

Version professeur

Mathématiques – Première Bac Pro**Cours et applications****Chapitre 2****Probabilités**Édition : 1^{er} octobre 2026 – Naïm Azzouz**Rappel de cours — Avant de commencer**

Pour aborder ce chapitre, il faut savoir écrire et simplifier une fraction, passer d'une fraction à un nombre décimal puis à un pourcentage, calculer une proportion dans un tableau et arrondir un résultat. La calculatrice est autorisée. Aucune connaissance préalable sur le hasard n'est nécessaire.

Repères et ordre de travail

Capacité et intitulé complet	Partie du cours	Page
C1 – Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires (issues équiprobables ou non)	§1–2 et §10	3 (él. 3)
C2 – Calculer la probabilité d'un événement contraire	§3	4 (él. 4)
C3 – Calculer la probabilité de la réunion d'événements incompatibles	§4	5 (él. 5)
C4 – Compléter et exploiter des tableaux croisés d'effectifs	§5	6 (él. 6)
C5 – Calculer $P(A \cup B)$ et $P(A \cap B)$; utiliser $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	§6	7 (él. 7)
C6 – Calculer des fréquences conditionnelles à partir de tableaux croisés	§7	9 (él. 8)
C7 – Déterminer une probabilité conditionnelle $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$	§8–9	10 (él. 10)

« él. » : page du cours élève de cette même édition.

Méthode — Mode d'emploi

Lire la notion et l'exemple résolu, puis chercher l'application avant de passer à la notion suivante. Le travail peut être accompagné en classe ou repris seul. Les corrections suivent les applications dans cette version.

Les parties se lisent dans l'ordre : chacune s'appuie sur la précédente.

1 Expérience aléatoire, issues, événements (C1)

Un menuisier agenceur reçoit un lot de panneaux. Il en prélève un au hasard pour le contrôler : avant de regarder, il ne peut pas dire si le panneau sera conforme. Il connaît pourtant à l'avance tous les résultats possibles du contrôle. C'est exactement la situation que décrit ce chapitre.

Définition — Expérience aléatoire, issue, univers

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat avec certitude, mais dont on connaît tous les résultats possibles.

Chaque résultat possible s'appelle une **issue**. L'ensemble de toutes les issues s'appelle l'**univers** ; on le note Ω (lettre grecque « oméga »).

Définition — Événement

Un **événement** est un ensemble d'issues : c'est une **partie** de l'univers, ce qui s'écrit $A \subset \Omega$.

Une issue x qui appartient à l'événement A le **réalise** ; on écrit $x \in A$.

Exemple — Un panneau prélevé dans un lot

Chaque panneau du lot porte au plus un défaut : nœud apparent (N), voilage (V), cote hors tolérance (C), ou aucun défaut (OK). On prélève un panneau au hasard.

Univers : $\Omega = \{N ; V ; C ; OK\}$ — quatre issues.

Événement D : « le panneau est défectueux » = $\{N ; V ; C\}$.

On a bien $D \subset \Omega$, et $V \in D$: un panneau voilé réalise l'événement D .

Définition — Trois événements particuliers

- Un événement **élémentaire** ne contient qu'une seule issue, par exemple $\{V\}$.
- L'événement **certain** contient toutes les issues : c'est Ω lui-même. Il se réalise à coup sûr.
- L'événement **impossible** ne contient aucune issue : on le note $\emptyset$ (ensemble vide). Il ne se réalise jamais.

Méthode — Traduire une phrase en événement

1. Écrire d'abord l'univers, c'est-à-dire la liste complète des issues.
2. Repérer dans cette liste les issues que la phrase décrit.
3. Écrire l'événement sous forme d'ensemble, entre accolades.

Application 1 – Un carreau dans un carton

Un carreleur ouvre un carton de carreaux tous de même format : 5 blancs, 4 gris et 3 beiges. Il en prend un au hasard et regarde sa couleur.

- Écrire l'univers Ω de cette expérience.
- Écrire l'événement F : « le carreau est blanc ou gris ».
- Compléter par $\in$ ou $\subset$: « beige Ω » et « F Ω ».
- Citer un événement impossible dans cette expérience.

