

Version élève

Mathématiques – Première Bac Pro

Cahier d'exercices

Chapitre 5

Fonctions polynômes de degré 2

Édition : 17 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Nom : Classe :

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les sept capacités du chapitre, dans l'ordre du cours. Tout repose sur la **forme factorisée** $a(x - x_1)(x - x_2)$: elle donne les racines, le signe et l'allure. Écrire le calcul, puis une phrase de réponse avec son unité. Une valeur obtenue par balayage s'écrit avec le symbole $\approx$. La calculatrice est autorisée ; règle et crayon de couleur sont nécessaires. Les corrigés figurent dans la version professeur.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Visualiser sur la courbe le nombre de solutions de $f(x) = 0$	1 à 4	2
C2 – Donner l'allure de la parabole d'un polynôme sous forme factorisée	5 à 8	6
C3 – Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2	9 à 12	9
C4 – Tester si un nombre réel est racine d'un polynôme de degré 2	13 à 16	13
C5 – Factoriser un polynôme dont les racines réelles sont connues	17 à 20	15
C6 – Déterminer les racines et le signe d'un polynôme factorisé	21 à 24	17
C7 – Déterminer la deuxième solution lorsqu'une solution est connue	25 à 28	20
Algorithme du module – encadrer une racine par balayage	29 et 30	23

Le calcul des racines par le **discriminant** ne figure pas au programme de ce module : aucun exercice de ce cahier ne l'emploie. Les équations proposées sont toujours dans l'un des trois cas prévus par le programme — polynôme factorisé, racine connue, racine évidente — ou traitées par une valeur approchée.

C1 – Visualiser sur la courbe le nombre de solutions de $f(x) = 0$

Exigible. Prérequis : lire une abscisse dans un repère.

Rappel de cours

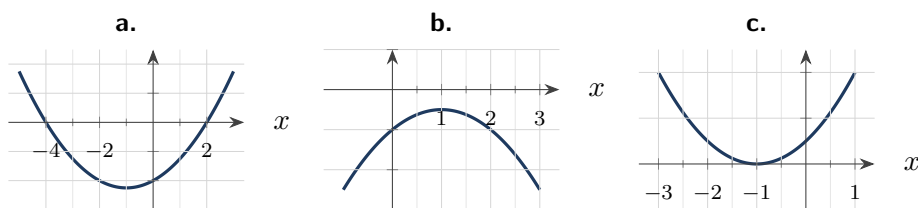
Les **racines** de f sont les abscisses des points où la parabole **rencontre l'axe horizontal**. Le nombre de solutions de $f(x) = 0$ est donc le nombre de ces points.

Il y en a **deux**, **un** seul — on parle alors de **racine double**, la courbe touche l'axe sans le traverser — ou **aucun**. Jamais trois.

On compte les points de rencontre, pas les branches de la parabole.

Exercice 1 — Compter, puis lire

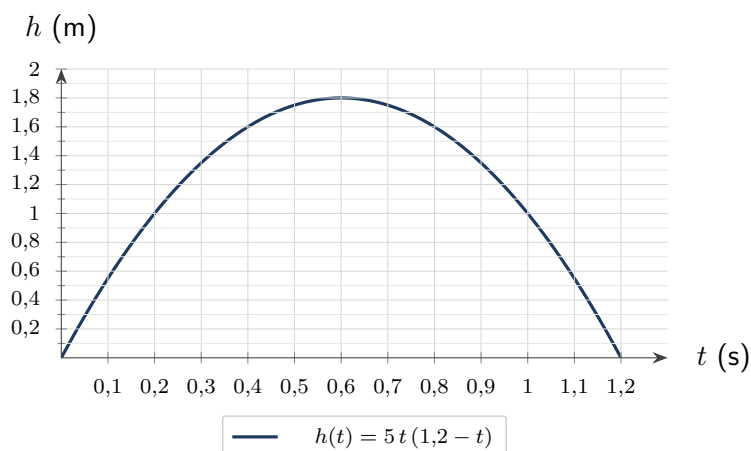
Trois paraboles sont tracées ci-dessous, chacune dans son propre repère.



