

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro**Cahier d'exercices****Chapitre 3****Suites numériques**

Édition : 17 septembre 2026 – Naïm Azzouz

Méthode — Mode d'emploi

Ce cahier suit les cinq capacités du chapitre, dans l'ordre où elles s'enseignent. Chaque partie commence par un rappel de cours, puis les exercices vont de l'application directe vers le choix autonome d'une méthode et l'analyse d'un modèle. Écrire le calcul, puis une phrase de réponse avec son unité. La calculatrice est autorisée ; règle et crayon sont nécessaires pour les nuages de points. Les corrections suivent chaque exercice dans cette version.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Exercices	Pages
C1 – Générer les termes d'une suite (par calcul ou outil numérique)	1 à 5	2
C2 – Reconnaître une suite arithmétique et calculer un terme de rang donné	6 à 11	4
C3 – Déterminer le terme général d'une suite arithmétique et son sens de variation	12 à 17	7
C4 – Réaliser et exploiter le nuage de points $(n; u_n)$	18 à 21	11
C5 – Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique	22 à 26	14

Les suites géométriques ne figurent pas dans ce cahier : le programme de Première porte sur les suites arithmétiques et les reporte en Terminale. Les exercices 2, 5 et 6 demandent seulement de *reconnaître* qu'une suite n'est pas arithmétique.

C1 – Générer les termes d'une suite numérique

Exigible, « par calcul ou outil numérique ». Prérequis : calcul avec les relatifs, remplacement d'une lettre par un nombre.

Rappel de cours

Une suite (u_n) associe à chaque rang n un nombre u_n , aussi noté $u(n)$. Le premier terme est en général u_0 : **le rang 0 existe**.

Formule explicite $u_n = f(n)$: on remplace n par le rang voulu. **Relation de récurrence** $u_{n+1} = u_n + r$: on avance d'un terme au suivant.

Au tableur, une formule recopiée vers le bas donne tous les termes. En Python, une **liste** les stocke : son premier élément est à l'indice 0, comme le rang 0 de la suite.

Exercice 1 — Une formule explicite

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 4n + 9$.

- Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- Calculer u_{10} et u_{100} .
- Expliquer pourquoi il aurait été long d'obtenir u_{100} en partant de u_0 et en ajoutant 4 à chaque fois.

Correction de l'exercice 1

- $u_0 = 4 \times 0 + 9 = 9$; $u_1 = 13$; $u_2 = 17$; $u_3 = 21$; $u_4 = 25$.
- $u_{10} = 4 \times 10 + 9 = 49$ et $u_{100} = 4 \times 100 + 9 = 409$.
- Il aurait fallu enchaîner 100 additions successives, alors que la formule explicite donne le terme directement, en un seul calcul. C'est l'intérêt de la formule $u_n = f(n)$: elle donne n'importe quel terme sans passer par les précédents.

Exercice 2 — Une suite qui n'est pas arithmétique

On considère la suite (w_n) définie par $w_n = n^2 - 2n + 3$.

- Calculer w_0 , w_1 , w_2 , w_3 , w_4 et w_5 .
- Calculer les différences $w_1 - w_0$, $w_2 - w_1$ et $w_3 - w_2$.
- Cette suite est-elle arithmétique ? Justifier.
- Donner le sens de variation de cette suite en précisant sur quels rangs elle descend et sur quels rangs elle monte.

Correction de l'exercice 2

- $w_0 = 0 - 0 + 3 = 3$; $w_1 = 1 - 2 + 3 = 2$; $w_2 = 4 - 4 + 3 = 3$; $w_3 = 9 - 6 + 3 = 6$; $w_4 = 16 - 8 + 3 = 11$; $w_5 = 25 - 10 + 3 = 18$.
- $w_1 - w_0 = -1$; $w_2 - w_1 = +1$; $w_3 - w_2 = +3$.
- Non : les différences ne sont pas constantes. Deux différences distinctes suffisent à le prouver.
- La suite **décroît** du rang 0 au rang 1 (la différence est négative), puis **croît** à partir du rang 1 (les différences suivantes sont positives). Elle n'est donc ni croissante ni décroissante sur l'ensemble des rangs.

Exercice 3 — Les plots de l'éducateur sportif

Un éducateur sportif aménage des zones d'entraînement. Le nombre total de plots utilisés pour n zones est donné par $v_n = 8n + 4$: il faut 4 plots pour délimiter l'entrée, puis 8 plots par zone.

- Calculer le nombre de plots nécessaires pour 1, 2, 3, 4 et 5 zones.
- Combien de plots faut-il pour 12 zones ?
- L'éducateur dispose de 100 plots. Combien de zones peut-il aménager au maximum ? Justifier par une inéquation.

Correction de l'exercice 3

- a. $v_1 = 8 \times 1 + 4 = 12$; $v_2 = 20$; $v_3 = 28$; $v_4 = 36$; $v_5 = 44$ plots.
 b. $v_{12} = 8 \times 12 + 4 = 100$ plots.
 c. On résout $8n + 4 \leq 100$, soit $8n \leq 96$, donc $n \leq 12$.
 Il peut aménager **12 zones** au maximum, et il utilise alors exactement ses 100 plots.

Exercice 4 — Au tableur et en Python : un programme de marche

Après une opération du genou, un kinésithérapeute fixe un programme de marche quotidienne : 10 min le premier jour (jour 0), puis 3 min de plus chaque jour. On note u_n la durée de marche, en minutes, le jour n .

- a. Au tableur, la colonne A contient les rangs et la colonne B les durées. On saisit 0 en A2 et 10 en B2. Écrire les formules à saisir en A3 et en B3 pour pouvoir les recopier vers le bas.
 b. Quelle durée la cellule B6 affichera-t-elle ?
 c. On dispose du programme Python suivant :

```

1 def termes(u0, r, n):
2     liste = [u0]
3     for k in range(n):
4         liste.append(liste[-1] + r)
5     return liste

```

Écrire l'appel qui donne les durées du jour 0 au jour 12, puis dire combien d'éléments contient la liste obtenue.

