16}{2} = 8$ m et $A(8) = -0,5 \times 8 \times (-8) = 32$ m. B : $x_S = \frac{0+20}{2} = 10$ m et $B(10) = -0,25 \times 10 \times (-10) = 25$ m.
4. La lance B : sa hauteur maximale est de 25 m, inférieure à 30 m. La lance A monte à 32 m et dépasse la contrainte.
5. Les deux jets partent tous deux du sol en $x = 0$: ce point-là ne compte pas. En dehors du pied des lances, les deux courbes se croisent à $x = 12$ m. Vérification : $A(12) = -0,5 \times 12 \times (-4) = 24$ et $B(12) = -0,25 \times 12 \times (-8) = 24$. Les deux jets sont bien à 24 m de hauteur. ✓
6. C a pour racines 0 et 20 : sa portée est de 20 m, comme B. Son sommet est en $x_S = 10$, et $C(10) = -0,5 \times 10 \times (-10) = 50$ m. Il **ne convient pas** : sa hauteur maximale dépasse largement les 30 m autorisés. Même portée que B, mais un jet deux fois plus haut — c'est le coefficient a qui fait toute la différence.

Conduite de l'activité. La question 1 s'énonce et se corrige en cinq minutes : c'est un rappel. Le cœur est la question 6, qui fait travailler la capacité 3 du programme sans graphique : deux fonctions ayant les *mêmes racines* n'ont pas la même courbe, et seul le coefficient a les distingue. Faire formuler cette phrase par les élèves. La question 5 demande une lecture puis une vérification : exiger les deux, dans cet ordre. *Réserve à énoncer* : un jet d'eau réel n'est pas exactement parabolique — l'air freine et disperse les gouttes, et le vent déforme la courbe. Les deux expressions sont des modèles fournis par le fabricant ; elles servent à comparer deux matériels, pas à prédire où retombera l'eau.

Rôle : bivalence Électricité, annoncée par le BO Capacités : C4, C6 Durée indicative : 45 min

Activité 3 — La puissance reçue par un moteur

Objectifs : reconnaître un polynôme de degré 2 déjà factorisé dans une situation d'électricité ; tester une racine ; dresser un tableau de signes et revenir à la grandeur physique. *Bivalence Électricité, annoncée par le programme du module.*

La situation. Une alimentation de force électromotrice $E = 24\text{ V}$ et de résistance interne $r = 4\ \Omega$ alimente un moteur.

Document 1

$$\text{Tension aux bornes du moteur} \quad U = E - rI = 24 - 4I$$

$$\text{Puissance reçue par le moteur} \quad P = U \times I$$

- Montrer que $P(I) = I(24 - 4I)$, puis développer cette expression. De quel degré est ce polynôme ? Est-il donné sous forme factorisée ?
- Compléter le tableau ci-dessous.

I (A)	0	1	2	3	4	5	6
U (V)							
P (W)							

- Sur la forme factorisée, donner les deux racines de P sans calcul. Interpréter chacune d'elles physiquement : que se passe-t-il dans le circuit ?
- Vérifier par le calcul la plus grande des deux racines trouvées à la question 3.
- Dresser le tableau de signes de $P(I)$ sur $\mathbb{R}$, en faisant apparaître une ligne par facteur.
- Pour quelles intensités la puissance reçue est-elle positive ? Quelle partie de ce résultat a un sens pour le circuit ? Justifier.
- Déterminer l'intensité pour laquelle le moteur reçoit la puissance maximale, et calculer cette puissance. Quelle est alors la tension à ses bornes ?

Corrigé de l'activité 3

1. $P = U \times I = (24 - 4I) \times I = I(24 - 4I)$. En développant : $P(I) = 24I - 4I^2$, soit $-4I^2 + 24I$. C'est un polynôme de **degré 2** en I , et il est bien donné sous **forme factorisée** : ses deux facteurs sont I et $24 - 4I$.

2.

