

Fiche de cours — Suites numériques

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Le vocabulaire

Les trois mots

Suite (u_n) : une liste de nombres numérotés.

Rang n : la place d'un terme, un entier.

Terme u_n : le nombre situé au rang n , aussi noté $u(n)$.

Le premier terme est en général u_0 : **le rang 0 existe**. « Après 3 ans » correspond à u_3 , et le premier mois d'activité est u_0 .

2. Générer les termes

Deux façons de définir une suite

Formule explicite $u_n = f(n)$: on remplace n par le rang.

Exemple : $u_n = 4n + 9$ donne $u_{100} = 409$ en un calcul.

Récurrence $u_{n+1} = u_n + r$: on avance terme après terme.

Exemple : $u_0 = 1\,520$ et $u_{n+1} = u_n + 45$.

3. Tableur et Python

Au tableur, on saisit le premier terme puis une formule copiée vers le bas : =B2+45 (récurrence) ou =1520+45*A2 (formule explicite).

En Python, une **liste** stocke les termes :

```
liste = [u0]
for k in range(n):
    liste.append(liste[-1] + r)
```

Erreur fréquente

Le premier élément d'une liste est à l'indice 0 : `liste[1]` donne le *deuxième* terme.

4. Sens de variation

On regarde les différences $u_{n+1} - u_n$:

toutes > 0 : **croissante** toutes < 0 : **décroissante**

Si les différences changent de signe, la suite n'est ni l'une ni l'autre : dire sur quels rangs elle monte et sur quels rangs elle descend.

5. Suite arithmétique

$$u_{n+1} = u_n + r \quad (r : \text{la raison})$$

On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre.

Pour la reconnaître : calculer les différences. Toutes égales $\Rightarrow$ arithmétique. Deux différences distinctes suffisent à prouver le contraire.

Un pourcentage n'est pas une raison

« +3 % par an » ne veut pas dire « +3 par an ». Une hausse en pourcentage porte sur un montant qui grossit : les différences grossissent aussi, la suite n'est **pas** arithmétique.

6. Terme général

$$u_n = u_0 + n \times r$$

À partir d'un autre terme connu :

$$u_n = u_p + (n - p) \times r$$

Compter les **pas** de raison, pas les termes : de u_2 à u_6 , il y a 4 pas. Si la numérotation commence à 1 : $u_n = u_1 + (n - 1)r$.

Raison inconnue, deux termes connus : $r = \frac{u_q - u_p}{q - p}$.

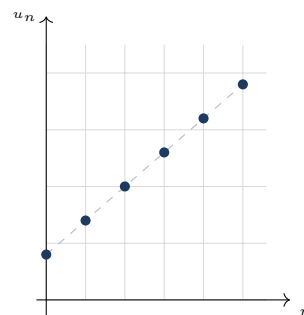
7. Variation d'une suite arithmétique

$r > 0$ croissante $r < 0$ décroissante $r = 0$ constante

Le premier terme ne joue aucun rôle. Et $u_n = rn + u_0$ est une **fonction affine** de n : r y joue le rôle du coefficient directeur.

8. Le nuage de points

On place un point par rang, aux coordonnées $(n ; u_n)$.



Suite arithmétique : les points sont alignés.

Ne pas relier les points

Une suite n'existe qu'aux rangs entiers. Un trait continu laisserait croire qu'il existe une valeur au « rang 2,5 ».

9. Somme des termes

$$S = \frac{\text{nb de termes} \times (\text{premier} + \text{dernier})}{2}$$

Formule **donnée** : elle n'est pas à mémoriser, mais à savoir appliquer. Elle ne vaut que pour une suite **arithmétique**.

Compter les termes

De u_0 à u_{11} : $11 - 0 + 1 = 12$ termes, et le dernier est u_{11} , pas u_{12} .

Les mots « au total », « en tout », « cumulé », « combien commander » signalent une somme.

10. Un rang est un entier

Pour « à partir de quand ? », on résout l'inéquation, puis on **vérifie les deux rangs entiers** qui encadrent le résultat.

Exemple : $1\,250 + 85n \geq 3\,000$ donne $n \geq 20,59$; $u_{20} = 2\,950$ (non atteint), $u_{21} = 3\,035$ (atteint) $\Rightarrow$ semaine 21.

Jusqu'où va le modèle ?

Une suite arithmétique décrit une évolution régulière sur quelques rangs. Un stock négatif, une cuve qui déborde, un club qui sature : au-delà, le calcul continue mais la situation, non.

11. Hors programme en Première

Les **suites géométriques** — et toute récurrence autre qu'arithmétique — relèvent de la Terminale. Ici, une suite non arithmétique sert seulement à être *reconnue* comme telle.

Je sais faire

- ☐ écrire les premiers termes d'une suite, par formule ou par récurrence ;
- ☐ générer les termes au tableur ou en Python ;
- ☐ dire si une suite est arithmétique, et donner sa raison ;
- ☐ calculer un terme de rang donné avec $u_n = u_0 + n r$;
- ☐ retrouver la raison à partir de deux termes connus ;
- ☐ donner le sens de variation, d'après la raison ou d'après les différences ;
- ☐ placer les points $(n ; u_n)$ sans les relier, et lire un seuil ;
- ☐ calculer une somme en comptant correctement les termes ;
- ☐ trouver un rang de dépassement et vérifier les deux rangs voisins ;
- ☐ dire jusqu'où le modèle reste crédible.