Correction — Application 1

a. $\Omega = \{\text{blanc ; gris ; beige}\}$. L'univers est formé des *couleurs possibles*, pas des 12 carreaux : c'est la couleur que l'on observe.

b. $F = \{\text{blanc ; gris}\}$.

c. beige $\in \Omega$ (c'est une issue) et $F \subset \Omega$ (c'est un ensemble d'issues).

d. Par exemple « le carreau est noir » : aucune issue ne le réalise, l'événement est $\emptyset$.

Conduite : accepter aussi Ω décrit comme l'ensemble des 12 carreaux, à condition que l'élève dise alors que F regroupe 9 carreaux. Les deux modèles sont corrects ; le second sera celui du §2.

2 La probabilité d'un événement (C1)**Définition — Probabilité**

La **probabilité** d'un événement A , notée $P(A)$, est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la chance que cet événement se réalise :

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

La probabilité de chaque issue est fixée par la situation, et la **somme des probabilités de toutes les issues vaut 1**.

Proposition — Probabilité d'un événement

La probabilité d'un événement s'obtient en **additionnant les probabilités des issues qui le composent**. Cas particulier très fréquent : lorsque toutes les issues ont la **même** probabilité — on dit qu'elles sont **équiprobables** —,

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

On retient aussi $P(\Omega) = 1$ (l'événement certain) et $P(\emptyset) = 0$ (l'événement impossible).

Exemple — Deux situations à ne pas confondre

Issues équiprobables. Un atelier a produit 150 portes, dont 9 défectueuses. On en choisit une au hasard : chaque porte a la même chance d'être choisie, donc

$$P(\text{défectueuse}) = \frac{9}{150} = 0,06 = 6\%$$

Issues non équiprobables. Un dé est truqué : $P(1) = P(2) = P(3) = 0,1$, $P(4) = P(5) = 0,2$ et $P(6) = 0,3$. La somme vaut bien $0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,2 + 0,3 = 1$. On ne peut pas écrire « nombre de cas favorables sur nombre de cas possibles » : il faut additionner les probabilités des issues.

$$P(\text{pair}) = P(2) + P(4) + P(6) = 0,1 + 0,2 + 0,3 = 0,6$$

Erreur fréquente — Une probabilité ne dépasse jamais 1

Un résultat comme 1,2 ou « 120 % des clients » est nécessairement faux. Avant de conclure, vérifier que le nombre trouvé est bien compris entre 0 et 1 : c'est le contrôle le plus rapide et le plus efficace du chapitre.

Application 2 – Deux lots, deux modèles

- a. Une scierie livre 200 planches, dont 12 présentent un nœud traversant. On prélève une planche au hasard. Calculer la probabilité qu'elle ait un nœud traversant, puis exprimer le résultat en pourcentage.
 b. Une roue de tombola de 20 secteurs identiques porte 3 gros lots, 5 lots moyens et 12 secteurs perdants. Calculer la probabilité de chaque issue, puis vérifier que leur somme vaut 1.

Correction — Application 2

- a. Les 200 planches ont la même chance d'être prélevées :

$$P(\text{nœud}) = \frac{12}{200} = 0,06 = 6 \%$$

- b. Les 20 secteurs sont identiques, donc équiprobables :

$$P(\text{gros lot}) = \frac{3}{20} = 0,15 \quad P(\text{lot moyen}) = \frac{5}{20} = 0,25 \quad P(\text{perdu}) = \frac{12}{20} = 0,60$$

Somme : $0,15 + 0,25 + 0,60 = 1$. Les trois valeurs sont bien comprises entre 0 et 1.

Erreur à surveiller : écrire $P(\text{gros lot}) = \frac{3}{20}$ puis annoncer « 3 % ». La fraction vaut 0,15, soit 15 %.

3 L'événement contraire (C2)**Définition — Événement contraire**

L'**événement contraire** de A , noté $\overline{A}$, est l'événement qui se réalise exactement lorsque A ne se réalise pas. Il regroupe toutes les issues de Ω qui ne sont pas dans A .

