

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 4****Résolution graphique d'équations et d'inéquations**

Édition : 17 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les deux capacités du chapitre. Chaque exercice donne les courbes : on ne demande jamais d'étudier une fonction, seulement de *lire*. Répondre par une abscisse pour une équation, par un intervalle pour une inéquation, sans oublier l'unité ni les bornes de l'intervalle d'étude. Une lecture graphique s'écrit avec le symbole $\approx$. La calculatrice est autorisée ; règle et crayon de couleur sont nécessaires. Les corrections suivent chaque exercice dans cette version.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Résoudre graphiquement (ou à l'aide d'un outil numérique) des équations $f(x) = g(x)$	1 à 12	2
C2 – Résoudre graphiquement (ou à l'aide d'un outil numérique) des inéquations $f(x) \geq g(x)$	13 à 24	14

Aucun exercice de ce cahier ne demande de résolution algébrique : ni développement, ni factorisation, ni discriminant, ni système. Les vérifications par le calcul se limitent à remplacer x par la valeur lue.

C1 – Résoudre graphiquement des équations $f(x) = g(x)$

Exigible, « ou à l'aide d'un outil numérique ». Prérequis : lire des coordonnées, calculer une image.

Rappel de cours

Résoudre $f(x) = g(x)$, c'est chercher les valeurs de x pour lesquelles les deux courbes sont à la **même hauteur** : ce sont les **abscisses des points d'intersection** de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

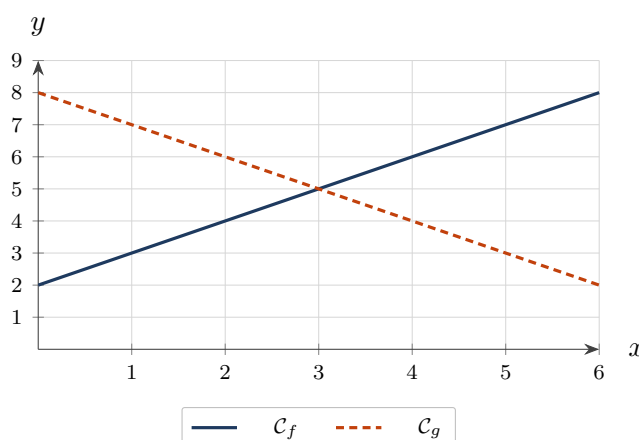
Les trois gestes : repérer les deux courbes, marquer les points d'intersection, lire leur abscisse.

Le point d'intersection est un **couple** $(2; 3)$; la solution est seulement son **abscisse**, $x = 2$.

Le nombre de solutions est le nombre de points d'intersection : il peut être nul (courbes qui ne se rencontrent pas), égal à 1 ou à 2. S'il est nul, on écrit $\mathcal{S} = \emptyset$.

Exercice 1 — Deux droites qui se coupent

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur l'intervalle $I = [0; 6]$.



- Lire les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.
- En déduire la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.
- On donne $f(x) = x + 2$ et $g(x) = 8 - x$. Vérifier la réponse du **b.** par le calcul.

Correction de l'exercice 1

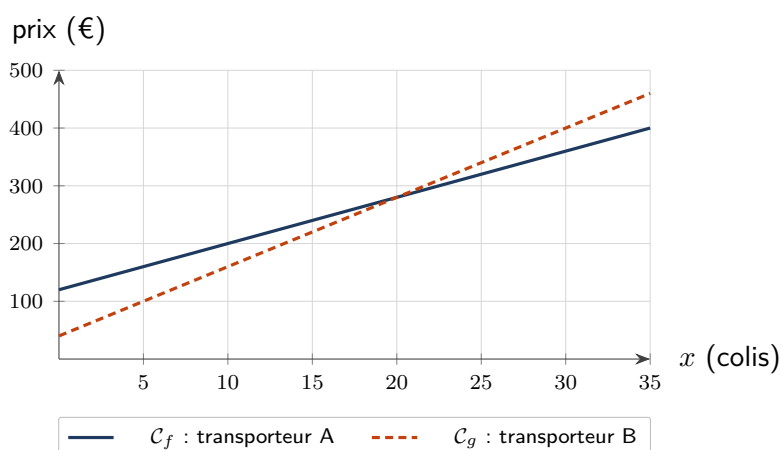
- Les deux droites se coupent au point de coordonnées $(3; 5)$.
- La solution de l'équation est l'**abscisse** de ce point : $x = 3$. On écrit $\mathcal{S} = \{3\}$.
- $f(3) = 3 + 2 = 5$ et $g(3) = 8 - 3 = 5$: les deux images sont égales, la lecture est confirmée.

Erreur à surveiller : répondre « la solution est $(3; 5)$ » ou « la solution est 5 ». Le point est un couple, la solution est un nombre — son abscisse.

Exercice 2 — Comparer deux transporteurs

Une entreprise compare deux transporteurs pour ses expéditions. Le prix dépend du nombre x de colis expédiés dans le mois, avec x compris entre 0 et 35.

Transporteur	Tarif	Fonction
A	forfait de 120 €, puis 8 € par colis	$f(x) = 8x + 120$
B	forfait de 40 €, puis 12 € par colis	$g(x) = 12x + 40$



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Vérifier la réponse par le calcul.
- Quel transporteur est le moins cher pour 10 colis ? pour 30 colis ? Justifier par une lecture graphique.
- L'entreprise expédie environ 25 colis par mois. Quel transporteur lui conseiller ?

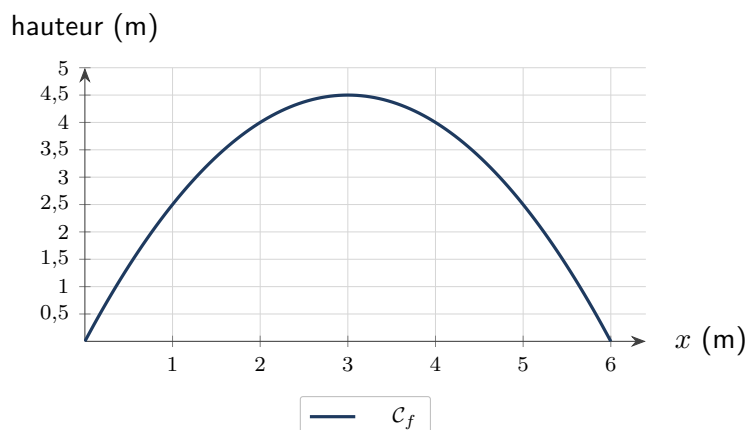
Correction de l'exercice 2

- Les deux droites se coupent au point (20 ; 280) : la solution est $x = 20$ colis.
- $f(20) = 8 \times 20 + 120 = 280$ € et $g(20) = 12 \times 20 + 40 = 280$ €. Les deux tarifs coïncident bien pour 20 colis.
- Pour 10 colis, C_g est en dessous : le transporteur **B** est le moins cher (160 € contre 200 €). Pour 30 colis, c'est C_f qui est en dessous : le transporteur **A** est le moins cher (360 € contre 400 €).
- 25 colis, c'est au-delà du point d'intersection : le transporteur **A** est le moins cher. Vérification : $f(25) = 320$ € contre $g(25) = 340$ €.

À faire dire : le transporteur au forfait le plus élevé devient le plus intéressant dès que le volume augmente, parce que son prix au colis est plus faible.

Exercice 3 — *Le jet d'eau : images et antécédents*

La courbe ci-dessous donne la hauteur $f(x)$, en mètres, d'un jet d'eau décoratif, en fonction de la distance horizontale x , en mètres, sur l'intervalle $I = [0 ; 6]$.



- Lire $f(2)$ et $f(5)$.
- Lire les antécédents de 2,5. Combien y en a-t-il ?
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 5$. Justifier la réponse.

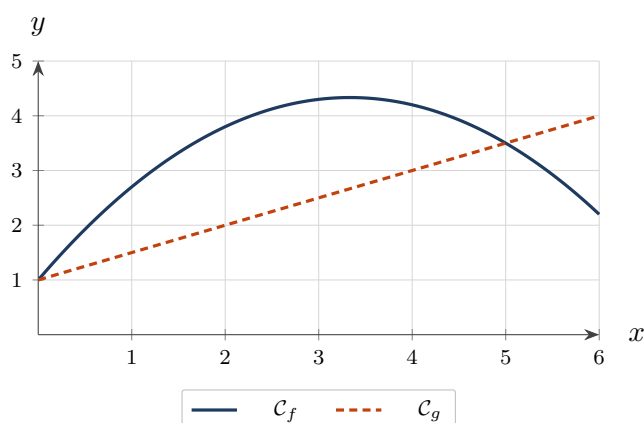
Correction de l'exercice 3

- $f(2) = 4$ m et $f(5) = 2,5$ m.
- La droite horizontale $y = 2,5$ coupe la courbe en deux points : les antécédents de 2,5 sont $x = 1$ et $x = 5$. Il y en a donc **deux**.
- La droite $y = 4$ coupe la courbe en $x = 2$ et $x = 4$: $\mathcal{S} = \{2 ; 4\}$.
- La courbe ne dépasse jamais 4,5 m : la droite $y = 5$ ne la rencontre pas. L'équation n'a **aucune solution** sur $[0 ; 6]$, et l'on écrit $\mathcal{S} = \emptyset$.