- d. Le programme s'arrête quand la marche atteint 45 min. Déterminer le premier jour concerné, en vérifiant les deux rangs qui l'encadrent.

Correction de l'exercice 4

- a. En A3 : =A2+1. En B3 : =B2+3.
Autre réponse acceptée : =10+3*A3 en B3, qui utilise la formule explicite au lieu de la récurrence.
 b. B6 correspond au rang 4 (la ligne 2 porte le rang 0) : $u_4 = 10 + 3 \times 4 = 22$ min.
 c. termes(10, 3, 12). La liste contient 13 éléments : les rangs 0 à 12, soit $12 - 0 + 1 = 13$ termes.
 d. $u_n = 10 + 3n$. On résout $10 + 3n \geq 45$, soit $3n \geq 35$, donc $n \geq \frac{35}{3} \approx 11,67$.
 Vérification : $u_{11} = 10 + 33 = 43$ min (objectif non atteint) et $u_{12} = 10 + 36 = 46$ min (objectif atteint).
 C'est donc le **jour 12**.
Réserve : ce programme est une progression théorique. La reprise après opération se règle avec le kinésithérapeute, en fonction de la douleur et de la fatigue ; la suite ne décide pas à sa place.

Exercice 5 — Un abonnement qui augmente de 3 %

Un abonnement annuel à une salle de sport coûte 240 € la première année. Le contrat prévoit une augmentation de 3 % chaque année.

Rappel : augmenter de 3 %, c'est multiplier par 1,03 — et non ajouter 3.

On note u_n le prix de l'abonnement, en euros, l'année n , avec $u_0 = 240$. On arrondit chaque prix au centime, puis on repart de la valeur arrondie.

Année n	0	1	2	3
Prix u_n (€)	240,00			

- Compléter le tableau.
- Calculer les différences $u_1 - u_0$, $u_2 - u_1$ et $u_3 - u_2$.
- La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
- Expliquer en une phrase pourquoi une augmentation en pourcentage ne donne pas une suite arithmétique.

Correction de l'exercice 5

- $u_1 = 240 \times 1,03 = 247,20$ € ; $u_2 = 247,20 \times 1,03 = 254,616 \approx 254,62$ € ; $u_3 = 254,62 \times 1,03 = 262,2586 \approx 262,26$ €.
- $u_1 - u_0 = 7,20$ € ; $u_2 - u_1 = 7,42$ € ; $u_3 - u_2 = 7,64$ €.
- Non : les différences ne sont pas constantes (7,20 € puis 7,42 € puis 7,64 €). La suite n'est pas arithmétique.
- Le pourcentage s'applique à un prix qui grossit chaque année : l'augmentation en euros grossit donc elle aussi, au lieu de rester la même.

C2 – Reconnaître une suite arithmétique et calculer un terme de rang donné

Exigible. Prérequis : C1. L'exercice 11 part de deux termes seulement.

Rappel de cours

Une suite est **arithmétique** lorsqu'on ajoute toujours le même nombre r , appelé **raison**, pour passer d'un terme au suivant : $u_{n+1} = u_n + r$.

Pour la reconnaître : calculer les différences entre termes consécutifs. Si elles sont toutes égales, la suite est arithmétique ; deux différences distinctes suffisent à prouver qu'elle ne l'est pas.

Terme général : $u_n = u_0 + n \times r$, ou $u_n = u_p + (n - p) \times r$ à partir d'un autre terme connu. Compter les **pas** de raison, pas les termes.

Exercice 6 — Quatre listes à trier

Pour chacune des listes suivantes, dire si la suite est arithmétique. Justifier par les différences entre termes consécutifs et, le cas échéant, donner la raison.

- 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; ...
- 100 ; 90 ; 80 ; 70 ; 60 ; ...
- 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ...
- 1,5 ; 3 ; 4,5 ; 6 ; 7,5 ; ...

Correction de l'exercice 6

- a. $8 - 5 = 3$; $11 - 8 = 3$; $14 - 11 = 3$: arithmétique, de raison $r = 3$.
 b. $90 - 100 = -10$; $80 - 90 = -10$: arithmétique, de raison $r = -10$.
 c. $4 - 2 = 2$ mais $8 - 4 = 4$: les différences ne sont pas constantes, la suite **n'est pas** arithmétique. (Ici chaque terme est le double du précédent ; ce type de suite est étudié en Terminale.)
 d. $3 - 1,5 = 1,5$; $4,5 - 3 = 1,5$; $6 - 4,5 = 1,5$: arithmétique, de raison $r = 1,5$.

Exercice 7 — Un mur qui monte rangée par rangée

Sur un chantier, un maçon monte un mur en parpaings. La semelle de départ arrive à 20 cm du sol. Chaque rangée de parpaings ajoute ensuite 25 cm (parpaing et joint de mortier).

On note u_n la hauteur du mur, en centimètres, après n rangées posées, avec $u_0 = 20$.

Rang n	0	1	2	3	4	5
Hauteur u_n (cm)	20	45	70			

- a. Compléter le tableau.
 b. Justifier que la suite (u_n) est arithmétique et donner sa raison r .
 c. Écrire u_n en fonction de n .
 d. Quelle est la hauteur du mur après 8 rangées ?
 e. Le mur doit atteindre 245 cm. Combien de rangées faut-il poser ?

Correction de l'exercice 7

- a. $u_3 = 70 + 25 = 95$ cm ; $u_4 = 120$ cm ; $u_5 = 145$ cm.
 b. On ajoute toujours 25 cm d'une rangée à la suivante : $u_{n+1} = u_n + 25$. La suite est arithmétique de raison $r = 25$ cm.
 c. $u_n = u_0 + n \times r = 20 + 25n$ (en centimètres).
 d. $u_8 = 20 + 25 \times 8 = 20 + 200 = 220$ cm, soit 2,20 m.
 e. On résout $20 + 25n = 245$, soit $25n = 225$, donc $n = 9$.
 Il faut poser **9 rangées**. Vérification : $20 + 25 \times 9 = 245$ cm.