Proposition — Probabilité de l'événement contraire

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad \text{et donc} \quad P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

Méthode — Quand passer par le contraire ?

Dès que l'événement cherché contient beaucoup d'issues, ou commence par « **au moins un...** », « **ne pas...** », il est presque toujours plus rapide de calculer la probabilité du contraire, puis de faire $1 - P(\overline{A})$.

Exemple — Une machine de découpe

Une machine produit une pièce conforme avec la probabilité 0,92. Alors

$$P(\text{non conforme}) = 1 - 0,92 = 0,08$$

Sur un lot de 500 pièces, on peut s'attendre à $500 \times 0,08 = 40$ pièces non conformes. Attention : c'est une **prévision moyenne**, pas une certitude.

Application 3 – Trois postes de perçage

Dans un atelier, trois postes percent la même pièce. On connaît, pour chacun, la probabilité qu'une pièce prise au hasard soit conforme.

Poste	A	B	C
$P(\text{conforme})$	0,95	0,90	0,84
$P(\text{non conforme})$			

- Compléter la dernière ligne du tableau.
- Chaque poste produit 300 pièces dans la journée. Combien de pièces non conformes peut-on attendre du poste A ? du poste C ?
- Quel poste faut-il régler en priorité ? Justifier en une phrase.

Correction — Application 3

- $1 - 0,95 = 0,05$; $1 - 0,90 = 0,10$; $1 - 0,84 = 0,16$.
- Poste A : $300 \times 0,05 = 15$ pièces. Poste C : $300 \times 0,16 = 48$ pièces.
- Le poste C : sa probabilité de non-conformité (0,16) est plus de trois fois celle du poste A, soit 48 pièces à rebuter par jour contre 15.
Conduite : faire dire que les trois valeurs de la ligne complétée restent comprises entre 0 et 1, et que chaque colonne totalise 1.

4 Événements incompatibles (C3)**Définition — Événements incompatibles**

Deux événements A et B sont **incompatibles** (ou disjoints) lorsqu'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps : ils n'ont aucune issue commune, ce qui s'écrit $A \cap B = \emptyset$.

L'écriture $A \cap B$ se lit « A **inter** B » : c'est l'événement « A **et** B ». L'écriture $A \cup B$ se lit « A **union** B » : c'est l'événement « A **ou** B », au sens de « au moins l'un des deux ».

Proposition — Réunion de deux événements incompatibles

Si A et B sont incompatibles, alors

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Exemple — Un seul achat principal

Dans un magasin de bricolage, chaque client est classé selon son achat principal : peinture 0,25 ; bois 0,30 ; outillage 0,20 ; quincaillerie 0,25. La somme vaut 1.

Un client n'a qu'un seul achat principal : « peinture » et « bois » sont donc incompatibles, et

$$P(\text{peinture} \cup \text{bois}) = 0,25 + 0,30 = 0,55$$

Erreur fréquente — On n'additionne pas n'importe quand

Additionner $P(A)$ et $P(B)$ n'est licite que si **aucune** issue n'est commune aux deux événements. Sinon, les issues communes sont comptées deux fois et le résultat est trop grand — il peut même dépasser 1. Le cas général est traité au §6.

Application 4 – Un parc de machines

Sur un mois, chaque machine d'un parc relève d'une seule situation : panne ($P = 0,06$), simple réglage ($P = 0,15$), ou aucune intervention.

- Expliquer pourquoi ces trois situations sont deux à deux incompatibles.
- Déterminer la probabilité qu'une machine ne demande aucune intervention.
- Calculer la probabilité qu'une machine demande une intervention (panne ou réglage), de deux façons différentes.

Correction — Application 4

a. Sur le mois, une machine relève d'une seule des trois situations : deux d'entre elles ne peuvent pas se réaliser ensemble, leur intersection est vide.

b. Les trois situations couvrent tous les cas, donc leurs probabilités totalisent 1 :

$$P(\text{aucune intervention}) = 1 - (0,06 + 0,15) = 0,79$$

c. Par la réunion d'incompatibles : $0,06 + 0,15 = 0,21$. Par le contraire : $1 - 0,79 = 0,21$. Les deux méthodes concordent.