- Pour chacune, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
- Lire les solutions lorsqu'elles tombent sur une graduation.
- L'une des trois courbes a une *racine double*. Laquelle, et à quoi la reconnaît-on ?

Exercice 2 — Le saut d'un skateur

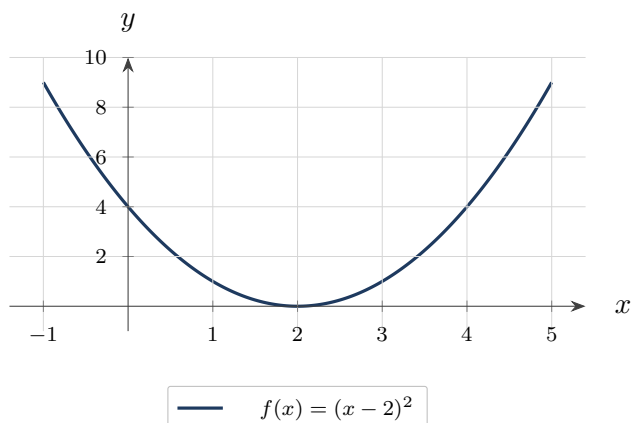
Un skateur s'élance sur une rampe. La courbe ci-dessous donne la hauteur $h(t)$ de ses pieds au-dessus du sol, en mètres, en fonction du temps t écoulé depuis le décollage, en secondes, sur l'intervalle $I = [0 ; 1,2]$.



- a. Combien de solutions l'équation $h(t) = 0$ a-t-elle sur I ? Les lire.
b. Que représente chacune de ces deux valeurs pour le skateur ?
c. Retrouver ces deux valeurs *sans* le graphique, en utilisant la forme factorisée $h(t) = 5t(1,2 - t)$.
Cette expression est un *modèle* de la trajectoire, fourni par l'énoncé : il néglige les frottements de l'air.

Exercice 3 — Une courbe qui touche l'axe

On donne $f(x) = (x - 2)^2$, dont la courbe est tracée ci-dessous sur $I = [-1 ; 5]$.

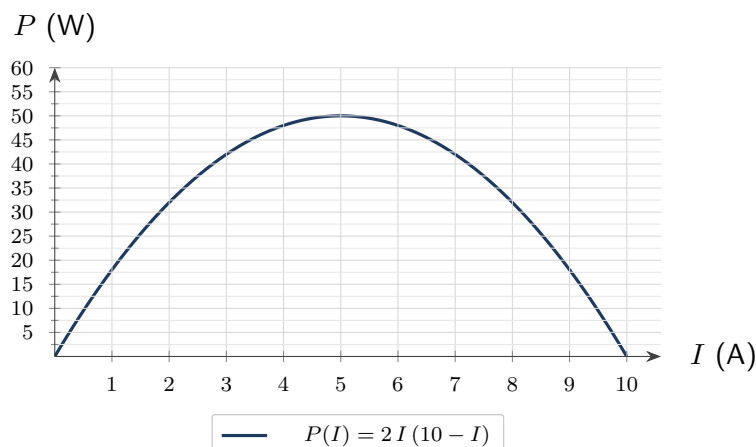


- a. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ? La (ou les) lire.
- b. Écrire f sous la forme d'un produit de deux facteurs, et expliquer pourquoi les deux racines sont confondues.
- c. Vrai ou faux : « $f(x)$ est négatif entre les racines ». Justifier par le graphique.

Exercice 4 — La puissance d'un panneau photovoltaïque

Un panneau photovoltaïque débite un courant d'intensité I , en ampères. La puissance électrique P qu'il fournit, en watts, est modélisée par

$$P(I) = 2I(10 - I) \quad \text{avec } 0 \leq I \leq 10$$



- Combien de solutions l'équation $P(I) = 0$ a-t-elle ? Les lire sur le graphique, puis les retrouver sur la forme factorisée.
- Que signifie physiquement chacune de ces deux valeurs ?
- Lire l'intensité pour laquelle la puissance est maximale, et la puissance correspondante.