I (A)	0	1	2	3	4	5	6
U (V)	24	20	16	12	8	4	0
P (W)	0	20	32	36	32	20	0

- Le facteur I s'annule pour $I = 0$; le facteur $24 - 4I$ s'annule pour $I = 6\text{ A}$.
 $I = 0$: **circuit ouvert**, aucun courant ne circule, le moteur ne reçoit rien. $I = 6\text{ A}$: la tension à ses bornes est **nulle** — c'est le court-circuit — et la puissance reçue l'est donc aussi.
- La plus grande racine est $I = 6\text{ A}$: $P(6) = 6 \times (24 - 4 \times 6) = 6 \times 0 = 0$. ✓
- Racines 0 et 6 ; le coefficient de I^2 vaut $-4 < 0$.

I	$-\infty$	0	6	$+\infty$
I		$-$	0	$+$
$24 - 4I$		$+$	$+$	0
$P(I)$		$-$	0	$+$

6. $P(I) > 0$ pour I strictement compris entre 0 et 6 A. Seule cette partie a un sens : l'intensité débitée par l'alimentation ne peut pas être négative, et au-delà de 6 A le modèle sort de son domaine de validité — l'alimentation ne peut pas débiter davantage que son courant de court-circuit.

7. L'axe de symétrie passe au milieu des racines : $I_S = \frac{0+6}{2} = 3$ A. Alors $P(3) = 3 \times (24 - 12) = 3 \times 12 = 36$ W, et la tension vaut $U = 24 - 4 \times 3 = 12$ V — exactement la moitié de E .

Conduite de l'activité. Séance après le §7 du cours. La question 2 se fait à la calculatrice et sert de conjecture : les élèves voient le maximum apparaître au milieu du tableau avant qu'on ne le calcule. La question 3 est celle qui porte la bivalence : faire nommer les deux régimes — circuit ouvert et court-circuit — et faire dire que la puissance reçue est nulle dans les deux cas, pour deux raisons opposées. La question 6 est la plus importante : le tableau de signes se dresse sur $\mathbb{R}$, mais la réponse physique se restreint. Beaucoup d'élèves recopient l'intervalle sans le questionner.

Un fait à signaler : la puissance reçue est maximale quand $U = E/2$, donc quand la résistance du moteur égale la résistance interne de l'alimentation. C'est un résultat classique d'électricité, et il tombe ici d'une simple lecture de sommet.

Réserve à énoncer : le modèle suppose E et r **constants**. Une batterie qui se décharge voit sa force électromotrice baisser et sa résistance interne augmenter : la courbe se déforme. Le modèle vaut sur une plage limitée.

Rôle : le tableau de signes au service d'une décision ; contexte agencement **Capacités :** C5, C6, C7 **Durée indicative :** 50 min

Activité 4 — À partir de quand l'atelier gagne-t-il ?

Objectifs : factoriser un polynôme dont une racine est connue ; trouver la seconde racine ; dresser un tableau de signes et l'utiliser pour décider.

La situation. Un atelier d'agencement fabrique des meubles sur mesure. Son bénéfice mensuel B , en euros, en fonction du nombre n de meubles fabriqués dans le mois, est modélisé sur $[0 ; 50]$ par

$$B(n) = -2n^2 + 100n - 800$$

La comptable indique qu'à **10 meubles**, l'atelier est exactement à l'équilibre : le bénéfice est nul.

1. Vérifier par le calcul que 10 est bien une racine de B .

2. Relever les coefficients a et c , puis calculer la seconde racine avec $n_2 = \frac{c}{a n_1}$. Vérifier la valeur trouvée.

3. Écrire B sous forme factorisée, puis contrôler en développant.

4. Dresser le tableau de signes de $B(n)$ sur $[0 ; 50]$.

5. Entre combien et combien de meubles par mois l'atelier est-il bénéficiaire ? Rédiger la réponse en une phrase.

6. Que se passe-t-il au-delà ? Proposer une explication concrète : pourquoi le bénéfice peut-il diminuer quand on fabrique davantage ?