Conduite : faire tracer les droites horizontales à la règle. C'est ce tracé, et non l'observation « à l'œil », qui donne les antécédents.

Exercice 4 — Une parabole et une droite

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur $I = [0 ; 6]$.



- Combien de points d'intersection les deux courbes ont-elles ?
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Sur quelle portion de l'intervalle la courbe de f est-elle au-dessus de celle de g ?

Correction de l'exercice 4

- Deux points d'intersection : $(0 ; 1)$ et $(5 ; 3,5)$.
- Les solutions sont les abscisses de ces deux points : $\mathcal{S} = \{0 ; 5\}$.
- Entre ces deux valeurs, la courbe de f est au-dessus : c'est sur $[0 ; 5]$.

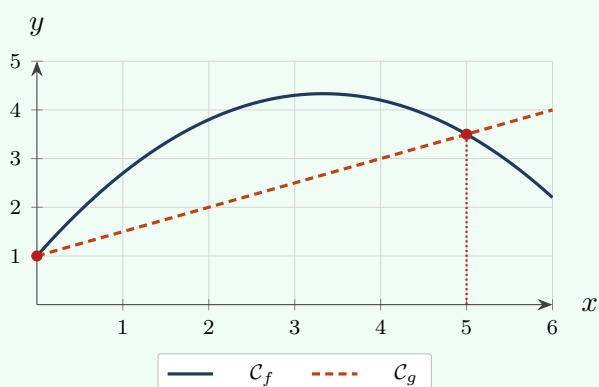
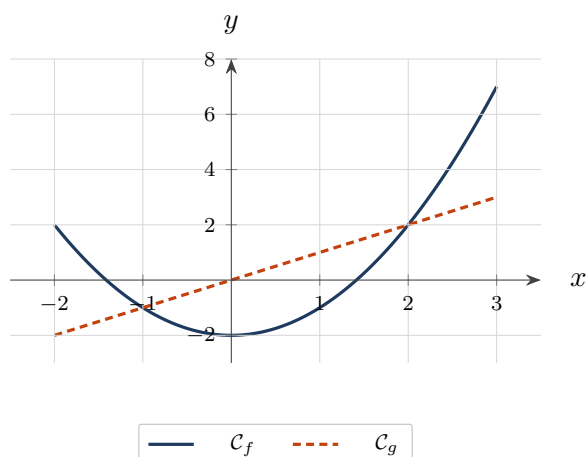


Figure-réponse : les deux points d'intersection et la lecture de l'abscisse 5.

À surveiller : le point d'intersection en $x = 0$ est sur le bord du repère. Il compte autant que l'autre — l'oublier fait perdre une solution.

Exercice 5 — Deux points d'intersection

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur $I = [-2 ; 3]$.



- Lire les coordonnées des deux points d'intersection.
- En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
- On donne $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = x$. Vérifier les deux solutions par le calcul.

Correction de l'exercice 5

- Les points d'intersection sont $(-1 ; -1)$ et $(2 ; 2)$.
- $S = \{-1 ; 2\}$.
- Pour $x = -1$: $f(-1) = (-1)^2 - 2 = -1$ et $g(-1) = -1$. Pour $x = 2$: $f(2) = 4 - 2 = 2$ et $g(2) = 2$. Les deux lectures sont confirmées.

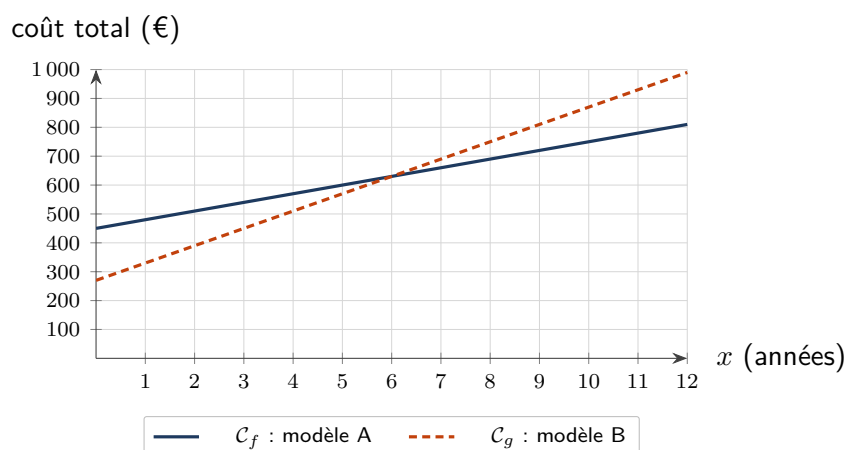
Remarque : la fonction f n'est pas étudiée en Première Bac Pro. Sa courbe est *fournie* — c'est exactement le cas prévu par le programme, et la lecture graphique suffit à répondre.

Exercice 6 — Quel réfrigérateur coûte le moins cher ?

Un magasin propose deux réfrigérateurs de même volume. Le document ci-dessous donne le coût total de possession, achat compris, en fonction du nombre x d'années d'utilisation.

Modèle	Prix d'achat	Consommation	Coût total après x années
A	450 €	150 kW h par an	$f(x) = 450 + 30x$
B	270 €	300 kW h par an	$g(x) = 270 + 60x$

Le prix de l'électricité est pris à 0,20 € le kilowattheure.



- Vérifier par le calcul que la consommation annuelle du modèle A coûte bien 30 €.
- Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$ et interpréter le résultat.
- Quel modèle revient le moins cher au bout de 4 ans ? au bout de 10 ans ?
- Le vendeur affirme : « le modèle B est moins cher, c'est écrit sur l'étiquette ». Que lui répondre ?

Correction de l'exercice 6

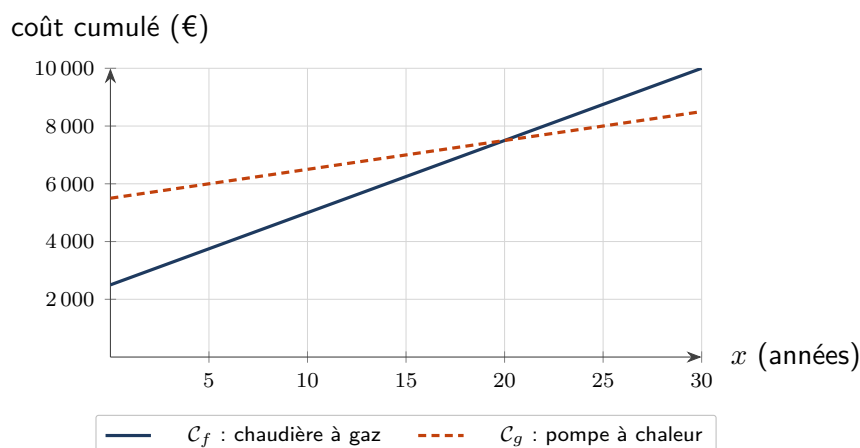
- $150 \times 0,20 = 30$ € par an : le coefficient 30 de f est bien le coût annuel de l'électricité.
- Les deux droites se coupent au point (6 ; 630) : la solution est $x = 6$. Au bout de **6 ans**, les deux réfrigérateurs auront coûté la même chose, 630 €.
- À 4 ans, C_g est en dessous : le modèle B revient moins cher (510 € contre 570 €). À 10 ans, c'est l'inverse : le modèle A revient moins cher (750 € contre 870 €).
- Il a raison sur le *prix d'achat*, mais pas sur le coût réel : le modèle B consomme deux fois plus, et au-delà de 6 ans d'utilisation il revient plus cher. Comme un réfrigérateur se garde généralement plus longtemps, le modèle A est le choix le plus économique.

Réserve à faire dire : le calcul suppose un prix de l'électricité constant sur toute la durée et une consommation conforme à l'étiquette. Ni l'un ni l'autre n'est garanti.

Exercice 7 — Chaudière à gaz ou pompe à chaleur ?

Une famille compare deux systèmes de chauffage pour sa maison. Le document donne le coût cumulé, installation comprise, en fonction du nombre x d'années.

Système	Coût cumulé	Fonction
Chaudière à gaz	2500 € d'installation, puis 250 € par an	$f(x) = 250x + 2500$
Pompe à chaleur	5500 € d'installation, puis 100 € par an	$g(x) = 100x + 5500$



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Vérifier la réponse par le calcul.
- Au bout de 25 ans, quel système aura le moins coûté ? De combien ?
- La pompe à chaleur est garantie 15 ans. Cette information change-t-elle le conseil que l'on peut donner ? Expliquer en une phrase.