Exercice 8 — La chauffe d'un ballon d'eau chaude

Un ballon d'eau chaude sanitaire est mis en chauffe. L'eau est à 15 °C au départ et sa température monte de 4 °C toutes les 10 min.

On note u_n la température de l'eau, en degrés Celsius, après n tranches de 10 min, avec $u_0 = 15$.

Rang n	0	1	2	3	4	5
Température u_n (°C)	15	19				

- a. Compléter le tableau.
 b. Donner la raison r et le sens de variation de la suite. Justifier.
 c. Écrire u_n en fonction de n .
 d. Quelle est la température au bout de 100 min ?
 e. Le thermostat coupe la chauffe dès que la température dépasse 60 °C. On donne $u_{11} = 59$ °C. Calculer u_{12} et dire à quel rang la chauffe s'arrête.

Correction de l'exercice 8

- a. $u_2 = 23$; $u_3 = 27$; $u_4 = 31$; $u_5 = 35^\circ\text{C}$.
 b. On ajoute 4°C à chaque étape : $r = 4$. Comme $r > 0$, la suite est croissante : l'eau se réchauffe.
 c. $u_n = 15 + 4n$ (en $^\circ\text{C}$).
 d. 100 min correspond à $n = 10$: $u_{10} = 15 + 40 = 55^\circ\text{C}$.
 e. $u_{12} = 15 + 48 = 63^\circ\text{C}$. Au rang 11 l'eau est à 59°C , au rang 12 à 63°C : le premier relevé qui dépasse 60°C est celui du **rang 12**, soit 120 min.
Limite du modèle : la suite ne donne la température que toutes les 10 min. Elle ne dit pas à quel instant exact un thermostat continu couperait entre ces deux relevés.

Exercice 9 — Le réglage d'une butée de scie à format

- Dans un atelier de menuiserie, la butée d'une scie à format se règle par crans. À la position de départ (cran 0), la butée est à 145 mm de la lame. Chaque cran l'éloigne de 12,5 mm supplémentaires. On note d_n la distance entre la lame et la butée, en millimètres, au cran n , avec $d_0 = 145$.
 a. Justifier que (d_n) est arithmétique et donner sa raison. Que représente-t-elle pour le menuisier ?
 b. Exprimer d_n en fonction de n et donner le sens de variation.
 c. Quelle largeur de pièce obtient-on au cran 20 ?
 d. Le menuisier doit débiter des panneaux de plus de 500 mm de large. À partir de quel cran est-ce possible ?
 e. Une commande demande des panneaux de 425 mm exactement. Montrer qu'aucun cran ne donne cette largeur, puis indiquer les deux crans les plus proches.

Correction de l'exercice 9

- a. À chaque cran on ajoute toujours la même distance : $d_{n+1} = d_n + 12,5$. La suite est arithmétique de raison $r = 12,5$ mm : c'est le déplacement de la butée pour un cran, donc 12,5 mm de largeur gagnés par cran.
 b. $d_n = 145 + 12,5n$ (en mm). Comme $r > 0$, la suite est croissante.
 c. $d_{20} = 145 + 12,5 \times 20 = 145 + 250 = 395$ mm.
 d. $145 + 12,5n > 500$ donne $12,5n > 355$, donc $n > \frac{355}{12,5} = 28,4$.
 Vérification : $d_{28} = 495$ mm (insuffisant) et $d_{29} = 507,5$ mm (suffisant). C'est possible **à partir du cran 29**.
 e. $145 + 12,5n = 425$ donne $12,5n = 280$, donc $n = 22,4$. Un cran est un nombre entier : aucun cran ne donne exactement 425 mm.
 Les deux crans voisins sont $d_{22} = 420$ mm et $d_{23} = 432,5$ mm. Le menuisier devra régler finement entre les deux crans, ou retenir la valeur la plus proche selon la tolérance admise.

Exercice 10 — Une suite qui devient négative

- La suite (u_n) est arithmétique, de premier terme $u_0 = 50$ et de raison $r = -4$.
 a. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
 b. Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_{10} .
 c. À partir de quel rang n a-t-on $u_n < 0$? Vérifier les deux rangs qui encadrent la réponse.

Correction de l'exercice 10

- a. $u_1 = 50 - 4 = 46$; $u_2 = 42$; $u_3 = 38$.
 b. $u_n = 50 - 4n$, donc $u_{10} = 50 - 40 = 10$.
 c. On résout $50 - 4n < 0$, soit $4n > 50$, donc $n > 12,5$.
 Vérification : $u_{12} = 50 - 48 = 2 > 0$ et $u_{13} = 50 - 52 = -2 < 0$. La suite devient négative **à partir du rang 13**.

Exercice 11 — Deux relevés seulement

Un technicien suit la consommation de chauffage d'un petit immeuble avec un compteur d'énergie thermique. La consommation est régulière : l'index relevé forme une suite arithmétique (u_n) , où u_n est l'index en kWh relevé la semaine n .

Deux relevés seulement ont été notés.

Semaine n	2	6
Index u_n (kWh)	1 340	2 156

- Déterminer la raison r de la suite. Détailler le comptage des pas.
- Interpréter cette raison dans le contexte de l'immeuble.
- Déterminer u_0 , puis exprimer u_n en fonction de n .
- Quel index le technicien relèvera-t-il la semaine 12 ?
- Le contrat prévoit une régularisation dès que l'index dépasse 5 000 kWh. Déterminer la semaine où elle aura lieu.

Correction de l'exercice 11

- a. De la semaine 2 à la semaine 6, il y a $6 - 2 = 4$ pas de raison :

$$u_6 = u_2 + 4r \implies 2\,156 = 1\,340 + 4r \implies 4r = 816 \implies r = 204$$

- b. L'immeuble consomme 204 kWh par semaine : c'est l'énergie de chauffage utilisée entre deux relevés.