Conduite : c'est l'occasion de faire remarquer que « aucune intervention » est exactement le contraire de « intervention » — les §3 et §4 se rejoignent ici.

5 Lire et compléter un tableau croisé d'effectifs (C4)

Quand on observe **deux caractères** sur les mêmes individus — le séchoir d'origine *et* la conformité, le type de logement *et* le résultat d'un test —, on range les effectifs dans un **tableau croisé**, aussi appelé tableau à double entrée.

Méthode — Compléter un tableau croisé

- Sur chaque ligne, la somme des cases intérieures est le total de la ligne.
- Sur chaque colonne, la somme des cases intérieures est le total de la colonne.
- Le total des totaux de lignes est égal au total des totaux de colonnes : c'est l'**effectif total**, en bas à droite. Il sert de vérification.

Exemple — Les livraisons d'un chantier

Un conducteur de travaux a relevé ses 180 livraisons du trimestre.

	À l'heure	En retard	Total
Béton	85	15	100
Parpaings	62	18	80
Total	147	33	180

On prélève une livraison au hasard parmi les 180. Chaque case donne directement une probabilité, en divisant par l'effectif total :

$$P(\text{béton} \cap \text{en retard}) = \frac{15}{180} \approx 0,083 \quad P(\text{en retard}) = \frac{33}{180} \approx 0,183$$

Application 5 – Un tableau à compléter

Un fournisseur a livré 200 commandes de panneaux, en deux qualités.

	Conforme	Non conforme	Total
Bois massif	72		80
Aggloméré		14	
Total			200

- a. Compléter le tableau, puis vérifier l'effectif total de deux façons.
 b. On choisit une commande au hasard. Calculer $P(\text{non conforme})$ et $P(\text{aggloméré} \cap \text{conforme})$.

Correction — Application 5

a. Bois massif non conforme : $80 - 72 = 8$. Total aggloméré : $200 - 80 = 120$. Aggloméré conforme : $120 - 14 = 106$. Totaux des colonnes : $72 + 106 = 178$ et $8 + 14 = 22$.

	Conforme	Non conforme	Total
Bois massif	72	8	80
Aggloméré	106	14	120
Total	178	22	200

Vérification : $80 + 120 = 200$ et $178 + 22 = 200$.

b. On divise par l'effectif total, 200 :

$$P(\text{non conforme}) = \frac{22}{200} = 0,11 = 11\% \quad P(\text{aggloméré} \cap \text{conforme}) = \frac{106}{200} = 0,53$$

Erreur à surveiller : diviser par le total de la ligne au lieu de l'effectif total. Ici, $\frac{106}{120}$ répondrait à une autre question — celle du §7.

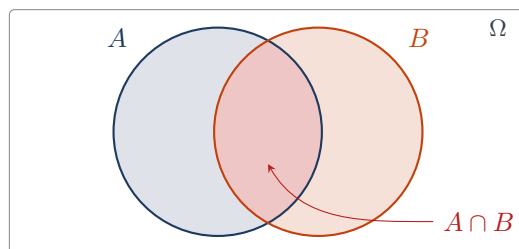
6 Réunion et intersection : la formule générale (C5)

Deux événements ne sont pas toujours incompatibles : un compagnon peut posséder *deux* habilitations, une planche peut avoir à *la fois* un nœud et une tache. Il faut alors une formule qui tienne compte des individus comptés deux fois.

Théorème — Probabilité d'une réunion

Pour deux événements A et B quelconques :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



La partie rouge, $A \cap B$, appartient à A et à B : en additionnant $P(A)$ et $P(B)$, on la compte deux fois. On la retire une fois.

Méthode — Choisir entre les deux formules

1. Chercher s'il existe des individus dans les deux catégories à la fois. 2. S'il n'y en a aucun ($A \cap B = \emptyset$), additionner simplement. 3. S'il y en a, appliquer la formule générale et retirer $P(A \cap B)$. 4. Contrôler que le résultat reste compris entre 0 et 1.