C2 – Donner l'allure de la parabole d'un polynôme sous forme factorisée

Exigible. Prérequis : C1, et le calcul d'une image.

Rappel de cours

Quatre points suffisent à donner l'allure : les deux **racines**, l'**ordonnée à l'origine** $f(0)$ et le **sommet**.

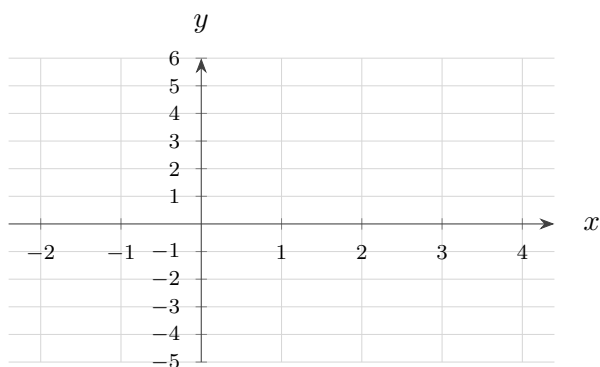
L'**axe de symétrie** passe au milieu des racines : $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Le sommet est le point de la courbe situé sur cet axe.

Le **signe de a** donne le sens de la courbure : vers le haut si $a > 0$, vers le bas si $a < 0$. Au sommet, la courbe est **arrondie**, jamais pointue.

Exercice 5 — *Quatre points, une allure*

On donne $f(x) = (x + 1)(x - 3)$.

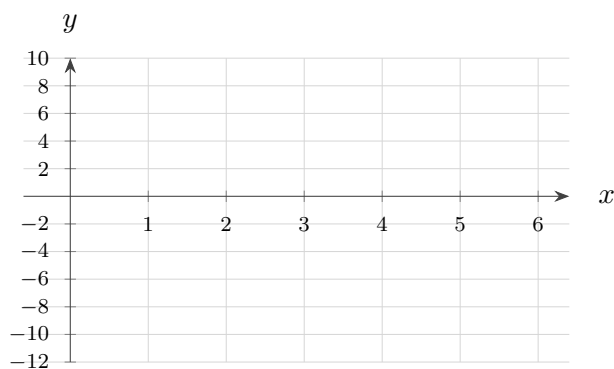
- Lire les deux racines.
- Calculer l'ordonnée à l'origine $f(0)$.
- Calculer l'abscisse de l'axe de symétrie, puis les coordonnées du sommet.
- Dans quel sens la parabole est-elle tournée ? Justifier.
- Placer les quatre points obtenus dans le repère ci-dessous, puis tracer l'allure de la courbe.



Exercice 6 — Une parabole tournée vers le bas

On donne $g(x) = -2(x - 1)(x - 5)$.

- Lire les deux racines.
- Calculer $g(0)$.
- Déterminer les coordonnées du sommet.
- Dans quel sens la parabole est-elle tournée ? Le sommet est-il le point le plus haut ou le plus bas ?
- Tracer l'allure de la courbe dans le repère ci-dessous.



Exercice 7 — Quand la racine est double

On donne $h(x) = (x + 5)^2$.

- Écrire h comme un produit de deux facteurs, puis donner sa ou ses racines.
- Calculer $h(0)$.
- Où se trouve le sommet ? Justifier sans calcul, en utilisant le fait que les deux racines sont confondues.
- Décrire en une phrase l'allure de la courbe : sens de la courbure, et position par rapport à l'axe des abscisses.