- c. $u_2 = u_0 + 2r$ donne $u_0 = 1\,340 - 2 \times 204 = 932$ kWh. Donc $u_n = 932 + 204n$ (en kWh).

- d. $u_{12} = 932 + 204 \times 12 = 932 + 2\,448 = 3\,380$ kWh.

- e. $932 + 204n > 5\,000$ donne $204n > 4\,068$, donc $n > \frac{4\,068}{204} \approx 19,94$.

Vérification : $u_{19} = 4\,808$ kWh (en dessous) et $u_{20} = 5\,012$ kWh (au-dessus). La régularisation aura lieu à la **semaine 20**.

C3 – Déterminer le terme général et le sens de variation

Exigible. Prérequis : C2. L'exercice 16 interroge la validité du modèle.

Rappel de cours

Le **sens de variation** d'une suite arithmétique se lit sur le signe de la raison :

$r > 0$: suite **croissante** $r < 0$: suite **décroissante** $r = 0$: suite **constante**.

Le premier terme ne joue aucun rôle : seul le signe de r décide.

$u_n = r n + u_0$ est une **fonction affine** de n : la raison joue le rôle du coefficient directeur.

Pour un seuil (« à partir de quand... »), résoudre l'inéquation puis **vérifier les deux rangs entiers** qui encadrent le résultat.

Exercice 12 — Trois suites, trois raisons

Pour chaque suite arithmétique, donner le terme général u_n et préciser le sens de variation en justifiant à partir de la raison.

- $u_0 = 10$ et $r = 4$
- $u_0 = 200$ et $r = -15$
- $u_0 = -3$ et $r = 0,5$

Correction de l'exercice 12

- a. $u_n = 10 + 4n$. Comme $r = 4 > 0$, la suite est **croissante**.
 b. $u_n = 200 - 15n$. Comme $r = -15 < 0$, la suite est **décroissante**.
 c. $u_n = -3 + 0,5n$. Comme $r = 0,5 > 0$, la suite est **croissante**.

Remarque : le premier terme ne joue aucun rôle dans le sens de variation. Au c., la suite commence par une valeur négative et croît quand même.

Exercice 13 — Un paiement en plusieurs fois

Un particulier achète un lave-linge et un sèche-linge pour un total de 1080 €. Le magasin propose un paiement échelonné sans frais : 90 € au début de chaque mois.

On note u_n la somme qui reste à payer, en euros, après n mensualités versées, avec $u_0 = 1\,080$.

- a. Justifier que (u_n) est arithmétique, donner sa raison et le sens de variation.
 b. Exprimer u_n en fonction de n .
 c. Quelle somme reste-t-il à payer après 5 mensualités ?
 d. Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour solder l'achat.
 e. À partir de quelle mensualité restera-t-il moins de 300 € à payer ?

Correction de l'exercice 13

a. Chaque mois on retire le même montant : $u_{n+1} = u_n - 90$. La suite est arithmétique de raison $r = -90$ €. Comme $r < 0$, elle est décroissante : la dette diminue.

b. $u_n = 1\,080 - 90n$ (en euros).

c. $u_5 = 1\,080 - 450 = 630$ €.

d. L'achat est soldé quand $u_n = 0$: $1\,080 - 90n = 0$ donne $n = \frac{1\,080}{90} = 12$ mensualités.

e. $1\,080 - 90n < 300$ donne $90n > 780$, donc $n > \frac{780}{90} \approx 8,67$.

Vérification : $u_8 = 360$ € (encore au-dessus) et $u_9 = 270$ € (en dessous). C'est à **partir de la 9^e mensualité**.

Exercice 14 — L'objectif « déchets » d'une commune

Une commune collecte 1 240 tonnes de déchets ménagers résiduels l'année de référence (année 0). Son plan de prévention — tri renforcé, compostage, réemploi — vise une baisse de 45 tonnes chaque année. On note u_n la masse collectée, en tonnes, l'année n , avec $u_0 = 1\,240$.

- a. Justifier que (u_n) est arithmétique. Préciser sa raison et le sens de variation.
 b. Exprimer u_n en fonction de n .
 c. Calculer la masse collectée au bout de 5 ans.
 d. La commune s'est engagée à passer sous les 900 tonnes. Déterminer l'année où cet objectif sera atteint.
 e. Une affiche municipale annonce « sous les 900 tonnes en 5 ans ». Cette annonce est-elle conforme au plan ? Justifier par le calcul.

Correction de l'exercice 14

a. Chaque année on retranche la même masse : $u_{n+1} = u_n - 45$. La suite est arithmétique de raison $r = -45$ tonnes ; comme $r < 0$, elle est décroissante.

b. $u_n = 1\,240 - 45n$ (en tonnes).

c. $u_5 = 1\,240 - 225 = 1\,015$ tonnes.

d. $1\,240 - 45n < 900$ donne $45n > 340$, donc $n > \frac{340}{45} \approx 7,56$.

Vérification : $u_7 = 925$ tonnes (au-dessus de 900) et $u_8 = 880$ tonnes (en dessous). L'objectif sera atteint à **l'année 8**.

e. Non. D'après le c., la commune en sera encore à 1 015 tonnes au bout de 5 ans, bien au-dessus de 900. Au rythme de 45 tonnes par an, il faut 8 ans pour passer sous ce seuil : l'affiche n'est pas conforme au plan.

Exercice 15 — Retrouver la raison et le premier terme

Une suite arithmétique (u_n) vérifie $u_5 = 32$ et $u_8 = 47$.

- Déterminer la raison r . Détailler le comptage des pas.
- Déterminer u_0 .
- Écrire le terme général u_n et préciser le sens de variation.
- Vérifier le résultat en recalculant u_8 avec la formule obtenue.