Correction de l'exercice 7

- Les deux droites se coupent au point (20 ; 7 500) : la solution est $x = 20$ ans.
- $f(20) = 250 \times 20 + 2\,500 = 7\,500$ € et $g(20) = 100 \times 20 + 5\,500 = 7\,500$ €.
- À 25 ans : $f(25) = 8\,750$ € et $g(25) = 8\,000$ €. La pompe à chaleur aura coûté 750 € de moins.
- Oui. L'avantage de la pompe à chaleur n'apparaît qu'après 20 ans, soit 5 ans après la fin de la garantie. Si l'appareil doit être remplacé ou réparé avant, le calcul est faussé : le seuil de 20 ans n'est atteint que si l'installation dure au moins aussi longtemps.

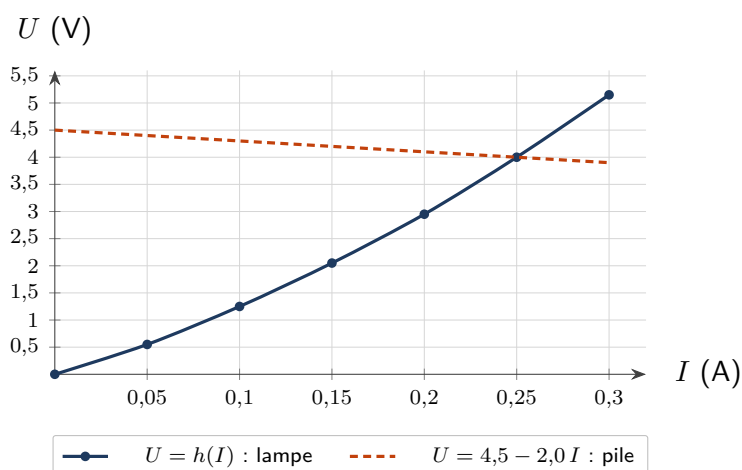
Réserve : le modèle suppose un coût annuel constant. Le prix du gaz et celui de l'électricité varient d'une année sur l'autre, ce que deux droites ne décrivent pas.

Exercice 8 — *Le point de fonctionnement d'une lampe*

En électricité, on branche une petite lampe sur une pile. Deux courbes sont fournies dans le même repère :

- la **caractéristique de la lampe** $U = h(I)$, relevée point par point au banc de mesure ;
- la **droite de charge de la pile** $U = 4,5 - 2,0 I$, qui traduit sa force électromotrice de 4,5 V et sa résistance interne de $2,0 \Omega$.

Le **point de fonctionnement** du circuit est le point d'intersection des deux courbes : c'est le seul couple $(I ; U)$ qui convienne à la fois à la lampe et à la pile.



- Lire les coordonnées du point de fonctionnement.
- Vérifier la valeur de U lue en la calculant avec l'expression de la droite de charge.
- La lampe porte l'indication « 3 V – 0,20 A » : ce sont ses valeurs *nominales*. Comparer ces deux valeurs à celles du point de fonctionnement. Qu'en conclure pour la lampe ?

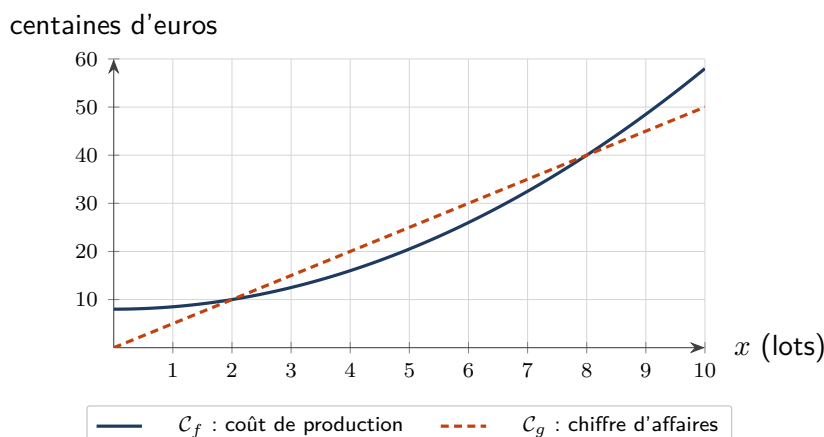
Correction de l'exercice 8

- Les deux courbes se coupent au point $(0,25 ; 4,0)$: l'intensité vaut 0,25 A et la tension 4,0 V.
- $4,5 - 2,0 \times 0,25 = 4,5 - 0,5 = 4,0$ V : la lecture est confirmée.
- Les valeurs nominales de la lampe sont 3 V et 0,20 A : elles se lisent bien sur la caractéristique. Le point de fonctionnement donne 4,0 V et 0,25 A, tous deux plus élevés. La lampe fonctionne donc **au-delà** de ses valeurs nominales : elle éclairera plus fort, mais s'usera plus vite. Pour la faire fonctionner au plus près de son régime nominal, il faudrait ajouter une résistance en série ou choisir une pile de force électromotrice plus faible.

Ce que l'exercice montre : la caractéristique de la lampe n'est pas une droite et son expression n'est pas donnée — elle est *relevée*. Elle se redresse parce que le filament chauffe : sa résistance passe d'environ 11Ω à 17Ω entre les deux extrémités du relevé. C'est précisément le cas où seule la lecture graphique permet de répondre, et c'est la bivalence électricité citée par le programme.

Exercice 9 — Les deux seuils de rentabilité d'un traiteur

Un traiteur prépare des lots de repas. Pour x lots préparés, le document donne le coût de production $f(x)$ et le chiffre d'affaires $g(x)$, tous deux en centaines d'euros.



- Combien de fois les deux courbes se coupent-elles ?
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Ces deux valeurs portent un nom en gestion : ce sont les *seuils de rentabilité*. Expliquer, à partir du graphique, pourquoi il y en a deux.
- Pour $x = 5$ lots, le traiteur gagne-t-il de l'argent ? Justifier par une lecture.

Correction de l'exercice 9

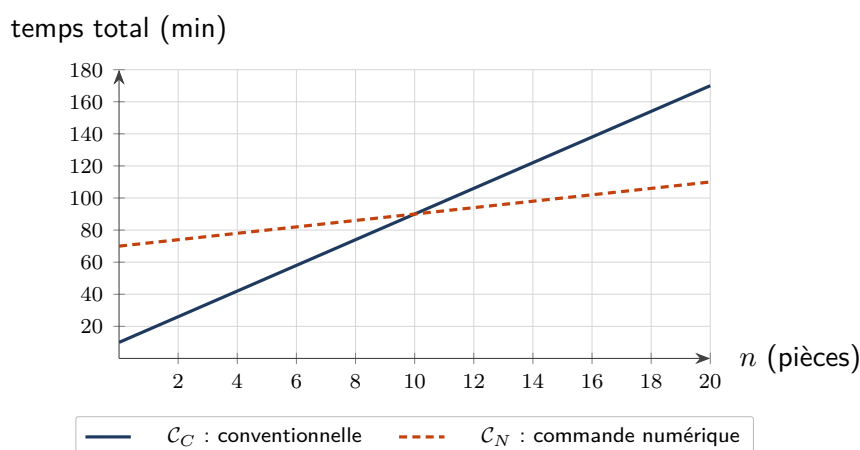
- Deux fois.
- Les points d'intersection ont pour abscisses 2 et 8 : $S = \{2; 8\}$.
- En dessous de 2 lots, le coût est au-dessus du chiffre d'affaires : le traiteur perd de l'argent. Entre 2 et 8 lots, le chiffre d'affaires est au-dessus du coût : il en gagne. Au-delà de 8 lots, le coût repasse au-dessus — la production devient trop lourde. Les deux seuils marquent donc l'entrée et la sortie de la zone de bénéfice.
- Oui : à $x = 5$, on lit $g(5) = 25$ centaines d'euros contre $f(5) = 20,5$ centaines d'euros. Le chiffre d'affaires dépasse le coût d'environ 4,5 centaines d'euros, soit 450 € de bénéfice.
Vérification possible : $f(5) = 0,5 \times 25 + 8 = 20,5$ et $g(5) = 25$.

Exercice 10 — Machine conventionnelle ou commande numérique ?

Un atelier doit usiner une série de n pièces identiques. Deux moyens sont possibles.

Moyen	Temps total	Fonction
Machine conventionnelle	10 min de réglage, puis 8 min par pièce	$C(n) = 8n + 10$
Commande numérique	70 min de programmation, puis 2 min par pièce	$N(n) = 2n + 70$

Les deux courbes ont été obtenues au tableur, à partir du tableau de valeurs.