Exemple — Deux défauts sur une série de pièces

Sur 400 pièces usinées, 36 sont hors cote, 28 ont un défaut d'aspect et 12 cumulent les deux défauts. On prélève une pièce au hasard et on note C l'événement « la pièce est hors cote » et D l'événement « la pièce a un défaut d'aspect ».

$$P(C) = \frac{36}{400} = 0,09 \quad P(D) = \frac{28}{400} = 0,07 \quad P(C \cap D) = \frac{12}{400} = 0,03$$

$$P(C \cup D) = 0,09 + 0,07 - 0,03 = 0,13$$

Additionner sans retirer l'intersection aurait donné 0,16, c'est-à-dire 12 pièces comptées deux fois. On en déduit la probabilité qu'une pièce soit sans défaut : $1 - 0,13 = 0,87$.

Application 6 – Les habilitations d'un chantier

Une entreprise emploie 150 compagnons : 96 possèdent l'habilitation « travail en hauteur » (H), 72 l'habilitation électrique (E), et 48 possèdent les deux.

- Calculer $P(H)$, $P(E)$ et $P(H \cap E)$.
- Les événements H et E sont-ils incompatibles ? Justifier.
- Calculer la probabilité qu'un compagnon possède au moins une des deux habilitations.
- En déduire combien de compagnons n'en possèdent aucune.

Correction — Application 6

- a. On divise par l'effectif total, 150 :

$$P(H) = \frac{96}{150} = 0,64 \quad P(E) = \frac{72}{150} = 0,48 \quad P(H \cap E) = \frac{48}{150} = 0,32$$

- b. Non : 48 compagnons possèdent les deux habilitations, donc $H \cap E \neq \emptyset$.

- c. « Au moins une » est la réunion : $P(H \cup E) = 0,64 + 0,48 - 0,32 = 0,80$.

- d. Par le contraire : $1 - 0,80 = 0,20$, soit $150 \times 0,20 = 30$ compagnons.

Contrôle par les effectifs : hauteur seule $96 - 48 = 48$; électrique seule $72 - 48 = 24$; les deux 48 ; aucune 30. Total : $48 + 24 + 48 + 30 = 150$.

Conduite : le contrôle par les quatre catégories est le meilleur rempart contre l'oubli du $-P(A \cap B)$: le total doit retomber sur l'effectif.

7 La fréquence conditionnelle (C6)

Jusqu'ici, toutes les probabilités se calculaient *sur l'ensemble* des individus. On a souvent besoin de l'information inverse : *parmi* les lames du séchoir 2, quelle proportion est trop humide ? On ne regarde alors plus qu'une ligne du tableau.

Définition — Fréquence conditionnelle

Dans un tableau croisé, la **fréquence conditionnelle** de B parmi les A est la proportion d'individus qui vérifient B à l'intérieur du groupe des A :

$$f = \frac{\text{effectif de } A \cap B}{\text{effectif de } A}$$

On ne divise plus par l'effectif total, mais par le total de la ligne (ou de la colonne) concernée.

Exemple — Deux séchoirs à parquet

Une entreprise contrôle 240 lames : conformes si le taux d'humidité reste sous 12 %.

	Humidité conforme	Trop humide	Total
Séchoir 1	132	18	150
Séchoir 2	66	24	90
Total	198	42	240

Sur l'ensemble :

$$P(\text{trop humide}) = \frac{42}{240} = 0,175$$

Séchoir par séchoir, en se restreignant à une ligne :

$$\frac{18}{150} = 0,12 = 12 \% \quad \text{et} \quad \frac{24}{90} \approx 0,267 = 26,7 \%$$

Le séchoir 2 sort plus du double de lames trop humides, en proportion. C'est un **signal** : il faut comparer les conditions de séchage (essence, épaisseur, durée, sonde) avant d'en conclure quoi que ce soit sur la machine.