Exercice 8 — La chute de découpe d'un panneau

Un menuisier agenceur débite des tablettes dans un panneau. Pour une tablette de largeur x , en décimètres, la surface de **chute** — la partie inutilisable du panneau — est modélisée par

$$C(x) = 3x(x - 4) + 12 \quad \text{soit} \quad C(x) = 3(x - 2)^2$$

avec $0 \leq x \leq 4$, la chute étant exprimée en décimètres carrés.

- Vérifier, en développant les deux écritures, qu'elles donnent bien le même polynôme.
- Sur la forme factorisée, donner la racine de C .
- Quelle largeur de tablette annule la chute ? Que vaut alors C ?
- Calculer $C(0)$ et $C(4)$. Que représentent ces deux valeurs pour l'atelier ?

C3 – Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2

Exigible. Prérequis : C2. Aucun exercice du site ne servait cette capacité.

Rappel de cours

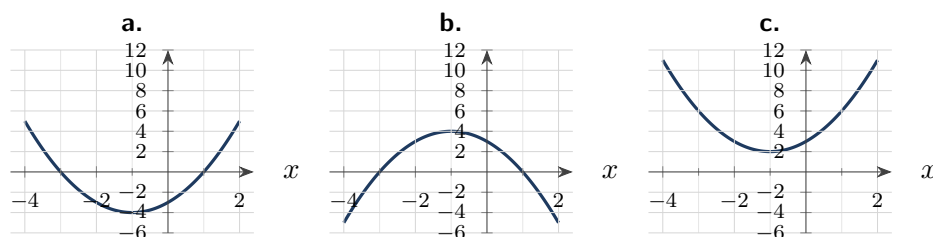
Trois renseignements se lisent sur l'expression *et* sur la courbe, et suffisent presque toujours à les apparier :

1. le **signe de a** , qui donne le sens de la courbure ; **2.** l'**ordonnée à l'origine $f(0)$** , hauteur à laquelle la courbe coupe l'axe vertical ; **3.** les **racines**, quand elles existent.

Procéder dans cet ordre : le signe de a écarte, l'ordonnée à l'origine sépare, les racines confirment.

Exercice 9 — Trois courbes, trois expressions

Trois paraboles sont tracées ci-dessous, chacune dans son repère, tous trois gradués de la *même* façon.



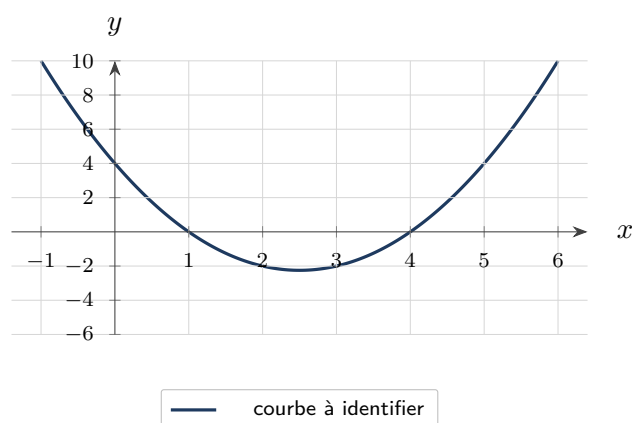
Associer chaque courbe à l'une des trois expressions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad g(x) = -x^2 - 2x + 3 \quad h(x) = x^2 + 2x + 3$$

Justifier chaque choix en deux étapes : d'abord le **signe de a** , puis l'**ordonnée à l'origine**.

Exercice 10 — *Séparer par l'ordonnée à l'origine*

La parabole ci-dessous est la courbe de l'une des quatre fonctions proposées.