Correction de l'exercice 15

- a. De u_5 à u_8 , il y a $8 - 5 = 3$ pas de raison :

$$r = \frac{u_8 - u_5}{8 - 5} = \frac{47 - 32}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

- $u_5 = u_0 + 5r$, donc $u_0 = 32 - 5 \times 5 = 32 - 25 = 7$.
- $u_n = 7 + 5n$. Comme $r = 5 > 0$, la suite est croissante.
- $u_8 = 7 + 5 \times 8 = 7 + 40 = 47$: on retrouve bien la valeur donnée.

Exercice 16 — Les licenciés d'un club de natation

Un club de natation compte 148 licenciés l'année de son installation dans une piscine neuve (année 0). Grâce à ses nouveaux créneaux, il gagne 12 licenciés chaque année.

On note u_n le nombre de licenciés l'année n , avec $u_0 = 148$.

- Justifier que (u_n) est arithmétique. Préciser sa raison et l'interpréter.
- Exprimer u_n en fonction de n et donner le sens de variation.
- Combien le club comptera-t-il de licenciés au bout de 6 ans ?
- Le club obtiendra une subvention supplémentaire à 250 licenciés. Déterminer l'année où elle sera obtenue.
- Calculer u_{30} . Ce modèle vous paraît-il utilisable pour prévoir le nombre de licenciés dans trente ans ? Justifier.

Correction de l'exercice 16

- a. Chaque année le club gagne le même nombre de licenciés : $u_{n+1} = u_n + 12$. La suite est arithmétique de raison $r = 12$, c'est-à-dire 12 licenciés gagnés par an.

- b. $u_n = 148 + 12n$. Comme $r > 0$, la suite est croissante.

- c. $u_6 = 148 + 72 = 220$ licenciés.

- d. $148 + 12n \geq 250$ donne $12n \geq 102$, donc $n \geq 8,5$.

Vérification : $u_8 = 244$ (seuil non atteint) et $u_9 = 256$ (seuil atteint). La subvention sera obtenue l'**année 9**.

- e. $u_{30} = 148 + 360 = 508$ licenciés. Ce modèle n'est pas utilisable aussi loin : il suppose une croissance identique et illimitée, alors que le nombre de créneaux, la capacité des bassins et la population de la commune finiront par bloquer la progression. Une suite arithmétique décrit bien une évolution régulière sur quelques années, pas sur trente.

Exercice 17 — *Le montage d'une grue à tour*

Sur un chantier, une grue à tour est montée par télescopage : on ajoute des éléments de mât identiques les uns au-dessus des autres. Avec le seul élément de base, la hauteur sous crochet est de 12,5 m. Chaque élément supplémentaire ajoute 3,2 m.

On note h_n la hauteur sous crochet, en mètres, lorsque n éléments supplémentaires ont été ajoutés, avec $h_0 = 12,5$.

- Justifier que (h_n) est arithmétique. Préciser le premier terme et la raison.
- Exprimer h_n en fonction de n et donner le sens de variation.
- Calculer la hauteur sous crochet avec 9 éléments supplémentaires.
- Le bâtiment impose une hauteur sous crochet supérieure à 45 m. Déterminer le nombre minimal d'éléments à monter.
- Interpréter la raison dans le contexte du chantier.

Correction de l'exercice 17

a. À chaque élément ajouté, la hauteur augmente du même nombre de mètres : $h_{n+1} = h_n + 3,2$. La suite est arithmétique, $h_0 = 12,5$ m et $r = 3,2$ m.

b. $h_n = 12,5 + 3,2n$ (en mètres). Comme $r > 0$, la suite est croissante.

c. $h_9 = 12,5 + 28,8 = 41,3$ m.

d. $12,5 + 3,2n > 45$ donne $3,2n > 32,5$, donc $n > \frac{32,5}{3,2} \approx 10,16$.

Vérification : $h_{10} = 44,5$ m (insuffisant) et $h_{11} = 47,7$ m (suffisant). Il faut monter au minimum **11 éléments** supplémentaires.

e. La raison $r = 3,2$ m est la hauteur sous crochet gagnée par élément de mât ajouté. C'est la hauteur *utile* d'un élément dans le modèle ; les données ne permettent pas d'en déduire sa longueur physique exacte ni les recouvrements d'assemblage.

C4 – Réaliser et exploiter le nuage de points $(n ; u_n)$

Exigible. Prérequis : C2, C3, repérage dans le plan. L'exercice 21 confronte un relevé réel au modèle.

Rappel de cours

On place un point par rang, aux coordonnées $(n ; u_n)$, et l'on **ne relie pas** les points : une suite n'existe qu'aux rangs entiers.

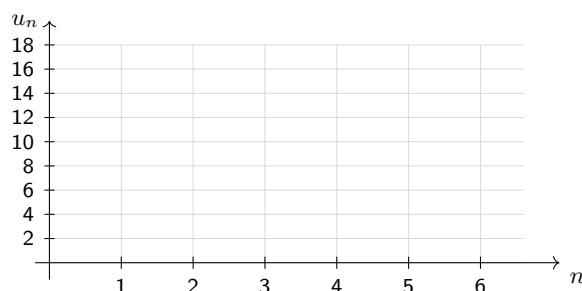
Les points d'une suite **arithmétique** sont **alignés**, puisque $u_n = r n + u_0$ est affine en n . D'un point au suivant, on avance de 1 et l'on monte de r (ou l'on descend de $|r|$).

Pour lire un seuil sur le graphique, tracer d'abord la ligne horizontale correspondante, puis repérer le premier point situé au-dessus.

Exercice 18 — *Placer les points et conclure*

On considère la suite arithmétique définie par $u_n = 2n + 3$.

- Calculer les termes de u_0 à u_6 .
- Placer les points $(n ; u_n)$ dans le repère ci-dessous.