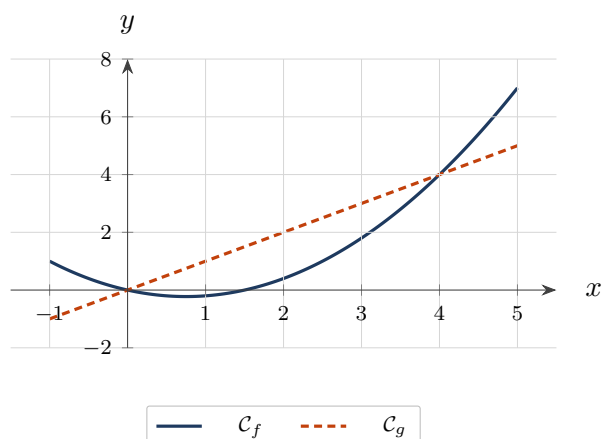
- Écrire la formule à saisir dans la cellule B2 d'un tableur pour obtenir C , les rangs n étant dans la colonne A.
- Résoudre graphiquement l'équation $C(n) = N(n)$ et interpréter le résultat.
- Pour une série de 6 pièces, quel moyen faut-il choisir ? Et pour une série de 15 pièces ?
- Le chef d'atelier dit : « la commande numérique est toujours plus rapide ». Réfuter cette affirmation à l'aide du graphique.

Correction de l'exercice 10

- $=8*A2+10$.
 - Les deux droites se coupent au point (10 ; 90) : pour une série de **10 pièces**, les deux moyens demandent le même temps, 90 min.
 - Pour 6 pièces, la droite de la machine conventionnelle est en dessous : $C(6) = 58$ min contre $N(6) = 82$ min — la machine conventionnelle est plus rapide. Pour 15 pièces, c'est l'inverse : $C(15) = 130$ min contre $N(15) = 100$ min — la commande numérique l'emporte.
 - C'est faux pour les petites séries : le temps de programmation de 70 min n'est rentabilisé qu'à partir de 10 pièces. En dessous de ce seuil, la machine conventionnelle termine plus tôt.
- Ce que le modèle ne dit pas* : la précision obtenue, la fatigue de l'opérateur et la reproductibilité des pièces, qui pèsent aussi dans le choix et n'apparaissent pas dans un temps total.

Exercice 11 — Lire les intersections, puis les positions

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur $I = [-1 ; 5]$.



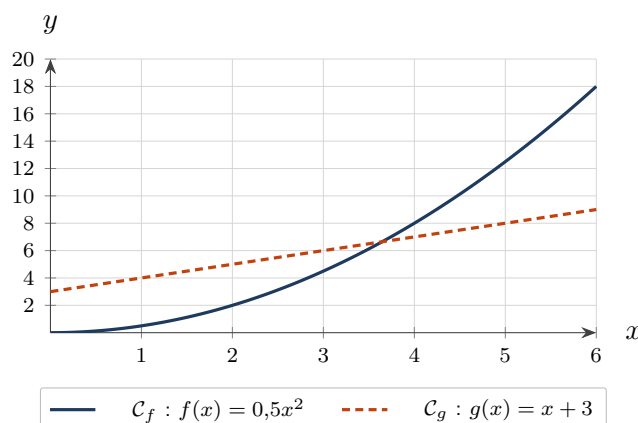
- Lire les coordonnées des deux points d'intersection.
- En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
- Un élève écrit : « entre les deux points d'intersection, c'est la courbe de f qui est au-dessus ». A-t-il raison ? Justifier par une lecture du graphique.

Correction de l'exercice 11

- Les points d'intersection sont (0 ; 0) et (4 ; 4).
 - $S = \{0 ; 4\}$.
 - Non, l'affirmation est **fausse** : entre 0 et 4, c'est la courbe de g qui est au-dessus. Par exemple en $x = 2$, on lit $f(2) = 0,4$ et $g(2) = 2$. La courbe de f est au-dessus à l'extérieur de $[0 ; 4]$, c'est-à-dire sur $[-1 ; 0]$ et sur $[4 ; 5]$.
- À retenir : trouver les solutions d'une équation ne dit pas encore quelle courbe est au-dessus. Il faut regarder le graphique de part et d'autre de chaque point d'intersection.

Exercice 12 — Préciser une lecture par balayage

Les courbes de f et g se coupent une seule fois sur $I = [0; 6]$, comme le montre le repère ci-dessous.



- Entre quels deux entiers consécutifs la solution se trouve-t-elle ? Répondre par lecture graphique.
- Calculer f et g pour ces deux entiers, et vérifier que les deux fonctions échangent bien leur position.
- Balayer avec un pas de 0,1 et donner un encadrement de la solution au dixième.
- Le programme Python ci-dessous réalise ce balayage. Compléter les trois pointillés : la première ligne reprend le *plus petit* des deux entiers trouvés à la question a.

```

1 def f(x):
2     return 0.5*x**2
3
4 def g(x):
5     return x + 3
6
7 x = .....
8 while f(x) ..... g(x):
9     x = x + .....
10 print(round(x - 0.1, 1), "<= solution <=", round(x, 1))

```

Correction de l'exercice 12

- Les courbes se croisent entre $x = 3$ et $x = 4$.
- $f(3) = 0,5 \times 9 = 4,5$ et $g(3) = 6 : f < g$. $f(4) = 0,5 \times 16 = 8$ et $g(4) = 7 : f > g$. Les deux fonctions ont bien échangé leur position entre 3 et 4.
- Au pas de 0,1 : $f(3,6) = 6,48$ et $g(3,6) = 6,6$ donc $f < g$; $f(3,7) = 6,845$ et $g(3,7) = 6,7$ donc $f > g$.
L'encadrement est donc $3,6 < x < 3,7$. Il ne suffit pas à choisir l'arrondi : un pas de plus donne $f(3,65) = 6,66125$ et $g(3,65) = 6,65$, donc $f > g$. La solution est entre 3,6 et 3,65, donc $x \approx 3,6$ au dixième près.
- $x = 3$, puis `while f(x) < g(x):` et `x = x + 0.1`.
Le programme avance tant que f reste en dessous de g , et s'arrête au premier x pour lequel f est passée au-dessus : l'encadrement est alors donné par les deux dernières valeurs testées.
À retenir : le balayage ne donne jamais la valeur exacte, mais un **encadrement**. Annoncer « la solution est 3,6 » sans « environ » perd la seule information qui compte : la précision obtenue.

C2 – Résoudre graphiquement des inéquations $f(x) \geq g(x)$

Exigible, « ou à l'aide d'un outil numérique ». Prérequis : C1.

Rappel de cours

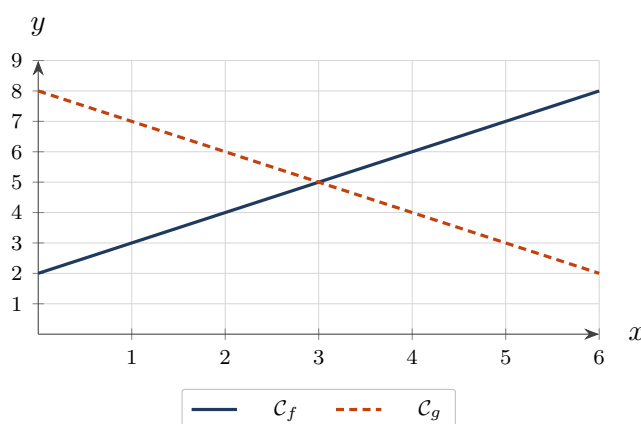
Résoudre $f(x) \geq g(x)$, c'est chercher les valeurs de x pour lesquelles la courbe de f est **au-dessus** de celle de g , ou la touche.

Les trois gestes : repérer les points d'intersection, qui sont les **valeurs limites** ; dire sur chaque portion quelle courbe est au-dessus ; écrire l'ensemble des solutions en intervalles.

Trois règles d'écriture : les bornes de l'intervalle d'étude font partie de la réponse ; une inégalité large ($\geq$) donne un crochet fermé, une inégalité stricte ($>$) un crochet ouvert ; si les courbes se coupent deux fois, la réponse est souvent une **réunion** d'intervalles, notée avec $\cup$.

Exercice 13 — De l'équation à l'inéquation

On reprend les deux droites de l'exercice 1, sur $I = [0 ; 6]$.



- Sur quelle portion de l'intervalle la courbe de f est-elle au-dessus de celle de g ?
- En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- Écrire l'ensemble des solutions de l'inéquation stricte $f(x) > g(x)$. Qu'est-ce qui change ?

Correction de l'exercice 13

- À partir du point d'intersection d'abscisse 3, la courbe de f passe au-dessus de celle de g et le reste jusqu'au bord du repère.
- $S = [3 ; 6]$. La borne 6 est celle de l'intervalle d'étude, et le crochet est fermé en 3 parce que l'inégalité est large : en $x = 3$, les deux fonctions sont égales.