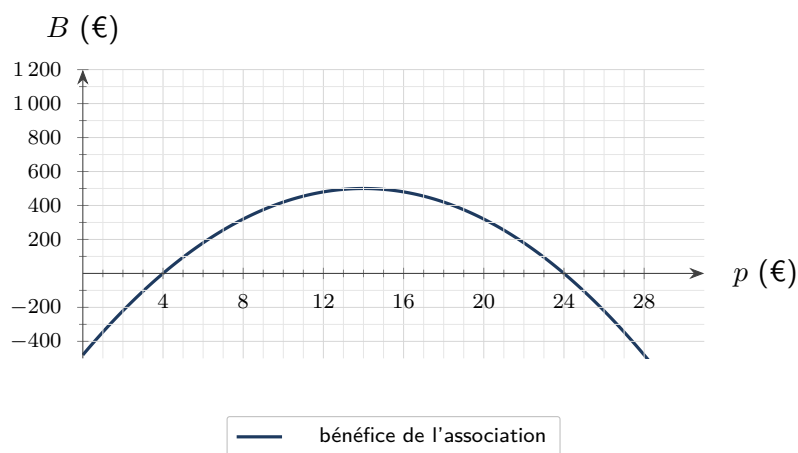


$$f_1(x) = (x-1)(x-4) \quad f_2(x) = -(x-1)(x-4) \quad f_3(x) = (x+1)(x+4) \quad f_4(x) = 2(x-1)(x-4)$$

- Écarter f_2 en un mot.
- Écarter f_3 en lisant les racines.
- Il reste f_1 et f_4 . Les départager en lisant l'ordonnée à l'origine sur le graphique, puis en calculant $f_1(0)$ et $f_4(0)$.
- Conclure.

Exercice 11 — Le tarif d'une salle associative

Une association loue une salle pour un spectacle. Le bénéfice B , en euros, dépend du prix p du billet, en euros : un billet trop cher fait fuir le public, un billet trop bon marché ne couvre pas les frais. Le bénéfice est modélisé sur $[0 ; 30]$ par l'une des quatre expressions ci-dessous.



$$B_1(p) = 5(p - 4)(p - 24)$$

$$B_2(p) = -5(p-4)(p-24)$$

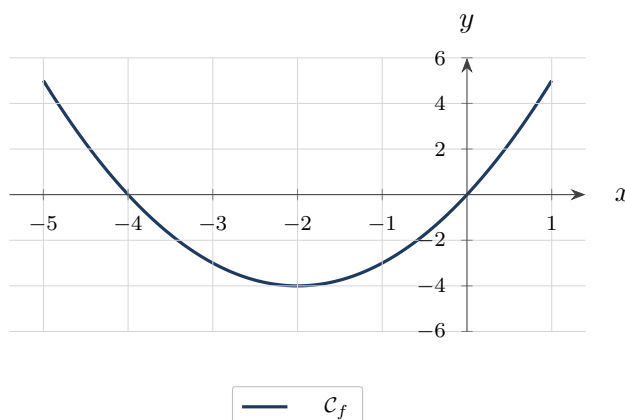
$$B_3(p) = -5(p+4)(p+24)$$

$$B_4(p) = -5p(p - 24)$$

- Identifier l'expression du bénéfice, en justifiant par le signe de a puis par les racines lues sur le graphique.
- Pour quels prix du billet le bénéfice est-il nul ? Interpréter chacune des deux valeurs pour l'association.
- Lire le prix qui rend le bénéfice maximal, et ce bénéfice.

Exercice 12 — Une courbe, quatre affirmations

La courbe ci-dessous est celle d'une fonction polynôme de degré 2.



Pour chacune des quatre affirmations, dire si elle est **vraie** ou **fausse**, et justifier par une lecture.

- a. « Le coefficient a est négatif. »
- b. « L'ordonnée à l'origine vaut 0. »
- c. « L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions, -4 et 0 . »
- d. « L'expression $f(x) = x(x + 4)$ convient. »

C4 – Tester si un nombre réel est racine d'un polynôme de degré 2

Exigible. Prérequis : calcul avec les relatifs, priorités opératoires.

Rappel de cours

Tester un nombre, c'est le remplacer dans l'expression et regarder si l'on obtient **zéro**. Si oui, c'est une racine ; sinon, non.

Le carré d'un nombre négatif est **positif** : $(-2)^2 = +4$. Écrire les parenthèses évite l'erreur.