Erreur fréquente — Comparer des effectifs bruts ne compare rien

Le séchoir 1 produit 18 lames trop humides et le séchoir 2 en produit 24 : les nombres sont proches, mais les deux séchoirs n'ont pas traité le même nombre de lames. Seule la **proportion à l'intérieur de chaque groupe** permet la comparaison.

Application 7 – Des tests d'étanchéité

Avant livraison, 200 logements neufs ont subi un test d'étanchéité à l'air.

	Test conforme	Test non conforme	Total
Maison individuelle	68	12	80
Appartement	90	30	120
Total	158	42	200

- Calculer la probabilité qu'un logement pris au hasard ait un test non conforme.
- Calculer la fréquence des tests non conformes *parmi* les maisons individuelles, puis *parmi* les appartements.
- Comparer ces deux fréquences et dire ce que le bureau de contrôle peut en faire.

Correction — Application 7

- a. On divise par l'effectif total :

$$P(\text{non conforme}) = \frac{42}{200} = 0,21 = 21 \%$$

- b. On divise par le total de chaque ligne :

$$\text{maisons : } \frac{12}{80} = 0,15 = 15 \% \quad \text{appartements : } \frac{30}{120} = 0,25 = 25 \%$$

- c. La fréquence de non-conformité est environ 1,7 fois plus élevée en appartement. Le bureau de contrôle peut examiner en priorité les points singuliers des logements collectifs (traversées de gaines, jonctions, boîtiers encastrés). Le tableau signale où regarder ; il ne démontre pas la cause.
Conduite : faire remarquer que 0,15 et 0,25 encadrent le 0,21 de la question a. — la valeur d'ensemble est toujours entre les valeurs des groupes.

8 La probabilité conditionnelle (C7)

La fréquence conditionnelle du §7 porte un nom et une notation lorsqu'on la lit comme une probabilité.

Définition — Probabilité conditionnelle

La probabilité que B se réalise **sachant que** A est réalisé se note $P_A(B)$ et se calcule par

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{avec } P(A) \neq 0$$

Proposition — Le raccourci du tableau croisé

Dans un tableau d'effectifs, la formule revient à diviser l'effectif de la case $A \cap B$ par le total de la ligne (ou de la colonne) de A :

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

C'est exactement la fréquence conditionnelle du §7. Les deux calculs donnent le même nombre.

Exemple — Les deux chemins donnent le même résultat

Reprenons les 240 lames de parquet. Notons S_2 « la lame vient du séchoir 2 » et T « la lame est trop humide ».

Par la formule.

$$P(S_2 \cap T) = \frac{24}{240} = 0,10 \quad P(S_2) = \frac{90}{240} = 0,375 \quad P_{S_2}(T) = \frac{0,10}{0,375} \approx 0,267$$

Par les effectifs.

$$P_{S_2}(T) = \frac{24}{90} \approx 0,267$$

Même valeur : la seconde méthode est plus rapide dès qu'on dispose du tableau.

Méthode — Repérer la condition dans l'énoncé

Les mots « **sachant que** », « **parmi** », « **pour les** », « **à l'intérieur de** » annoncent une probabilité conditionnelle. Le groupe qu'ils désignent devient le **nouveau dénominateur**.

Application 8 – Un lot de planches

Une contrôleuse examine 200 planches de chêne selon deux critères.

	Avec nœuds (N)	Sans nœuds	Total
Avec taches (T)	15	20	35
Sans taches	40	125	165
Total	55	145	200

- Calculer $P(N)$, $P(T)$ et $P(N \cap T)$.
- Calculer $P_N(T)$ par la formule, puis retrouver le résultat directement dans le tableau.
- Traduire ce résultat par une phrase commençant par « Parmi les planches... ».

Correction — Application 8

- a. On divise par l'effectif total, 200 :

$$P(N) = \frac{55}{200} = 0,275 \quad P(T) = \frac{35}{200} = 0,175 \quad P(N \cap T) = \frac{15}{200} = 0,075$$

- b. Par la formule, puis par les effectifs :

$$P_N(T) = \frac{0,075}{0,275} \approx 0,273 \quad P_N(T) = \frac{15}{55} \approx 0,273$$

Même valeur.