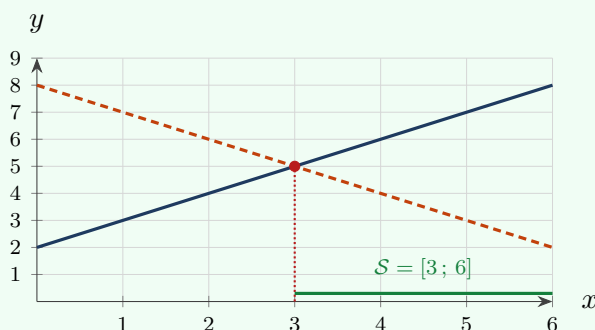


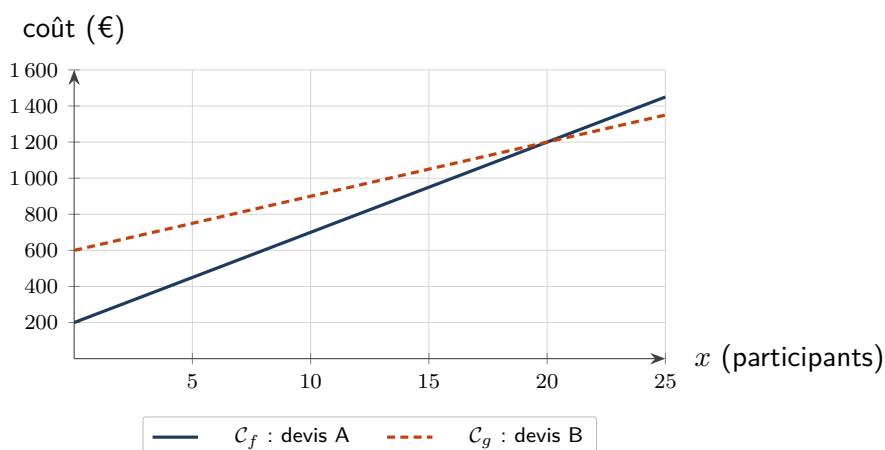
Figure-réponse : l'ensemble solution est reporté sur l'axe des abscisses.

- $S =]3 ; 6]$: le crochet devient ouvert en 3, car l'égalité y est exclue. La borne 6 ne change pas.

Exercice 14 — Deux devis pour une journée

Une association compare deux devis pour l'organisation d'une journée, selon le nombre x de participants (x compris entre 0 et 25).

Devis	Tarif	Fonction
A	200 € de location, puis 50 € par participant	$f(x) = 50x + 200$
B	600 € de location, puis 30 € par participant	$g(x) = 30x + 600$



- Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ et traduire le résultat par une phrase.
- L'association attend 30 participants, mais la salle du devis A n'en accueille que 25. Que peut-on dire ?

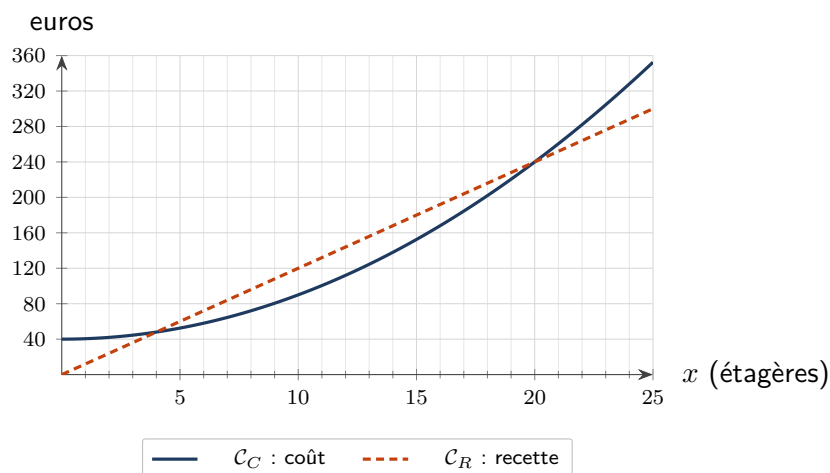
Correction de l'exercice 14

- Les deux droites se coupent au point $(20 ; 1200)$: la solution est $x = 20$ participants.
- $S = [20 ; 25]$. Autrement dit : à partir de 20 participants, le devis A coûte autant ou plus que le devis B — c'est donc le devis B qu'il faut choisir au-delà de ce seuil.
- La question sort du modèle : le graphique ne décrit la situation que sur $[0 ; 25]$, et la contrainte de capacité de la salle élimine le devis A pour 30 participants, quel qu'en soit le prix. L'inéquation ne suffit pas à décider : une condition non mathématique tranche avant elle.

À faire dire : un intervalle d'étude n'est pas choisi au hasard. Ici il correspond à la capacité réelle d'une salle.

Exercice 15 — *La zone de bénéfice d'un atelier*

Un atelier de menuiserie fabrique des étagères. Pour x étagères produites, le coût de production est $C(x) = 0,5x^2 + 40$ et la recette est $R(x) = 12x$, en euros. On étudie la situation sur $I = [0 ; 25]$.



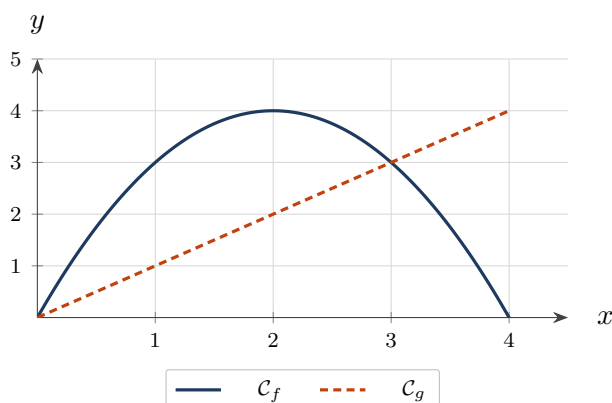
- Résoudre graphiquement l'équation $C(x) = R(x)$.
- L'atelier ne travaille pas à perte lorsque la recette **atteint ou dépasse** le coût. Écrire cette condition sous la forme d'une inéquation, puis la résoudre graphiquement.
- Combien d'étagères l'atelier doit-il produire au minimum pour ne pas travailler à perte ?
- Expliquer pourquoi produire 24 étagères ferait perdre de l'argent, alors que la recette y est plus élevée qu'à 20 étagères.

Correction de l'exercice 15

- Les deux courbes se coupent en $x = 4$ et $x = 20$: $\mathcal{S} = \{4 ; 20\}$.
Vérification : $C(4) = 0,5 \times 16 + 40 = 48$ et $R(4) = 48$; $C(20) = 0,5 \times 400 + 40 = 240$ et $R(20) = 240$.
- La condition s'écrit $R(x) \geq C(x)$, c'est-à-dire $C(x) \leq R(x)$. La courbe du coût est en dessous de la droite de recette entre les deux points d'intersection : $\mathcal{S} = [4 ; 20]$.
- Au minimum **4 étagères**.
- À $x = 24$, la recette vaut $R(24) = 288$ €, contre $R(20) = 240$ € : elle a bien augmenté. Mais le coût vaut $C(24) = 0,5 \times 576 + 40 = 328$ €, davantage encore. Le coût augmente plus vite que la recette : au-delà de 20 étagères, chaque étagère supplémentaire coûte plus qu'elle ne rapporte.
À faire dire : regarder la seule recette ne suffit jamais. C'est la *position relative* des deux courbes qui décide.

Exercice 16 — *Au-dessus, en dessous*

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur $I = [0 ; 4]$.



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- En déduire, sans nouvelle lecture, l'ensemble des solutions de $f(x) \leq g(x)$ sur le même intervalle.

Correction de l'exercice 16

- Les deux courbes se coupent en $x = 0$ et $x = 3$: $\mathcal{S} = \{0 ; 3\}$.
- Entre ces deux valeurs, la courbe de f est au-dessus de celle de g : $\mathcal{S} = [0 ; 3]$.

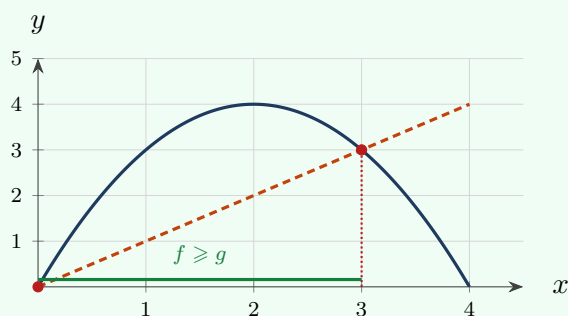
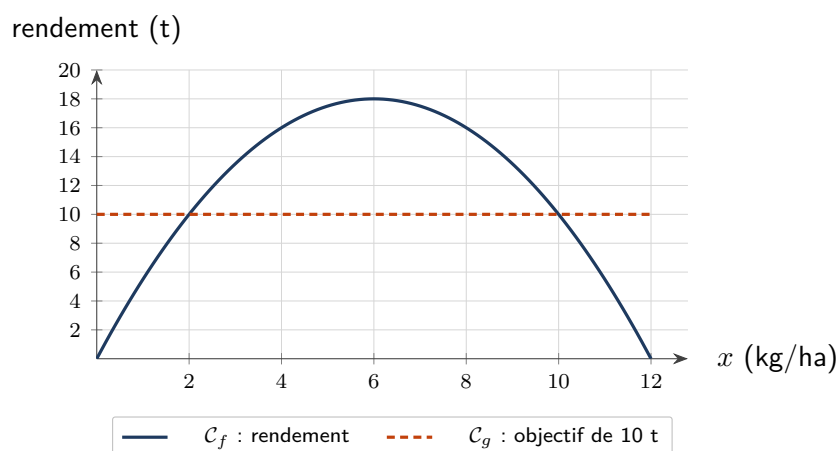


Figure-réponse : la portion où C_f est au-dessus.