Dès que deux racines sont trouvées, il est inutile de continuer : un polynôme de degré 2 n'en a jamais plus de deux.

Exercice 13 — *Trois nombres à tester*

On donne $f(x) = x^2 - 3x - 10$.

- Tester le nombre 5.
- Tester le nombre -2 .
- Tester le nombre 1.
- Combien de racines a-t-on trouvées ? Peut-il en exister d'autres ? Justifier.

Exercice 14 — *Le rendement d'une chaudière*

Un menuisier taille une **feuillure** — une entaille rectangulaire — dans le chant d'une planche. Sa largeur x et sa profondeur $x + 2$, toutes deux en centimètres, doivent donner une section de 24 cm^2 . La largeur cherchée vérifie donc

$$f(x) = x^2 + 2x - 24 = 0$$

- Tester $x = 4$, puis $x = 3$.
- Quelle largeur de feuillure convient ? Donner aussi sa profondeur.
- Un collègue affirme : « -6 est aussi une racine, donc c'est une seconde largeur possible ». Vérifier que -6 est bien une racine, puis dire pourquoi sa conclusion ne tient pas.

Exercice 15 — *Un coefficient devant le carré*

On donne $g(x) = 2x^2 - 2x - 12$.

- Tester les nombres 3, -2 et 2.
- En déduire les deux racines de g .
- Un élève écrit la forme factorisée en utilisant les deux racines trouvées, mais sans reprendre le coefficient de x^2 . Écrire ce qu'il obtient, le développer, et dire pourquoi sa réponse est incomplète.

Exercice 16 — *La température d'un four*

Un four de cuisine est préchauffé puis éteint. L'écart entre sa température et la consigne de 180°C , en degrés, est modélisé pour t en minutes par

$$E(t) = t^2 - 10t + 25$$

- Tester $t = 5$.
- Tester $t = 0$, puis $t = 10$. Que remarque-t-on ?
- Écrire E sous forme factorisée en remarquant que $t^2 - 10t + 25 = (t - 5)^2$. Combien de racines E a-t-il ?
- À quel instant le four est-il exactement à la consigne ? Cet instant est-il unique ? Justifier à partir de la forme factorisée.

C5 – Factoriser un polynôme dont les racines réelles sont connues

Exigible. Prérequis : C4, développement d'un produit.

Rappel de cours

Connaissant les racines x_1 et x_2 et le coefficient a de x^2 :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Toujours contrôler en développant : le résultat doit redonner l'expression de départ, coefficient a compris.

Les racines ne se devinent pas : elles sont **données**, trouvées par un test, ou **évidentes** — par exemple quand x se met en facteur.

Exercice 17 — Deux racines données

On donne $f(x) = x^2 - 8x + 12$, dont les racines sont 2 et 6.

- a. Relever le coefficient a .
- b. Écrire la forme factorisée de f .
- c. Contrôler en développant.
- d. Contrôler autrement, en calculant $f(2)$ et $f(6)$ sur la forme développée.

Exercice 18 — Une racine négative

On donne $g(x) = x^2 + 6x - 7$, dont les racines sont -7 et 1.

- a. Écrire la forme factorisée de g . Attention aux signes.
- b. Contrôler en développant.
- c. Un élève propose $g(x) = (x - 7)(x + 1)$. Développer sa proposition et dire ce qui ne va pas.

Exercice 19 — *Le plan de travail d'une cuisine*

Un menuisier pose un plan de travail de cuisine. Pour une profondeur x de plan, en décimètres, l'écart entre la surface obtenue et la surface commandée est modélisé par

$$S(x) = 3x^2 - 9x - 30$$

en décimètres carrés, avec $0 \leq x \leq 8$. Un écart nul signifie que la surface posée est exactement celle commandée.

- Vérifier que 5 est une racine de S .
- Vérifier que -2 en est une autre.
- Écrire la forme factorisée de S , coefficient a compris, puis contrôler en développant.
- Quelle profondeur de plan donne exactement la surface commandée ? Expliquer pourquoi la seconde racine ne convient pas ici.