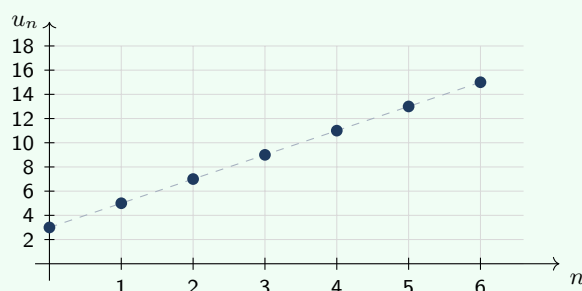


- Que constate-t-on ? Expliquer ce résultat à partir de l'expression de u_n .

Correction de l'exercice 18

a. $u_0 = 3 ; u_1 = 5 ; u_2 = 7 ; u_3 = 9 ; u_4 = 11 ; u_5 = 13 ; u_6 = 15$.

b. Figure-réponse :



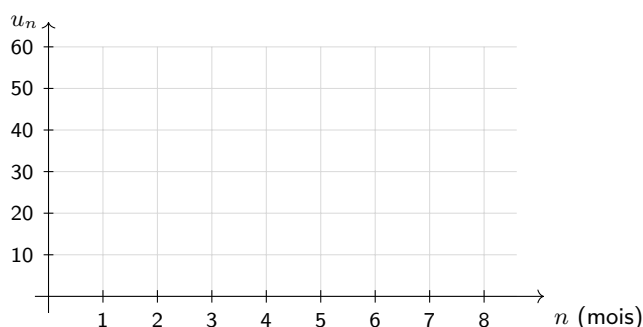
c. Les points sont **alignés**. C'est normal : $u_n = 2n + 3$ est une fonction affine de n . La raison 2 est le coefficient directeur — on monte de 2 chaque fois qu'on avance de 1 — et $u_0 = 3$ est l'ordonnée à l'origine.

À exiger : les points sont placés isolément, sans trait continu les reliant.

Exercice 19 — *Les inscriptions d'un centre culturel*

Un centre culturel enregistre 15 inscriptions le mois de son ouverture (mois 0). Chaque mois, il en reçoit 5 de plus que le mois précédent.

- Donner le terme général u_n du nombre d'inscriptions du mois n .
- Représenter le nuage de points $(n ; u_n)$ pour n allant de 0 à 8.

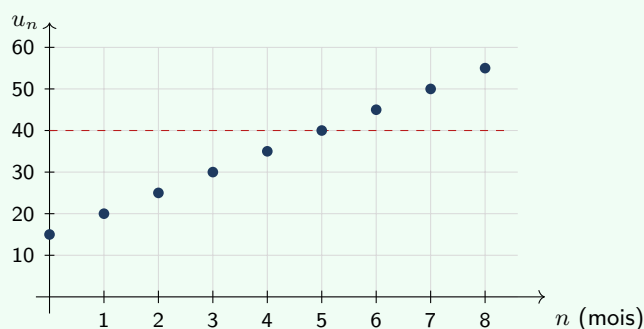
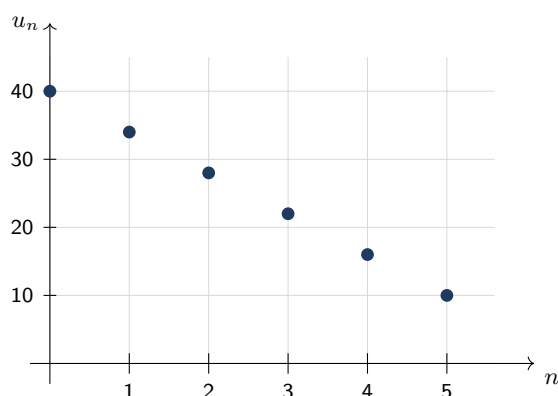


- Lire graphiquement le mois où le centre atteint 40 inscriptions, puis vérifier par le calcul.

Correction de l'exercice 19

a. $u_n = 15 + 5n$.

b. Termes : 15 ; 20 ; 25 ; 30 ; 35 ; 40 ; 45 ; 50 ; 55.

c. Le point situé sur la ligne des 40 inscriptions est celui du mois 5. Vérification : $u_5 = 15 + 5 \times 5 = 40$.**Exercice 20 — Lire un nuage de points**Le graphique ci-dessous représente le nuage de points $(n ; u_n)$ d'une suite.a. Lire graphiquement u_0 , u_1 , u_2 , u_3 , u_4 et u_5 .

b. La suite semble-t-elle arithmétique ? Le vérifier par le calcul et donner la raison.

c. La suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier de deux façons : par le graphique, puis par la raison.

d. Sans nouveau graphique, prévoir u_8 .**Correction de l'exercice 20**

a. $u_0 = 40$; $u_1 = 34$; $u_2 = 28$; $u_3 = 22$; $u_4 = 16$; $u_5 = 10$.

b. Les points semblent alignés. Vérification : $u_1 - u_0 = -6$, $u_2 - u_1 = -6$, $u_3 - u_2 = -6$, et de même ensuite. Les différences sont constantes : la suite est arithmétique de raison $r = -6$.c. Graphiquement, les points descendent de gauche à droite. Par la raison : $r = -6 < 0$, donc la suite est **décroissante**. Les deux lectures concordent.

d. $u_n = 40 - 6n$, donc $u_8 = 40 - 48 = -8$.

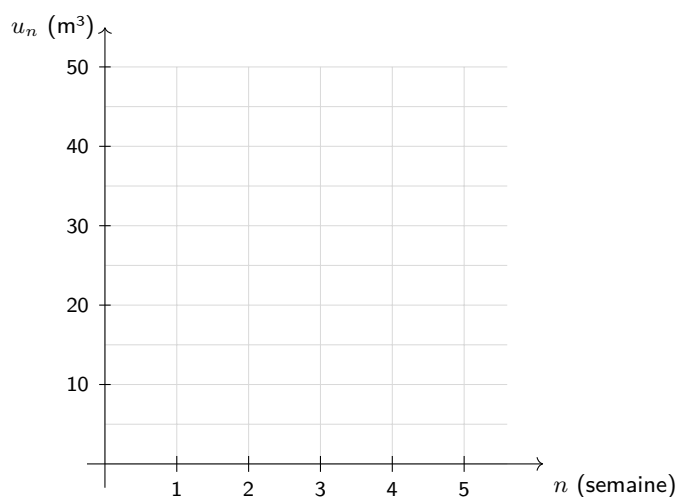
Réserve : le calcul donne -8 , mais le graphique ne va pas jusqu'au rang 8. Selon ce que compte la suite — un stock, un effectif —, une valeur négative peut n'avoir aucun sens : le modèle cesserait alors d'être valable avant le rang 8.