- c. « Parmi les planches qui ont des nœuds, environ 27,3 % ont aussi des taches. »

Conduite : demander la phrase est essentiel — c'est elle qui montre que l'élève a compris *sur quel groupe* il vient de calculer une proportion.

9 Ne pas inverser le conditionnement (C7)

$P_A(B)$ et $P_B(A)$ sont en général deux nombres différents. Les confondre est l'erreur la plus coûteuse du chapitre, parce qu'elle conduit à des décisions fausses.

Exemple — « 70 % des défauts viennent de l'atelier 1 »

Un fabricant contrôle les 500 meubles produits dans la semaine.

	Défaut de finition	Sans défaut	Total
Atelier 1	21	329	350
Atelier 2	9	141	150
Total	30	470	500

Parmi les meubles défectueux, la part de l'atelier 1 vaut

$$P_{\text{défaut}}(\text{atelier 1}) = \frac{21}{30} = 0,70 : \text{les } 70 \% \text{ annoncés sont exacts.}$$

Parmi les meubles de l'atelier 1, la part de défectueux vaut

$$P_{\text{atelier 1}}(\text{défaut}) = \frac{21}{350} = 0,06, \text{ soit } 6 \%.$$

Les deux ateliers ont d'ailleurs le même taux de défaut, car $\frac{9}{150} = 0,06$ pour l'atelier 2. Si l'atelier 1 fournit 70 % des défauts, c'est uniquement parce qu'il produit 70 % des meubles.

Erreur fréquente — Deux lectures, deux dénominateurs

« 70 % des défectueux viennent de l'atelier 1 » se lit dans la **colonne** des défauts. « 70 % des meubles de l'atelier 1 sont défectueux » se lirait dans la **ligne** de l'atelier 1. Avant de calculer, dire à voix haute quel groupe est le dénominateur.

Application 9 – Stage et examen, dans les deux sens

Sur 120 élèves, 80 ont effectué un stage en entreprise. Parmi ces 80 élèves, 70 ont réussi l'examen. Sur les 40 autres, 20 l'ont réussi. Au total, 90 élèves ont réussi.

- Calculer la probabilité de réussir *sachant que* le stage a été effectué.
- Calculer la probabilité d'avoir effectué le stage *sachant que* l'examen est réussi.
- Ces deux résultats sont différents. Expliquer en une phrase pourquoi, en nommant à chaque fois le groupe de référence.

Correction — Application 9

- a. On se restreint aux 80 élèves qui ont fait le stage :

$$P_{\text{stage}}(\text{réussite}) = \frac{70}{80} = 0,875, \text{ soit } 87,5 \%.$$

- b. On se restreint aux 90 élèves qui ont réussi :

$$P_{\text{réussite}}(\text{stage}) = \frac{70}{90} \approx 0,778, \text{ soit environ } 77,8 \%.$$

- c. Au a., le groupe de référence est celui des 80 élèves *ayant fait le stage* ; au b., c'est celui des 90 élèves *ayant réussi*. Ce n'est pas le même dénominateur, donc pas le même nombre.

Prolongement possible à l'oral : le taux de réussite est de 87,5 % avec stage contre $\frac{20}{40} = 50 \%$ sans. L'écart est net, mais ces données seules ne prouvent pas que le stage en soit la cause : les deux groupes peuvent différer par ailleurs.

10 Estimer une probabilité par une fréquence : tableur et Python (C1)

D'où viennent les probabilités utilisées jusqu'ici ? Parfois d'un modèle (un dé équilibré, un tirage au sort). Le plus souvent, en atelier, elles sont **estimées à partir d'observations**.

Proposition — Fréquence observée et probabilité

Lorsqu'on répète un grand nombre de fois la même expérience aléatoire, la **fréquence observée** d'un événement se rapproche de sa probabilité et s'y stabilise. Sur un petit nombre d'essais, elle peut au contraire s'en écarter beaucoup.