Exercice 20 — *Une racine évidente*

On donne $h(x) = x^2 - 9x$.

- Mettre x en facteur.
- En déduire les deux racines de h , sans aucun test.
- Contrôler en calculant h pour chacune des deux valeurs trouvées.
- Cette situation est l'un des trois cas que le programme autorise pour résoudre une équation du second degré. Lequel ?

C6 – Déterminer les racines et le signe d'un polynôme factorisé

Exigible. Prérequis : C5, et la règle des signes d'un produit.

Rappel de cours

Un **tableau de signes** se dresse en quatre étapes : ranger les racines dans l'ordre croissant, tracer le tableau, donner le signe de chaque facteur, puis multiplier les signes colonne par colonne — **sans oublier le signe de a** .

Quand $a > 0$, le polynôme est **négatif entre les racines** et positif à l'extérieur. Quand $a < 0$, c'est l'inverse.

Le tableau doit toujours confirmer l'allure de la courbe. S'ils se contredisent, c'est qu'il y a une erreur.

Exercice 21 — Un premier tableau de signes

On donne $f(x) = (x + 1)(x - 4)$.

- Donner les deux racines, rangées dans l'ordre croissant.
- Donner le signe de a .
- Dresser le tableau de signes de f .
- En déduire l'ensemble des x pour lesquels $f(x) \leq 0$.

Exercice 22 — Quand a est négatif

On donne $g(x) = -2(x + 3)(x - 2)$.

- Donner les racines et le signe de a .
- Dresser le tableau de signes de g , en faisant apparaître une ligne pour le coefficient -2 .
- En déduire l'ensemble des x pour lesquels $g(x) \geq 0$.
- Comparer avec l'exercice 21 : qu'est-ce que le signe de a a changé ?

Exercice 23 — La puissance reçue par un moteur

Une alimentation de force électromotrice $E = 15 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 3 \Omega$ alimente un moteur. La tension aux bornes du moteur vaut $U = 15 - 3I$ et la puissance qu'il reçoit s'écrit

$$P(I) = I(15 - 3I) \quad \text{soit} \quad P(I) = -3I(I - 5)$$

avec I en ampères et P en watts.

- Vérifier, en développant les deux écritures, qu'elles donnent le même polynôme.
- Donner les racines de P et le signe du coefficient de I^2 .
- Dresser le tableau de signes de P sur $\mathbb{R}$.
- Pour quelles intensités la puissance reçue est-elle positive ? Cet intervalle est-il physiquement acceptable en entier ? Justifier.

Exercice 24 — Le ballon reste-t-il en l'air ?

Au volley-ball, la hauteur du ballon *au-dessus du filet*, en mètres, est modélisée depuis la frappe par

$$h(t) = -5(t - 0,2)(t - 1,4)$$

avec t en secondes, sur l'intervalle $[0; 1,6]$. Une hauteur positive signifie que le ballon est au-dessus du filet ; une hauteur négative, qu'il est plus bas que lui.

- Donner les racines de h et le signe du coefficient de t^2 .
- Dresser le tableau de signes de h sur $[0; 1,6]$.
- Pendant combien de temps le ballon est-il au-dessus du filet ?
- À quel instant est-il le plus haut ? De combien dépasse-t-il alors le filet ?

C7 – Déterminer la deuxième solution lorsqu'une solution est connue

Exigible. Prérequis : C5. Deux chemins au choix, l'un graphique, l'autre par l'écriture.

Rappel de cours

Chemin graphique — si la courbe est fournie : la seconde racine est la **symétrique** de la première par rapport à l'axe, donc $x_2 = 2x_S - x_1$.

Chemin par l'écriture factorisée — en développant $a(x - x_1)(x - x_2)$, le terme constant vaut $a x_1 x_2$ et il est égal à c , donc $x_2 = \frac{c}{a x_1}$ dès que $x_1 \neq 0$.

