

Probabilités

Chapitre 2 — Mathématiques — Première Bac Pro

Naïm Azzouz

25 septembre 2026

Le chapitre

Dix étapes

1. Expérience aléatoire, issues, événements
2. La probabilité d'un événement
3. L'événement contraire
4. Événements incompatibles
5. Lire et compléter un tableau croisé
6. Réunion et intersection : la formule générale
7. La fréquence conditionnelle
8. La probabilité conditionnelle
9. Ne pas inverser le conditionnement
10. Estimer une probabilité par une fréquence

1 — Une expérience dont on ne connaît pas le résultat

cours p. 2

Un menuisier prélève un panneau au hasard dans un lot.

Avant de regarder, il ne peut pas dire s'il sera conforme.

Mais il connaît d'avance **tous les résultats possibles**.

- **Issue** : un résultat possible
- **Univers** Ω : l'ensemble de toutes les issues
- **Événement** : un ensemble d'issues, $A \subset \Omega$
- **Événement élémentaire** : une seule issue

Ω est l'événement **certain**, $\emptyset$ l'événement **impossible**.

Chaque panneau porte **au plus un** défaut : nœud (N), voilage (V), cote hors tolérance (C), ou aucun (OK).

$$\Omega = \{N; V; C; OK\}$$

D : « le panneau est défectueux » = $\{N; V; C\}$

$D \subset \Omega$ et $V \in D$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

La somme des probabilités de **toutes** les issues vaut 1.

$$P(\Omega) = 1 \quad P(\emptyset) = 0$$

2 — Le cas équiprobable

Toutes les issues ont la même chance

cours p. 3

$$P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{\text{issues possibles}}$$

150 portes, 9 défectueuses :

$$P(\text{défectueuse}) = \frac{9}{150} = 0,06 = 6 \%$$

2 — Quand les issues ne sont PAS équiprobables

cours p. 3

Dé truqué : $P(1) = P(2) = P(3) = 0,1$; $P(4) = P(5) = 0,2$; $P(6) = 0,3$.

Somme : $0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,2 + 0,3 = 1$ ✓

On additionne les probabilités des issues :

$$P(\text{pair}) = 0,1 + 0,2 + 0,3 = 0,6$$

Ici, « favorables sur possibles » donnerait $\frac{3}{6} = 0,5$: **faux**.

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Machine de découpe : $P(\text{conforme}) = 0,92$.

$$P(\text{non conforme}) = 1 - 0,92 = 0,08$$

Sur 500 pièces : $500 \times 0,08 = 40$ pièces attendues.

Une prévision moyenne, pas une certitude.

Dès que l'énoncé dit :

- « **ne pas...** »
- « **aucun...** »
- « **au moins un...** »

On calcule le contraire, puis on retire de 1.

Ils ne peuvent pas se réaliser en même temps : $A \cap B = \emptyset$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Achat principal en magasin : peinture 0,25, bois 0,30.

$$P(\text{peinture} \cup \text{bois}) = 0,55$$

On n'additionne que si **aucune** issue n'est commune aux deux événements.

Sinon les individus communs sont comptés **deux fois** — et le résultat peut dépasser 1.

5 — Le tableau croisé

Deux caractères observés sur les mêmes individus

cours p. 6

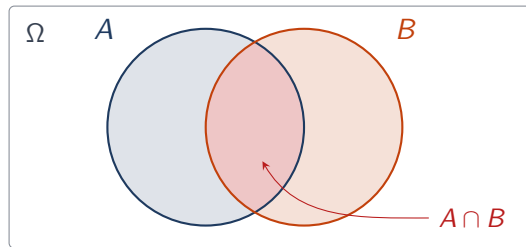
	À l'heure	En retard	Total
Béton	85	15	100
Parpaings	62	18	80
Total	147	33	180

Lignes, colonnes, et le même total en bas à droite : 180.

$$P(\text{béton} \cap \text{en retard}) = \frac{15}{180} \approx 0,083$$

$$P(\text{en retard}) = \frac{33}{180} \approx 0,183$$

Dans les deux cas, on divise par l'**effectif total**.