Exercice 21 — *Un relevé presque régulier*

Sur un chantier, un conducteur de travaux relève chaque semaine l'index du compteur d'eau, en mètres cubes.

Semaine n	0	1	2	3	4	5
Index u_n (m ³)	12	19	25	32	38	45

a. Placer les points $(n; u_n)$ dans le repère ci-dessous.



b. Calculer les cinq différences entre relevés consécutifs.

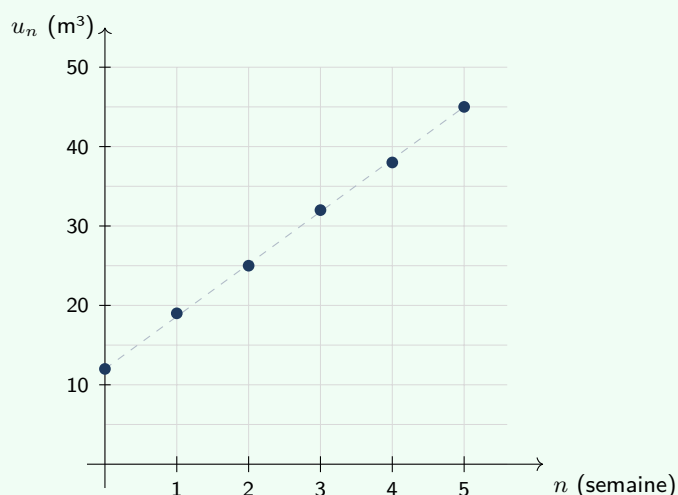
c. Cette suite est-elle exactement arithmétique ? Justifier.

d. Le conducteur de travaux décide malgré tout de modéliser la consommation par une suite arithmétique de raison $r = 6,6$ et de premier terme $u_0 = 12$. Calculer la prévision du modèle pour la semaine 10.

e. Expliquer en deux phrases pourquoi ce choix est raisonnable ici, et ce qu'il ne garantit pas.

Correction de l'exercice 21

a. Figure-réponse :



b. $19 - 12 = 7$; $25 - 19 = 6$; $32 - 25 = 7$; $38 - 32 = 6$; $45 - 38 = 7$.

c. Non, pas *exactement* : les différences valent tantôt 7, tantôt 6. Elles ne sont pas constantes, donc la suite n'est pas arithmétique au sens strict. Les points sont cependant *presque* alignés.

d. Avec $u_n = 12 + 6,6n$: $u_{10} = 12 + 66 = 78 \text{ m}^3$.

e. Le choix est raisonnable parce que les écarts observés sont tous très proches (6 ou 7 m³) : la consommation du chantier est régulière, et une raison moyenne de 6,6 m³ résume bien les relevés. Il ne garantit pas la valeur exacte de la semaine 10 : le modèle lisse des variations réelles (météo, effectif présent, arrosage), et il suppose en plus que le rythme du chantier ne change pas d'ici là.

Variante acceptable : proposer $r = 7$ ou $r = 6,5$ en justifiant le choix, à condition de dire que la valeur retenue est une moyenne et non une raison observée.

C5 – Calculer la somme des n premiers termes

Exigible ; la formule est **donnée**, elle n'est pas à mémoriser. Prérequis : C2, C3.

Rappel de cours

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

Pour l'appliquer : repérer le premier terme, calculer le dernier, puis compter les termes avec dernier rang – premier rang + 1.

Attention : de u_0 à u_{11} , il y a 12 termes et le dernier est u_{11} , pas u_{12} .

Les mots « au total », « en tout », « cumulé », « combien faut-il commander » signalent une somme, pas un terme.

Exercice 22 — Deux sommes classiques

On rappelle :

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

a. Calculer la somme des dix premiers termes, de u_0 à u_9 , de la suite arithmétique $u_n = 3n + 2$. Détailler le premier terme, le dernier terme et le nombre de termes.

b. Vérifier le résultat en additionnant les dix termes un à un.

c. Calculer $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 50$.

Correction de l'exercice 22

a. Premier terme : $u_0 = 2$. Dernier terme : $u_9 = 3 \times 9 + 2 = 29$. Nombre de termes : $9 - 0 + 1 = 10$.

$$S = \frac{10 \times (2 + 29)}{2} = \frac{10 \times 31}{2} = 155$$

b. $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29 = 155$. Même résultat.

c. Il y a 50 termes, le premier vaut 1 et le dernier 50 :

$$S = \frac{50 \times (1 + 50)}{2} = \frac{50 \times 51}{2} = 1\,275$$

Exercice 23 — Des panneaux par rangées

Un installateur répartit des panneaux photovoltaïques sur 8 rangées. La première rangée comporte 4 panneaux et chaque rangée en comporte 2 de plus que la précédente.

On rappelle :

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

a. Modéliser le nombre de panneaux par rangée par une suite arithmétique : donner le premier terme, la raison et le terme général.

b. Combien de panneaux comporte la 8^e rangée ?

c. Combien de panneaux l'installation comporte-t-elle au total ?

d. Vérifier le résultat par addition directe.