Vérifier toujours la racine trouvée en calculant $f(x_2)$: la méthode suppose que x_1 en est bien une.

Exercice 25 — Une seconde racine à trouver

On donne $f(x) = x^2 - 8x + 15$ et l'on sait que 3 est une racine.

- Vérifier que 3 est bien une racine.
- Relever a et c , puis calculer la seconde racine avec $x_2 = \frac{c}{a x_1}$.
- Vérifier la racine trouvée.
- Écrire la forme factorisée de f et contrôler en développant.

Exercice 26 — Une racine de chaque signe

On donne $g(x) = x^2 + x - 20$ et l'on sait que 4 est une racine.

- Vérifier que 4 est une racine.
- Calculer la seconde racine. Attention au signe de c .
- Vérifier la racine trouvée, puis écrire la forme factorisée de g .
- Sans tracer la courbe, donner l'abscisse de l'axe de symétrie de la parabole.

Exercice 27 — *Le devis d'un ravalement*

Une entreprise de ravalement établit ses devis. Pour une façade de hauteur x , en mètres, l'écart entre le devis et le coût réel du chantier, en centaines d'euros, est modélisé par

$$D(x) = 2x^2 - 14x + 20$$

avec $2 \leq x \leq 10$. Un écart nul signifie que le devis correspond exactement au coût réel.

- Vérifier que $x = 2$ annule D .
- Relever a et c , puis calculer la seconde racine.
- Vérifier la racine trouvée, puis écrire la forme factorisée de D .
- Pour quelles hauteurs de façade le devis correspond-il exactement au coût réel ? Les deux réponses sont-elles acceptables sur l'intervalle d'étude ?

Exercice 29 — *Balayer à la main, puis en Python*

On donne $f(x) = x^2 - x - 4$. Ce polynôme n'est pas factorisé, et aucune racine n'est connue ni évidente : le programme demande alors une **valeur approchée**.

- a. Calculer $f(2)$ et $f(3)$. Que peut-on en conclure ?
- b. Balayer entre 2 et 3 avec un pas de 0,1, et donner un encadrement de la racine. Présenter les calculs sous forme de liste : $f(2,1) = \dots$, $f(2,2) = \dots$
- c. Poursuivre d'un pas pour choisir l'arrondi, puis écrire la valeur approchée au dixième avec le bon symbole.
- d. Le programme Python ci-dessous réalise ce balayage. Compléter les trois pointillés : la première ligne reprend le plus petit des deux entiers de la question a.

```
1 def f(x):  
2     return x**2 - x - 4  
3  
4 x = .....  
5 while f(x) ..... 0:  
6     x = x + .....  
7 print(round(x - 0.1, 1), "<= racine <=", round(x, 1))
```

Exercice 30 — Au tableur : la consommation d'un véhicule

La consommation d'un véhicule, en litres aux cent kilomètres, est modélisée en fonction de sa vitesse v , en kilomètres par heure, par

$$c(v) = 0,002 v^2 - 0,2 v + 9$$

sur l'intervalle $[30; 130]$. On cherche à quelle vitesse la consommation vaut 5 L aux cent kilomètres, c'est-à-dire pour quelle valeur de v on a $c(v) - 5 = 0$. On pose donc

$$q(v) = c(v) - 5 = 0,002v^2 - 0,2v + 4$$

- Calculer $g(30)$ et $g(70)$. Peut-on en conclure qu'il existe une racine entre 30 et 70 ? Expliquer.
- Un tableur est utilisé pour balayer l'intervalle. Écrire la formule à saisir en B2 pour obtenir $g(v)$, les vitesses étant dans la colonne A.
- Au pas de 1, le tableur affiche : $g(71) = -0,118$, $g(72) = -0,032$ et $g(73) = +0,058$. Donner un encadrement de la racine.
- En déduire, à l'unité près, la vitesse à laquelle la consommation vaut 5 L aux cent kilomètres. Justifier le choix de l'arrondi.