

Fiche de cours — Fonctions polynômes de degré 2

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Ce qu'est un polynôme de degré 2

Deux écritures du même objet

Développée : $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

Factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Sa courbe s'appelle une **parabole**.

Une **racine** est un nombre qui annule f . Sur la courbe, les racines sont les **abscisses** des points de rencontre avec l'axe horizontal.

2. Combien de solutions à $f(x) = 0$?

autant que de points de rencontre avec l'axe horizontal

2 points deux solutions

1 point une solution, **racine double**

0 point aucune solution, $\mathcal{S} = \emptyset$

Jamais trois. On compte les points de rencontre, pas les deux branches.

3. Reconnaître une parabole

Trois éléments caractéristiques

Signe de a : $a > 0$ courbe vers le haut, $a < 0$ vers le bas.

Ordonnée à l'origine : $f(0) = c$.

Racines : les points de rencontre avec l'axe horizontal.

Pour appairer une courbe et une expression : le signe de a écarte, l'ordonnée à l'origine sépare, les racines confirment.

4. Tester si un nombre est racine

Remplacer, calculer, conclure. Si l'on obtient **zéro**, c'est une racine.

Erreur fréquente

$(-2)^2 = +4$, pas -4 .
Écrire les parenthèses.

Dès que deux racines sont trouvées, s'arrêter : il n'y en a jamais plus de deux.

5. Lire les racines d'une forme factorisée

un produit est nul quand l'un de ses facteurs est nul

$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$ donne $x = x_1$ ou $x = x_2$. Le coefficient a ne donne aucune racine : un nombre non nul ne s'annule jamais.

Erreur fréquente

$(x + 1)$ s'annule pour $x = -1$.

Chercher ce qui **annule** le facteur, ne pas recopier le nombre visible.

6. Sommet et axe de symétrie

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} : \text{le milieu des racines}$$

L'ordonnée du sommet se calcule en remplaçant x par x_S . Le sommet est un **couple** : $(x_S; f(x_S))$.

$a > 0$: c'est le point le plus **bas**. $a < 0$: le plus **haut**.

Racine double $\Leftrightarrow$ le sommet est *sur* l'axe des abscisses.

7. Donner l'allure

Quatre points suffisent

1. les deux racines ;
2. l'ordonnée à l'origine $f(0)$;
3. le sommet ;
4. relier, tourné vers le haut si $a > 0$.

Au sommet, la courbe est **arrondie** : jamais de pointe, jamais de V.

8. Le signe, dans un tableau

Quatre étapes

1. ranger les racines dans l'ordre croissant ;
2. une ligne par facteur, plus une pour a s'il est négatif ;
3. $x - x_1$ est $-$ avant x_1 , $+$ après ;
4. multiplier colonne par colonne.

$a > 0$ négatif **entre** les racines

$a < 0$ positif **entre** les racines

Le tableau doit toujours confirmer l'allure. S'ils se contredisent, il y a une erreur.

9. Factoriser, racines connues

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Relever a sur le terme en x^2 , écrire, puis **contrôler en développant**.

Erreur fréquente

Oublier a .

$2x^2 - 10x + 12$ de racines 2 et 3 se factorise en $2(x - 2)(x - 3)$, pas $(x - 2)(x - 3)$.

10. La deuxième racine

Quand on en connaît une, x_1 :

Par le graphique : $x_2 = 2x_S - x_1$ (symétrie).

Par l'écriture factorisée : $x_2 = \frac{c}{ax_1}$, si $x_1 \neq 0$.

Toujours vérifier $f(x_2) = 0$: la méthode suppose que x_1 est bien une racine.

11. Encadrer par balayage

Quand le polynôme n'est **ni** factorisé, **ni** porteur d'une racine connue ou évidente, le programme demande une valeur **approchée**.

Balayer

Calculer $f(x)$ de proche en proche, au pas choisi, jusqu'au **changement de signe**. Entre les deux dernières valeurs, la courbe traverse l'axe.

Rédiger une valeur approchée

Écrire $\approx$, jamais $=$.
Un encadrement d'un dixième à l'autre ne donne pas l'arrondi : resserrer d'un pas.
Donner l'unité et une phrase.

12. Ce qui n'est pas demandé

Hors du programme de ce module

Le calcul des racines par le **discriminant**.

Les **relations somme et produit** comme formules à retenir : ce qui est au programme, c'est la forme factorisée, dont elles se déduisent en développant.

Le **tableau de variations** : il relève du chapitre sur la dérivation.

Pour résoudre $f(x) = 0$, trois cas seulement : polynôme **factorisé**, racine **connue**, racine **évidente**. Sinon, valeur approchée.

Je sais faire

- ☐ dire combien de solutions a $f(x) = 0$ en regardant la courbe ;
- ☐ reconnaître une parabole par le signe de a et son ordonnée à l'origine ;
- ☐ tester si un nombre est racine, et m'arrêter quand j'en ai deux ;
- ☐ lire les racines d'une forme factorisée sans calculer ;
- ☐ placer l'axe de symétrie au milieu des racines et calculer le sommet ;
- ☐ donner l'allure d'une parabole en quatre points ;
- ☐ dresser un tableau de signes sans oublier la ligne du coefficient a ;
- ☐ factoriser un polynôme dont les racines me sont données, et contrôler ;
- ☐ trouver la deuxième racine quand j'en connais une, et la vérifier ;
- ☐ encadrer une racine par balayage et écrire $\approx$.