

Fiche de cours — Probabilités

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Le vocabulaire

Les quatre mots

Expérience aléatoire : on connaît tous les résultats possibles, pas celui qui sortira.

Issue : un résultat possible.

Univers Ω : l'ensemble de toutes les issues.

Événement : un ensemble d'issues, donc $A \subset \Omega$.

Une issue **appartient** à un événement ($x \in A$) ; un événement est **inclus** dans l'univers ($A \subset \Omega$).

Événement **certain** : Ω . Événement **impossible** : $\emptyset$. Événement **élémentaire** : une seule issue.

2. Calculer une probabilité

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad \text{et} \quad P(\Omega) = 1, \quad P(\emptyset) = 0$$

La probabilité d'un événement est la **somme des probabilités des issues** qui le composent. La somme sur toutes les issues vaut 1.

Si les issues sont **équiprobables** :

$$P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{\text{issues possibles}}$$

Erreur fréquente

Un résultat supérieur à 1 — ou « 120 % des clients » — est toujours faux. C'est le contrôle le plus rapide du chapitre.

3. L'événement contraire

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

À utiliser dès que l'énoncé dit « **ne pas** », « **aucun** », « **au moins un** » : on calcule le contraire, puis on retire de 1.

4. Événements incompatibles

A et B sont **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent pas se produire ensemble : $A \cap B = \emptyset$.

$$\text{Si } A \cap B = \emptyset : P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$A \cup B$ = « A **ou** B » (au moins un). $A \cap B$ = « A **et** B ».

5. Le tableau croisé

	B	$\bar{B}$	Total
A	a	b	$a + b$
$\bar{A}$	c	d	$c + d$
Total	$a + c$	$b + d$	N

Trois lectures, trois dénominateurs

$$P(A \cap B) = \frac{a}{N} \quad (\text{la case, sur le total})$$

$$P(A) = \frac{a+b}{N} \quad (\text{le total de la ligne, sur le total})$$

$$P_A(B) = \frac{a}{a+b} \quad (\text{la case, sur le total de sa ligne})$$

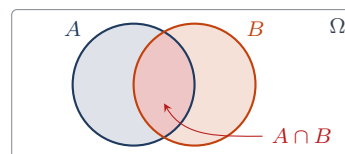
Vérification : la somme des lignes et celle des colonnes doivent donner le même N .

6. Réunion de deux événements

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

On retire $P(A \cap B)$ parce que les individus qui appartiennent aux deux catégories à la fois sont comptés **deux fois** dans $P(A) + P(B)$.

On en tire aussi : $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.



En rouge, $A \cap B$: comptée deux fois dans $P(A) + P(B)$.

7. Fréquence conditionnelle

Proportion calculée à **l'intérieur** d'un groupe : on ne divise plus par l'effectif total, mais par le total de la ligne (ou de la colonne).

$$f = \frac{\text{effectif de } A \cap B}{\text{effectif de } A}$$

Erreur fréquente

Comparer des *effectifs bruts* de groupes de tailles différentes ne compare rien. Atelier 1 : 30 rebuts sur 400, soit 7,5 %. Atelier 2 : 27 rebuts sur 300, soit 9 %. L'atelier qui a le plus de rebuts n'a pas le plus fort taux.

8. Probabilité conditionnelle

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{avec } P(A) \neq 0$$

Même nombre que la fréquence conditionnelle : dans un tableau, $P_A(B)$ se lit directement $\frac{n(A \cap B)}{n(A)}$.

Mots déclencheurs : « **parmi** », « **sachant que** », « **pour les** ».

9. Ne pas inverser

En général, $P_A(B) \neq P_B(A)$

« 70 % des meubles *défectueux* viennent de l'atelier 1 »
ne veut pas dire
« 70 % des meubles *de l'atelier 1* sont *défectueux* ».
Sur 500 meubles, dont 350 de l'atelier 1 :
$$\frac{21}{30} = 0,70 \quad \text{contre} \quad \frac{21}{350} = 0,06$$

Avant de calculer : dire quel groupe est le **dénominateur**.

10. Fréquence et probabilité

Plus le nombre d'essais est grand, plus la **fréquence observée** se rapproche de la probabilité et s'y stabilise. Sur un petit effectif, elle fluctue beaucoup.

Une fréquence **estime** une probabilité ; elle ne la démontre pas. Une prévision du type $n \times P$ est une **moyenne attendue**, jamais un résultat garanti.

11. Un exemple, quatre lectures

240 lames de parquet, deux séchoirs, conformes si l'humidité reste sous 12 %.

	Conforme	Trop humide	Total
Séchoir 1	132	18	150
Séchoir 2	66	24	90
Total	198	42	240

Les quatre calculs sur ce tableau

« et » : $P(S_2 \cap T) = \frac{24}{240} = 0,10$
une catégorie : $P(T) = \frac{42}{240} = 0,175$
« ou » : $P(S_2 \cup T) = \frac{90}{240} + \frac{42}{240} - \frac{24}{240} = 0,45$
« parmi » : $P_{S_2}(T) = \frac{24}{90} \approx 0,267$

Le numérateur est le même dans le premier et le dernier calcul : seul le **dénominateur** change — 240 lames contre 90.

12. Les notations

Symbole	Se lit
Ω	l'univers, toutes les issues
$\emptyset$	l'ensemble vide, événement impossible
$x \in A$	l'issue x appartient à A
$A \subset \Omega$	A est inclus dans Ω
$A \cup B$	A ou B (au moins un)
$A \cap B$	A et B (les deux)
$\overline{A}$	le contraire de A
$P_A(B)$	B sachant A

Je sais faire

- ☐ écrire l'univers d'une expérience et traduire une phrase en événement ;
- ☐ calculer une probabilité par addition des probabilités des issues ;
- ☐ utiliser $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ pour « ne pas » et « au moins un » ;
- ☐ reconnaître deux événements incompatibles et additionner sans se tromper ;
- ☐ compléter un tableau croisé et en vérifier les totaux ;
- ☐ appliquer $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, et la retourner pour trouver $P(A \cap B)$;
- ☐ calculer une fréquence conditionnelle et dire sur quel groupe elle porte ;
- ☐ calculer $P_A(B)$ et ne pas la confondre avec $P_B(A)$;
- ☐ contrôler que toute probabilité trouvée est comprise entre 0 et 1.