Exemple — Des lancers francs

Nombre de lancers	10	50	200	1 000
Réussis	8	35	136	665
Fréquence	0,80	0,70	0,68	0,665

Les fréquences se stabilisent autour de 0,67. On retient $P(\text{réussite}) \approx 0,67$, en sachant que cette valeur *estime* la probabilité sans la donner exactement.

Méthode — Au tableur

Les résultats bruts occupent une colonne, par exemple B2:B1001. Alors

`=NB.SI(B2:B1001;"conforme")/NBVAL(B2:B1001)`

donne la fréquence de « conforme ». Dans un tableau croisé, une fréquence conditionnelle s'obtient de la même façon, en divisant la case par le total de sa *ligne* : la formule `=C3/D3` recopiée vers le bas donne une colonne de taux comparables.

Méthode — En Python

On simule l'expérience un grand nombre de fois, on stocke les résultats dans une **liste**, puis on compte.

```

1 from random import random
2
3 def simuler(n, p):
4     """n tirages d'une pièce dont la probabilité de défaut vaut p."""
5     resultats = [] # liste vide au départ
6     for i in range(n):
7         if random() < p: # random() tire un nombre entre 0 et 1
8             resultats.append("défaut")
9         else:
10            resultats.append("conforme")
11    return resultats
12
13 lot = simuler(1000, 0.06)
14 frequence = lot.count("défaut") / len(lot)
15 print(frequence)

```

`append` ajoute un élément à la liste, `count` compte les occurrences d'une valeur et `len` donne le nombre d'éléments. Deux exécutions peuvent donner des résultats différents : c'est une simulation.

Erreur fréquente — Une simulation ne valide pas le modèle réel

La probabilité 0,06 est imposée par le programme. Une fréquence proche illustre le modèle, mais ne le rend pas plus crédible pour la production réelle. Pour le confronter au réel, il faut des observations indépendantes. Un écart sur 20 tirages simulés ne suffit pas non plus à invalider le modèle.

Application 10 – Lire et modifier un programme

On reprend le programme ci-dessus.

- Que contient la variable `lot` après l'appel `simuler(1000, 0.06)` ? Combien d'éléments ?
- Quelle valeur la variable `frequence` doit-elle approcher ?
- Écrire la ligne qui calculerait la fréquence de « conforme ».
- Un élève lance le programme avec `simuler(20, 0.06)` et obtient 0. Le programme est-il faux ? Justifier.

Correction — Application 10

- Une liste de 1 000 chaînes de caractères, chacune valant "défaut" ou "conforme".
- Une valeur proche de 0,06, la probabilité utilisée pour la simulation.
- `lot.count("conforme") / len(lot)` — on doit trouver environ 0,94, et les deux fréquences totalisent 1.
- Non. Avec 20 tirages seulement, obtenir zéro défaut n'a rien d'extraordinaire : la fréquence observée est très instable sur un petit effectif. C'est justement ce que dit le §10.

Conduite : si la salle dispose de machines, faire exécuter deux fois le même appel pour faire constater que le résultat change. Sinon, le programme se lit et se commente sans être exécuté.

Bilan – Je sais faire**À retenir****Les formules du chapitre**

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cap B) = 0$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Méthode — Choisir la bonne méthode

- **Une seule catégorie**, issues équiprobables : cas favorables sur cas possibles (§2).
- L'énoncé dit « **ne pas** », « **au moins un** » : passer par l'événement contraire (§3).
- « **ou** » entre deux catégories : regarder d'abord s'il existe des individus communs, puis §4 ou §6.
- « **et** » entre deux catégories : c'est une case du tableau, divisée par l'effectif total (§5).
- « **parmi** », « **sachant que** » : diviser par le total de la ligne ou de la colonne désignée (§7 et §8).

Méthode — Vérifier sa réponse

- Le résultat est-il compris entre 0 et 1 ?
- Les probabilités de toutes les issues totalisent-elles 1 ?
- Le dénominateur utilisé correspond-il bien au groupe dont parle la question ?
- La phrase de réponse nomme-t-elle ce groupe ?