- C'est le reste de l'intervalle d'étude, bornes d'intersection comprises : $\mathcal{S} = \{0\} \cup [3 ; 4]$. En pratique, on écrit plus simplement $[3 ; 4]$ en signalant que $x = 0$ convient aussi, puisque les deux courbes s'y touchent.
Point délicat, à traiter à l'oral : en $x = 0$ les deux fonctions sont égales, donc ce point appartient aux deux ensembles solutions. C'est normal : l'inégalité est large des deux côtés.

Exercice 17 — Quelle dose d'engrais ?

Un essai agronomique mesure le rendement d'une parcelle, en tonnes, en fonction de la dose d'engrais x apportée, en kilogrammes par hectare. La courbe de rendement est fournie ; l'exploitant vise un rendement d'au moins 10 tonnes.



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 10$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 10$ et traduire le résultat par une phrase.
- L'exploitant apporte 11 kg/ha d'engrais. Atteint-il son objectif ? Que peut-on lui conseiller ?
- Que se passerait-il si l'objectif était fixé à 20 tonnes ?

Correction de l'exercice 17

- La droite horizontale $y = 10$ coupe la courbe en $x = 2$ et $x = 10$: $\mathcal{S} = \{2 ; 10\}$.
- La courbe est au-dessus de la droite entre ces deux valeurs : $\mathcal{S} = [2 ; 10]$. Autrement dit, l'objectif de 10 tonnes est atteint pour une dose comprise entre 2 et 10 kg/ha.

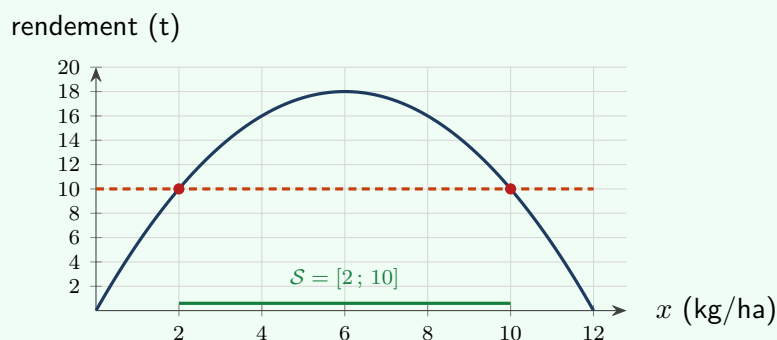


Figure-réponse : les deux doses limites et l'intervalle qui les sépare.

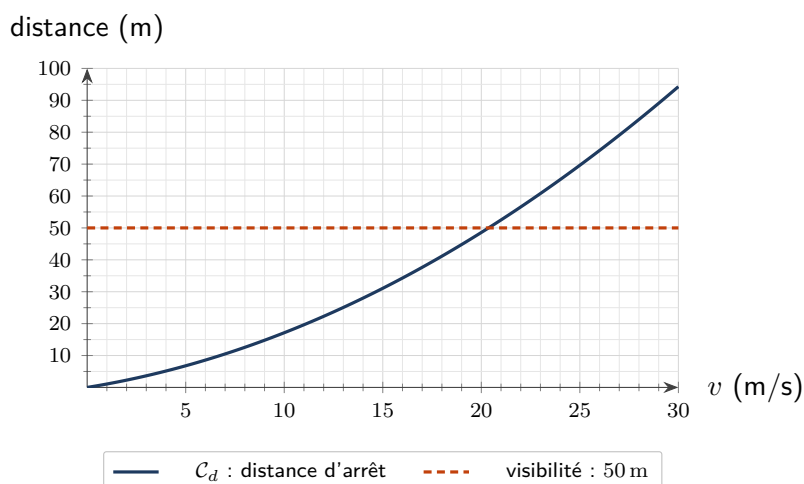
- Non : 11 kg/ha se situe au-delà de 10, et l'on lit $f(11) \approx 5,5$ tonnes. Il faut *réduire* la dose : au-delà d'un certain apport, l'engrais supplémentaire fait baisser le rendement au lieu de l'augmenter.
- La courbe ne dépasse jamais 18 tonnes : la droite $y = 20$ ne la rencontrerait pas. L'équation $f(x) = 20$ n'aurait aucune solution, et l'objectif serait inatteignable avec ce seul levier.

Réserve : la courbe est un *modèle* tiré d'un essai. Elle ne vaut que pour la parcelle, la culture et l'année de l'essai.

Exercice 18 — Distance d'arrêt et distance de visibilité

La **distance d'arrêt** d'un véhicule est la distance parcourue entre le moment où le conducteur voit l'obstacle et l'arrêt complet. Elle comprend la distance parcourue pendant le temps de réaction et la distance de freinage.

La courbe ci-dessous donne la distance d'arrêt $d(v)$, en mètres, en fonction de la vitesse v , en mètres par seconde, sur chaussée sèche, pour $I = [0 ; 30]$. Un virage offre une visibilité de 50 m : la droite horizontale représente cette distance.



- Lire la distance d'arrêt pour une vitesse de 10 m/s, puis pour 25 m/s.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $d(v) \geq 50$.
- Interpréter ce résultat pour le conducteur qui aborde le virage.
- Convertir la vitesse limite trouvée en kilomètres par heure (multiplier par 3,6).

Correction de l'exercice 18

a. $d(10) \approx 17$ m et $d(25) \approx 70$ m (lectures graphiques).

Contrôle par l'expression : $10 + \frac{100}{14} \approx 17,1$ et $25 + \frac{625}{14} \approx 69,6$.

b. La courbe passe au-dessus de la droite $y = 50$ à partir de $v \approx 20$ m/s. Sur l'intervalle d'étude : $S \approx [20 ; 30]$.

c. Au-delà d'environ 20 m/s, la distance d'arrêt dépasse la distance visible : le conducteur ne peut plus s'arrêter avant un obstacle qui apparaîtrait à la sortie du virage. Il faut donc aborder ce virage en dessous de cette vitesse.

d. $20 \times 3,6 = 72$ km/h.

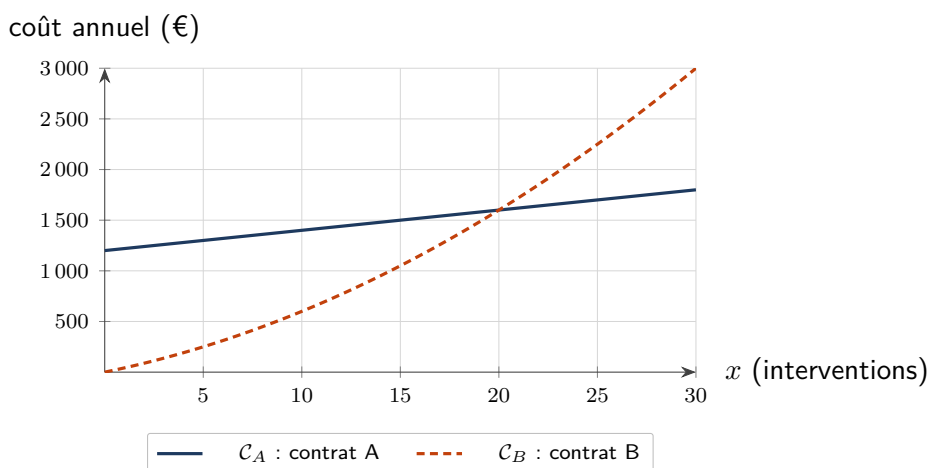
Contrôle : par le calcul, le seuil exact vaut $v \approx 20,4$ m/s, soit ≈ 73 km/h. La lecture graphique donne donc le bon ordre de grandeur, à environ 1 km/h près : c'est la précision d'une lecture, et c'est pourquoi on écrit $\approx$.

Réserves à énoncer : la courbe correspond à une chaussée sèche, à un temps de réaction d'une seconde et à des freins en bon état. Sur chaussée mouillée, la distance d'arrêt est nettement plus grande et la vitesse limite plus basse. Ce modèle donne un ordre de grandeur, pas une règle de conduite.