7. Déterminer le nombre de meubles qui rend le bénéfice maximal, et calculer ce bénéfice.

8. L'atelier a produit **38 meubles** le mois dernier. Était-il bénéficiaire ? De combien aurait-il fallu changer la production pour atteindre le bénéfice maximal ?

Corrigé de l'activité 4

1. $B(10) = -2 \times 100 + 1\,000 - 800 = -200 + 1\,000 - 800 = 0. \checkmark$

2. $a = -2$ et $c = -800$, donc $n_2 = \frac{-800}{-2 \times 10} = \frac{-800}{-20} = 40.$

Vérification : $B(40) = -2 \times 1\,600 + 4\,000 - 800 = -3\,200 + 3\,200 = 0. \checkmark$

3. $B(n) = -2(n-10)(n-40).$

Contrôle : $-2(n^2 - 40n - 10n + 400) = -2(n^2 - 50n + 400) = -2n^2 + 100n - 800. \checkmark$

4. Racines 10 et 40 ; coefficient $a = -2 < 0.$

n	0	10	40	50
-2	—	—	—	—
$n - 10$	—	0	+	+
$n - 40$	—	—	0	+
$B(n)$	—	0	+	0

5. L'atelier est bénéficiaire entre **10 et 40 meubles** par mois. En dessous de 10, les charges fixes ne sont pas couvertes ; au-delà de 40, le bénéfice redevient négatif.

6. Au-delà de 40 meubles, il faut recourir à des heures supplémentaires, à de la sous-traitance ou à de la matière achetée en urgence, plus chère. Le coût de chaque meuble supplémentaire finit par dépasser ce qu'il rapporte.

7. $n_S = \frac{10+40}{2} = 25$ meubles, et $B(25) = -2 \times 15 \times (-15) = 450 \text{ €}.$

8. $B(38) = -2 \times 28 \times (-2) = 112 \text{ €}$: l'atelier était bénéficiaire, mais de peu — il est tout près du seuil de 40. Pour atteindre le maximum, il aurait fallu **réduire** la production de $38 - 25 = 13$ meubles. C'est contre-intuitif : produire moins aurait rapporté davantage.

Conduite de l'activité. Séance après le §9 du cours. Les questions 1 à 3 s'enchaînent vite ; le temps doit aller aux questions 6 et 8. La question 8 est le retournement de la séance : la plupart des élèves répondent « il faut produire plus » avant de lire le tableau. Faire calculer $B(38)$ et $B(25)$ côte à côte. Réserve à énoncer : $B(n) = -2n^2 + 100n - 800$ est un **modèle** construit par la comptable à partir des mois précédents. Un bénéfice réel ne suit pas une parabole : il dépend des commandes, des prix de la matière et des délais. Le modèle sert à situer un ordre de grandeur et un seuil, pas à fixer un objectif de production au meuble près.

Rôle : l'exemple d'algorithme du module, en salle informatique **Capacités** : Algorithme **Durée indicative** : 55 min

Activité 5 — Encadrer une racine au tableur et en Python

Objectifs : obtenir une courbe à l'outil numérique ; encadrer une racine par balayage au tableur puis en Python ; écrire une valeur approchée avec le bon symbole. C'est l'exemple d'algorithme inscrit au programme de ce module.

La situation. On étudie la fonction

$$f(x) = x^2 - 6x + 7$$

Elle n'est **pas** donnée sous forme factorisée, et aucune de ses racines n'est connue ni évidente. Le programme ne demande alors pas de valeur exacte : il demande une valeur **approchée**.

Partie A — obtenir la courbe

1. Au tableur, saisir les valeurs de x de 0 à 6 au pas de 0,5 dans la colonne A. Écrire la formule à saisir en B2, puis la recopier vers le bas.

2. Construire le nuage de points relié. Combien de fois la courbe traverse-t-elle l'axe des abscisses ? Entre quels entiers consécutifs, à chaque fois ?

Partie B — encadrer la première racine

3. Pour la *première* traversée repérée à la question 2, calculer f aux deux entiers qui l'encadrent. Que peut-on en conclure ?