Correction de l'exercice 23

a. On note $u_1 = 4$ pour la première rangée, avec $r = 2$. Comme la numérotation commence à 1 :

$$u_n = u_1 + (n - 1) \times r = 4 + 2(n - 1) = 2n + 2$$

b. $u_8 = 2 \times 8 + 2 = 18$ panneaux.

c. Il y a 8 termes, le premier vaut 4 et le dernier 18 :

$$S = \frac{8 \times (4 + 18)}{2} = \frac{8 \times 22}{2} = 88 \text{ panneaux}$$

d. $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 88$. Même résultat.

Exercice 24 — La collecte d'une association

Une association collecte 20 kg de denrées la première semaine (semaine 0). Chaque semaine, la collecte augmente de 5 kg.

On rappelle :

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

a. Donner le terme général u_n de la masse collectée la semaine n .

b. Calculer la masse totale collectée sur les dix premières semaines, de la semaine 0 à la semaine 9.

c. À partir de quelle semaine la collecte *cumulée* dépasse-t-elle 500 kg ? On pourra poursuivre le cumul semaine après semaine.

d. Expliquer la différence entre la question b. et la question « quelle masse a-t-on collectée la semaine 9 ? ».

Correction de l'exercice 24

a. $u_0 = 20$ et $r = 5$, donc $u_n = 20 + 5n$ (en kg).

b. Dernier terme : $u_9 = 20 + 45 = 65$ kg. Nombre de termes : $9 - 0 + 1 = 10$.

$$S = \frac{10 \times (20 + 65)}{2} = \frac{10 \times 85}{2} = 425 \text{ kg}$$

c. On poursuit le cumul : $u_{10} = 70$ kg donne $425 + 70 = 495$ kg, puis $u_{11} = 75$ kg donne $495 + 75 = 570$ kg.

La collecte cumulée dépasse 500 kg à la **semaine 11**, c'est-à-dire la 12^e semaine de collecte.

d. La question b. demande un **total** : elle additionne les dix masses collectées. L'autre question demande une seule valeur, $u_9 = 65$ kg, celle de la semaine 9. Le mot « au total », « en tout » ou « cumulé » signale une somme.

Exercice 25 — Une pyramide de caisses

Un magasinier empile des caisses en pyramide. La couche du sommet contient 1 caisse, la deuxième 4, la troisième 7, et ainsi de suite : chaque couche compte 3 caisses de plus que celle du dessus.

On note c_n le nombre de caisses de la couche n , avec $c_1 = 1$ pour la couche du sommet.

On rappelle :

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

a. Exprimer c_n en fonction de n .

b. Combien de caisses contient la couche 8 ?

c. Combien de caisses faut-il au total pour une pyramide de 8 couches ?

d. Le magasinier dispose de 200 caisses. Combien de couches complètes peut-il réaliser ? Combien de caisses lui reste-t-il alors ?

Correction de l'exercice 25

a. Suite arithmétique de premier terme $c_1 = 1$ et de raison $r = 3$:

$$c_n = 1 + (n - 1) \times 3 = 3n - 2$$

b. $c_8 = 3 \times 8 - 2 = 22$ caisses.

c. Il y a 8 termes, le premier vaut 1 et le dernier 22 :

$$S_8 = \frac{8 \times (1 + 22)}{2} = \frac{8 \times 23}{2} = 92 \text{ caisses}$$

d. On poursuit le cumul couche par couche jusqu'à dépasser 200 :

$c_9 = 25$ donne $92 + 25 = 117$; $c_{10} = 28$ donne 145 ; $c_{11} = 31$ donne 176 ; $c_{12} = 34$ donnerait $210 > 200$. Il peut donc réaliser **11 couches complètes**, et il lui reste $200 - 176 = 24$ caisses — pas assez pour la douzième, qui en demande 34.

Exercice 26 — Épargner pour le permis de conduire

Une apprentie veut réunir 2100 € pour financer son permis de conduire. Elle met 120 € de côté le premier mois. Comme sa rémunération progresse, elle décide d'augmenter son versement du *même montant* chaque mois, et veut atteindre son objectif en 10 mois.

Donnée	Valeur
Somme à réunir	2100 €
Versement du 1 ^{er} mois	120 €
Durée visée	10 mois
Rémunération mensuelle nette	environ 750 €

On rappelle :

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

- On note u_n le versement du mois n , avec $u_1 = 120$ et une raison r inconnue. Exprimer le versement du 10^e mois en fonction de r .
- Écrire la somme des dix versements en fonction de r , puis déterminer r .
- Calculer le versement du 10^e mois. Vérifier la somme par addition directe.
- Ce plan vous paraît-il tenable ? Proposer et chiffrer une autre façon d'atteindre les 2100 €.

Correction de l'exercice 26

a. De u_1 à u_{10} , il y a 9 pas : $u_{10} = 120 + 9r$.

b. Dix termes, premier 120, dernier $120 + 9r$:

$$S = \frac{10 \times (120 + 120 + 9r)}{2} = 5(240 + 9r) = 1\,200 + 45r$$

On résout $1\,200 + 45r = 2\,100$, soit $45r = 900$, donc $r = 20$ €.

Elle doit augmenter son versement de 20 € chaque mois.

c. $u_{10} = 120 + 9 \times 20 = 300$ €.

Vérification : $120 + 140 + 160 + 180 + 200 + 220 + 240 + 260 + 280 + 300 = 2100$ €.

d. Le plan est mathématiquement juste, mais le dernier versement représente 300 € sur environ 750 € de rémunération, soit 40 % de ce qu'elle gagne. Sans connaître ses autres dépenses, on ne peut pas décider s'il est tenable : ce ratio élevé doit être confronté à son budget réel.

Deux autres solutions chiffrées, l'une comme l'autre acceptables :

- verser la même somme chaque mois : $\frac{2\,100}{10} = 210$ € par mois (la suite devient constante, $r = 0$) ;
- garder la progression mais étaler sur 12 mois : $S = \frac{12 \times (120 + 120 + 11r)}{2} = 1\,440 + 66r = 2\,100$, d'où $r = 10$ € et un dernier versement de $120 + 110 = 230$ €.