Exercice 19 — Deux contrats de maintenance

Une entreprise de maintenance propose deux contrats pour l'entretien d'un parc de chaudières, selon le nombre x d'interventions dans l'année ($0 \leq x \leq 30$).

Contrat	Facturation	Fonction
A	forfait annuel de 1200 €, puis 20 € par intervention	$A(x) = 20x + 1200$
B	sans forfait, mais coût croissant avec la charge	$B(x) = 2x^2 + 40x$



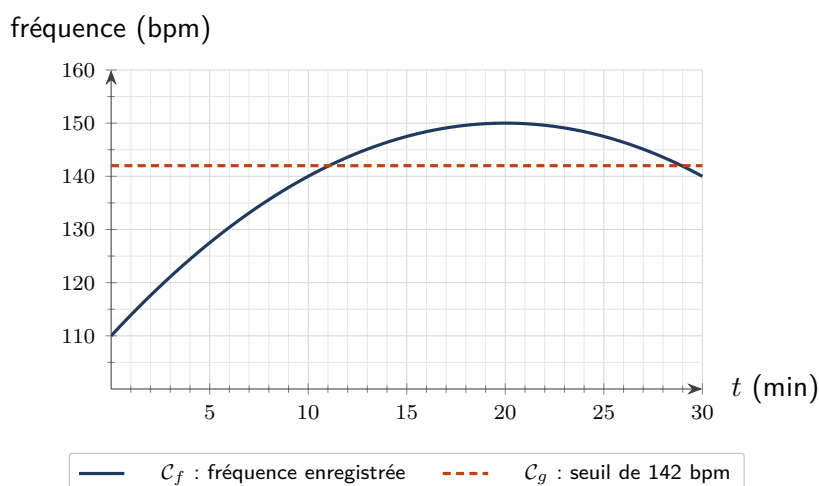
- Résoudre graphiquement l'équation $A(x) = B(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $B(x) \leq A(x)$.
- L'an dernier, l'entreprise a réalisé 12 interventions. Quel contrat aurait été le plus avantageux ? De combien ?
- Le responsable prévoit une forte hausse d'activité, jusqu'à 25 interventions. Quel contrat lui conseiller ?

Correction de l'exercice 19

- Les deux courbes se coupent au point $(20 ; 1600)$: la solution est $x = 20$ interventions.
Vérification : $A(20) = 20 \times 20 + 1200 = 1600$ et $B(20) = 2 \times 400 + 40 \times 20 = 800 + 800 = 1600$.
- La courbe du contrat B est en dessous de la droite du contrat A jusqu'au point d'intersection : $S = [0 ; 20]$.
- À $x = 12$: $A(12) = 1440$ € et $B(12) = 2 \times 144 + 480 = 768$ €. Le contrat **B** aurait été plus avantageux, de 672 €.
- À 25 interventions : $A(25) = 1700$ € contre $B(25) = 1250 + 1000 = 2250$ €. Au-delà de 20 interventions, c'est le contrat **A** qui devient le moins cher : c'est lui qu'il faut conseiller.
À faire remarquer : le contrat B est le moins cher tant que l'activité reste faible, mais son coût accélère — c'est la forme de sa courbe qui le dit, pas son prix unitaire.

Exercice 20 — Rester dans la zone d'effort

Une montre connectée enregistre la fréquence cardiaque d'un élève pendant une séance d'endurance de 30 minutes. La courbe est fournie. La zone d'effort visée par le professeur correspond à une fréquence d'au moins 142 battements par minute.



- Lire la fréquence cardiaque au bout de 5 minutes, puis de 20 minutes.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 142$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(t) \geq 142$, puis dire pendant combien de minutes l'élève est resté dans la zone visée.
- Le professeur demande 20 minutes dans la zone visée. L'objectif est-il atteint ?

Correction de l'exercice 20

- a.** $f(5) \approx 128$ bpm (entre 125 et 130) et $f(20) = 150$ bpm.

Contrôle : $110 + 20 - 2,5 = 127,5$ et $110 + 80 - 40 = 150$.

- b.** La droite $y = 142$ coupe la courbe en deux points, d'abscisses $t \approx 11$ et $t \approx 29$: $\mathcal{S} \approx \{11 ; 29\}$.

- c.** Entre ces deux instants, la courbe est au-dessus de la droite : $\mathcal{S} \approx [11 ; 29]$. L'élève est resté dans la zone visée environ $29 - 11 = 18$ min.

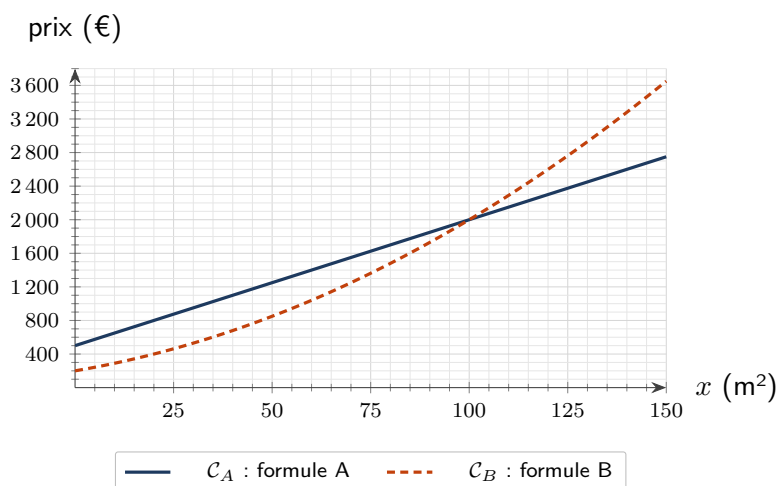
- d.** Non : 18 min lues contre 20 min demandées, il en manque environ 2. La grille au trait fin donne la minute, donc l'écart est lisible ; en montant un peu plus tôt en intensité, l'objectif serait atteint.

Réserve : le seuil de 142 bpm correspond à une valeur cible donnée par le professeur pour cette séance. Une fréquence cible se règle avec l'enseignant d'éducation physique et, en cas de problème de santé, avec un médecin — elle ne se déduit pas d'un graphique.

Exercice 21 — Deux formules de pose de parquet

Un artisan propose deux formules pour la pose d'un parquet, selon la surface x à poser, en mètres carrés, avec $0 \leq x \leq 150$.

Formule	Facturation	Fonction
A	500 € de déplacement, puis 15 € par m ²	$A(x) = 15x + 500$
B	200 € de déplacement, puis un tarif croissant	$B(x) = 0,1x^2 + 8x + 200$



- Résoudre graphiquement l'équation $A(x) = B(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $B(x) \leq A(x)$ et traduire le résultat par une phrase.
- Un client fait poser 60 m² de parquet. Quelle formule doit-il choisir ? Justifier par une lecture, puis vérifier par le calcul.
- Pour 150 m², lire les deux prix sur le graphique, à la centaine d'euros près (une ligne fine vaut 100 €), puis dire de combien la formule A est moins chère que la formule B. Vérifier ensuite par le calcul.

Correction de l'exercice 21

- Les deux courbes se coupent au point (100 ; 2000) : la solution est $x = 100 \text{ m}^2$.
Vérification : $A(100) = 1\,500 + 500 = 2\,000$ et $B(100) = 0,1 \times 10\,000 + 800 + 200 = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000$.
- La courbe de B est en dessous de la droite de A jusqu'à 100 m^2 : $\mathcal{S} = [0 ; 100]$. Autrement dit, *jusqu'à* 100 m^2 , *la formule B revient moins cher* ; au-delà, c'est la formule A.
- 60 m² se situe avant le seuil : la formule **B** est la moins chère. Vérification : $A(60) = 1\,400 \text{ €}$ et $B(60) = 360 + 480 + 200 = 1\,040 \text{ €}$, soit 360 € d'écart.
- À 150 m², on lit $A(150) \approx 2\,700 \text{ €}$ à $2\,800 \text{ €}$ et $B(150) \approx 3\,600 \text{ €}$ à $3\,700 \text{ €}$: la formule A est moins chère d'environ 900 €. Accepter toute lecture à 100 € près.
Contrôle : $A(150) = 2\,250 + 500 = 2\,750$ et $B(150) = 2\,250 + 1\,200 + 200 = 3\,650$, soit $3\,650 - 2\,750 = 900 \text{ €}$ d'écart.