4. Balayer entre 1 et 2 au pas de 0,1. Noter les deux valeurs entre lesquelles le signe change, et donner l'encadrement obtenu.
5. Cet encadrement suffit-il à donner l'arrondi au dixième ? Faire un pas de plus pour trancher, puis écrire la valeur approchée avec le bon symbole.

Partie C — le même travail en Python

6. Compléter le programme ci-dessous pour qu'il encadre la *première* racine.

```

1 def f(x):
2     return x**2 - 6*x + 7
3
4 x = .....
5 while f(x) ..... 0:
6     x = x + .....
7 print(round(x - 0.1, 1), "<= racine <=", round(x, 1))

```

7. Ce programme ne trouve pas la seconde racine. Expliquer pourquoi, puis dire ce qu'il faut changer pour l'obtenir.
8. Encadrer la seconde racine au dixième, par le calcul ou avec le programme corrigé.

Corrigé de l'activité 5

1. $=A^2-6A+7$ (ou $=A^2-6A+7$ selon le tableur), puis recopier vers le bas.
2. La courbe traverse l'axe **deux** fois : une première fois entre 1 et 2, une seconde entre 4 et 5.
3. $f(1) = 1 - 6 + 7 = +2$ et $f(2) = 4 - 12 + 7 = -1$. Le signe **change** : il y a une racine entre 1 et 2.
4. $f(1,5) = 2,25 - 9 + 7 = +0,25$ $f(1,6) = 2,56 - 9,6 + 7 = -0,04$.
Le signe change entre 1,5 et 1,6 : $1,5 < x < 1,6$.
5. **Non**, cet encadrement ne tranche pas : il va d'un dixième à l'autre. Un pas de plus : $f(1,55) = 2,4025 - 9,3 + 7 = +0,1025$, encore positif. La racine est donc entre 1,55 et 1,6 :

$$x \approx 1,6 \text{ au dixième près}$$

6. $x = 1$, puis $\text{while } f(x) > 0$: et $x = x + 0.1$.

Ici f part *positive* et devient négative : la condition de poursuite est donc $f(x) > 0$, et non < 0 .

7. Le programme s'arrête à la **première** fois où f devient négative, c'est-à-dire à la première racine ; il ne va jamais plus loin. Pour obtenir la seconde, il faut **repartir d'un point situé entre les deux racines** — par exemple $x = 3$ — et inverser la condition, puisque f y est négative et redevient positive : $x = 3$ puis $\text{while } f(x) < 0$:

8. $f(4,4) = 19,36 - 26,4 + 7 = -0,04$ et $f(4,5) = 20,25 - 27 + 7 = +0,25$: l'encadrement est $4,4 < x < 4,5$. Un pas de plus : $f(4,45) = 19,8025 - 26,7 + 7 = +0,1025$, déjà positif. La racine est donc entre 4,4 et 4,45 :

$$x \approx 4,4 \text{ au dixième près}$$

Contrôle de cohérence : les deux racines encadrent le sommet. Leur milieu vaut $\frac{1,6 + 4,4}{2} = 3$, et l'on retrouve bien l'axe de symétrie lu sur le tableur. ✓

Conduite de l'activité. Séance en salle informatique, après le §10 du cours. La partie A doit rester courte : le tableur sert à *voir* qu'il y a deux racines, pas à les trouver. La question 5 est celle qui distingue un balayage bien mené d'un balayage bâclé : un encadrement entre deux dixièmes consécutifs ne donne pas l'arrondi, il faut resserrer. La question 7 est la plus formatrice de la séance : elle oblige à comprendre ce que fait vraiment la boucle, au lieu de la recopier. Beaucoup d'élèves changent le pas ou la borne sans toucher à la condition, et le programme tourne indéfiniment — c'est un bon moment pour le montrer. À signaler : les valeurs exactes sont $3 - \sqrt{2} \approx 1,5858$ et $3 + \sqrt{2} \approx 4,4142$. On ne les donne pas aux élèves : le programme demande une valeur approchée, et c'est précisément ce que le balayage sait produire.