Deux événements A et B dans l'univers Ω ; la zone commune, $A \cap B$, est comptée deux fois dans $P(A) + P(B)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

400 pièces : 36 hors cote (C), 28 avec un défaut d'aspect (D), 12 les deux.

$$P(C \cup D) = 0,09 + 0,07 - 0,03 = 0,13$$

Sans le $-0,03$: 0,16, soit 12 pièces comptées deux fois.

Jusqu'ici : on divise par l'effectif **total**.

Maintenant : *parmi* les lames du séchoir 2, combien sont trop humides ?

A : « la lame vient du séchoir 2 » B : « la lame est trop humide »

$$f = \frac{\text{effectif de } A \cap B}{\text{effectif de } A}$$

On ne regarde plus qu'**une ligne** (ou une colonne) du tableau.

	Conforme	Trop humide	Total
Séchoir 1	132	18	150
Séchoir 2	66	24	90
Total	198	42	240

$$\frac{18}{150} = 12 \% \quad \text{contre} \quad \frac{24}{90} \approx 26,7 \%$$

18 lames contre 24 : les nombres sont proches.

Mais les deux séchoirs n'ont pas traité le même nombre de lames (150 contre 90).

Seule la proportion à l'intérieur de chaque groupe permet de comparer.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{avec } P(A) \neq 0$$

Dans un tableau, c'est plus rapide par les effectifs :

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

C'est exactement la fréquence conditionnelle du §7.

- « sachant que »
- « parmi »
- « pour les »
- « à l'intérieur de »

Le groupe qu'ils désignent devient le **nouveau dénominateur**.

	Défaut	Sans défaut	Total
Atelier 1	21	329	350
Atelier 2	9	141	150
Total	30	470	500

Vrai ou faux ?

$$P_{\text{défaut}}(\text{atelier 1}) = \frac{21}{30} = 0,70$$

Parmi les meubles **défectueux** : la phrase est exacte.

$$P_{\text{atelier 1}}(\text{défaut}) = \frac{21}{350} = 0,06$$

Parmi les meubles **de l'atelier 1** : 6 %, pas 70 %.

Taux de défaut de l'atelier 2 : $\frac{9}{150} = 0,06$.

Les deux ateliers ont le même taux : 6 %.

L'atelier 1 produit 350 des 500 meubles, soit 70 % de la production — il produit donc 70 % des défauts.

Parfois d'un modèle : dé équilibré, tirage au sort.

Le plus souvent, en atelier : d'**observations**.

Lancers francs d'un joueur de basket :

Lancers	10	50	200	1 000
Réussis	8	35	136	665
Fréquence	0,80	0,70	0,68	0,665

La fréquence se stabilise vers 0,67.

```
from random import random

def simuler(n, p):
    resultats = []
    for i in range(n):
        if random() < p:
            resultats.append("défaut")
        else:
            resultats.append("conforme")
    return resultats

lot = simuler(1000, 0.06)
frequence = lot.count("défaut") / len(lot)
print(frequence)
```

Une fréquence simulée proche de 0,06 rend le modèle **crédible**.

Elle ne prouve pas que la probabilité vaut exactement 0,06.

Et obtenir 0 défaut sur 20 tirages ne prouve pas que le modèle est faux.

Choisir la bonne méthode

- Issues équiprobables $\rightarrow$ favorables / possibles
- Issues non équiprobables $\rightarrow$ additionner leurs probabilités
- « ne pas », « au moins un » $\rightarrow$ événement contraire
- « ou » $\rightarrow$ y a-t-il des individus communs ? puis §4 ou §6
- « et » $\rightarrow$ une case du tableau, sur l'effectif total
- « parmi », « sachant que » $\rightarrow$ total de la ligne ou de la colonne