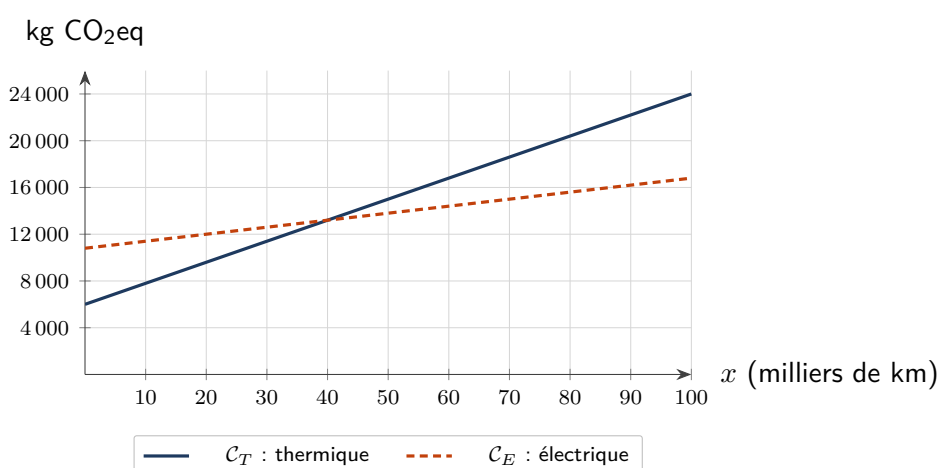
Remarque : la question d. ne demande que deux lectures d'images et une soustraction. Aucune méthode algébrique n'est nécessaire, et aucune n'est au programme ici.

Exercice 22 — *Thermique ou électrique : à partir de combien de kilomètres ?*

Un document de comparaison environnementale donne les émissions cumulées de deux voitures neuves de même catégorie, en kilogrammes de CO₂ équivalent, en fonction de la distance x parcourue, exprimée en milliers de kilomètres.

Véhicule	Fabrication	Usage	Émissions cumulées
Thermique	6000 kg	180 g par km	$T(x) = 180x + 6\,000$
Électrique	10 800 kg	60 g par km	$E(x) = 60x + 10\,800$

x est en *milliers* de kilomètres : $x = 25$ correspond à 25 000 km. L'étude porte sur $I = [0 ; 100]$. Les valeurs proviennent du document fourni ; elles dépendent notamment de la façon dont l'électricité est produite.



- Quel véhicule a déjà émis le plus au moment de sa mise en circulation, avant d'avoir roulé ? De combien ?
- Résoudre graphiquement l'équation $T(x) = E(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $E(x) \leq T(x)$ et traduire le résultat par une phrase.
- Une personne parcourt 8000 km par an et garde sa voiture 12 ans. Le seuil est-il atteint ?

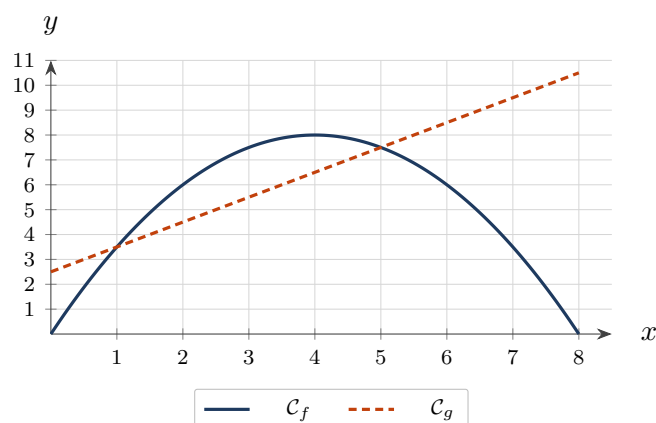
Correction de l'exercice 22

- À $x = 0$, on lit $T(0) = 6000$ kg et $E(0) = 10\,800$ kg. Le véhicule électrique a déjà émis 4800 kg de plus, à cause de la fabrication de sa batterie.
- Les deux droites se coupent au point (40 ; 13 200) : la solution est $x = 40$, c'est-à-dire 40 000 km. Vérification : $T(40) = 7\,200 + 6\,000 = 13\,200$ et $E(40) = 2\,400 + 10\,800 = 13\,200$.
- La droite du véhicule électrique passe en dessous à partir de ce point : $\mathcal{S} = [40 ; 100]$. Autrement dit, *au-delà de 40 000 km parcourus, le véhicule électrique a émis moins que le thermique* ; en dessous, c'est l'inverse.
- $8\,000 \times 12 = 96\,000$ km, soit $x = 96$: le seuil de 40 est largement dépassé. Sur la durée de vie envisagée, le véhicule électrique émet moins.

Réserves à énoncer : ces valeurs viennent du document fourni. Les émissions de fabrication dépendent de la taille de la batterie, et celles de l'usage dépendent fortement de la façon dont l'électricité est produite. Le seuil de 40 000 km n'est donc pas une constante : c'est le résultat *de ce document-là*.

Exercice 23 — Une réunion d'intervalles

Les fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur $I = [0 ; 8]$.



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$. Écrire la réponse sous forme d'une réunion d'intervalles.
- Vérifier que les deux ensembles trouvés aux questions **b.** et **c.** recouvrent bien tout l'intervalle d'étude.

Correction de l'exercice 23

- a.** Les deux courbes se coupent en $x = 1$ et $x = 5$: $\mathcal{S} = \{1 ; 5\}$.

Vérification : $f(1) = -0,5 + 4 = 3,5$ et $g(1) = 3,5$; $f(5) = -12,5 + 20 = 7,5$ et $g(5) = 7,5$.

- b.** Entre les deux points d'intersection, la courbe de f est au-dessus : $\mathcal{S} = [1 ; 5]$.

- c.** En dehors de cet intervalle, $\mathcal{C}_f$ est en dessous. L'inégalité étant stricte, les points d'intersection sont exclus :

$$\mathcal{S} = [0 ; 1[\cup]5 ; 8]$$

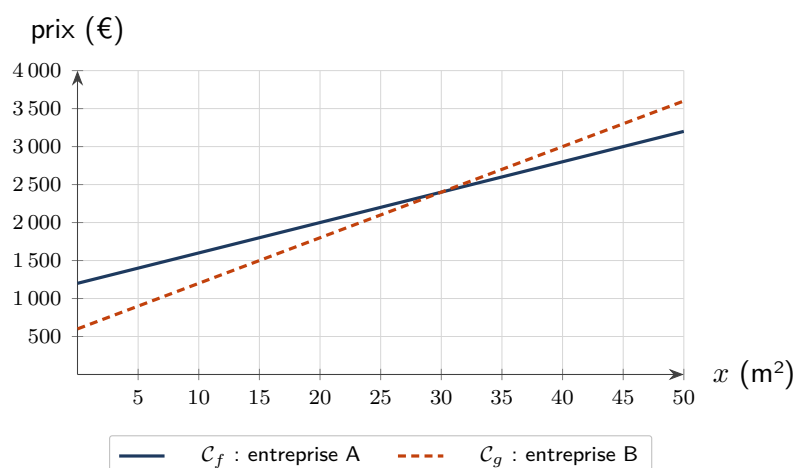
- d.** $[1 ; 5]$ et $[0 ; 1[\cup]5 ; 8]$ n'ont aucun point commun, et leur réunion donne $[0 ; 8]$ tout entier : chaque valeur de x vérifie exactement l'une des deux inégalités.

Erreur à surveiller : écrire $] -\infty ; 1[\cup]5 ; +\infty[$. En dehors de $[0 ; 8]$, les fonctions ne sont pas définies : les bornes de l'intervalle d'étude font partie de la réponse.

Exercice 24 — Choisir une entreprise d'isolation

Un particulier fait isoler des combles. Deux entreprises établissent un devis en fonction de la surface x à isoler, en mètres carrés, avec $0 \leq x \leq 50$.

Entreprise	Devis	Fonction
A	1200 € d'installation de chantier, puis 40 € par m ²	$f(x) = 40x + 1200$
B	600 € d'installation de chantier, puis 60 € par m ²	$g(x) = 60x + 600$



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$, puis vérifier par le calcul.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- Les combles à isoler mesurent 45 m². Quelle entreprise choisir ? Quelle économie réalise-t-on ?
- Rédiger en deux ou trois phrases le conseil à donner au particulier, en indiquant à partir de quelle surface la réponse change.

Correction de l'exercice 24

- Les deux droites se coupent au point (30 ; 2400) : la solution est $x = 30$ m².
Vérification : $f(30) = 1200 + 1200 = 2400$ et $g(30) = 1800 + 600 = 2400$.
- Avant le point d'intersection, la droite de A est au-dessus : $\mathcal{S} = [0 ; 30]$.
- 45 m² se situe au-delà du seuil : c'est l'entreprise **A** la moins chère. $f(45) = 1800 + 1200 = 3000$ € contre $g(45) = 2700 + 600 = 3300$ €, soit 300 € d'économie.
- Rédaction attendue : « Pour une surface inférieure à 30 m², l'entreprise B est la moins chère, car son installation de chantier coûte moitié moins. Au-delà de 30 m², l'entreprise A devient plus avantageuse, parce que son prix au mètre carré est plus faible. Pour les 45 m² de ces combles, c'est donc l'entreprise A qu'il faut retenir, pour une économie d'environ 300 €. »
Ce que le devis ne dit pas : la qualité de l'isolant posé, l'épaisseur mise en œuvre et les garanties. Deux devis ne se comparent pas au seul prix.