

C6 – Calculer des fréquences conditionnelles à partir de tableaux croisés

Exigible. Prérequis : C4.

Rappel de cours

La **fréquence conditionnelle** de B parmi les A est la proportion d'individus qui vérifient B à l'intérieur du groupe des A :

$$f = \frac{\text{effectif de } A \cap B}{\text{effectif de } A}$$

On ne divise plus par l'effectif total, mais par le total de la **ligne** ou de la **colonne** désignée par l'énoncé.

Les mots « **parmi** », « **à l'intérieur de** », « **pour les** » annoncent ce changement de dénominateur.

Comparer des *effectifs bruts* de groupes de tailles différentes ne compare rien : seules les fréquences à l'intérieur de chaque groupe sont comparables.

Exercice 21 — Trois lectures d'un même tableau

On reprend le tableau complété de l'exercice 11 (capacité C4) (les 100 colis).

	Zone locale	Hors zone	Total
Express	35	20	55
Standard	15	30	45
Total	50	50	100

- Parmi les livraisons express, quelle est la fréquence de celles en zone locale ?
- Parmi les livraisons hors zone, quelle est la fréquence de celles en standard ?
- Parmi les livraisons standard, quelle est la fréquence de celles hors zone ?
- Les questions **b.** et **c.** portent sur les mêmes 30 colis et donnent pourtant deux résultats différents. Expliquer pourquoi.

Correction de l'exercice 21

- On se restreint à la ligne « Express », qui compte 55 colis : $\frac{35}{55} = \frac{7}{11} \approx 0,636$, soit environ 63,6 %.
- On se restreint à la colonne « Hors zone », 50 colis : $\frac{30}{50} = 0,60$, soit 60 %.
- On se restreint à la ligne « Standard », 45 colis : $\frac{30}{45} = \frac{2}{3} \approx 0,667$, soit environ 66,7 %.
- Le numérateur est bien le même (30 colis standard et hors zone), mais pas le dénominateur : au **b.** on compare aux 50 colis hors zone, au **c.** aux 45 colis standard. Changer de groupe de référence change le résultat.

Exercice 22 — *Trois rangées de panneaux solaires*

Un technicien contrôle les 180 panneaux photovoltaïques d'une installation, répartis en trois rangées. Il classe chaque panneau selon que son rendement est conforme ou dégradé.

	Rendement conforme	Rendement dégradé	Total
Rangée 1	66	6	72
Rangée 2	52	8	60
Rangée 3	38	10	48
Total	156	24	180

- On choisit un panneau au hasard. Calculer la probabilité que son rendement soit dégradé.
- Calculer la proportion de panneaux dégradés *dans chaque rangée*. Arrondir au millième.
- Que peut en conclure le technicien ? Rédiger deux phrases : ce que les données montrent, et ce qu'elles ne permettent pas d'affirmer.
- Le parc complet de l'exploitant compte 900 panneaux de même type, installés dans les mêmes conditions. Combien de panneaux dégradés peut-il s'attendre à trouver ?

Correction de l'exercice 22

a. $P(\text{dégradé}) = \frac{24}{180} = \frac{2}{15} \approx 0,133$, soit environ 13,3 %.

- b. On se restreint à chaque ligne :

$$\frac{6}{72} \approx 0,083 \quad \frac{8}{60} \approx 0,133 \quad \frac{10}{48} \approx 0,208$$

soit 8,3 %, 13,3 % et 20,8 %.

- c. *Ce que montrent les données* : la rangée 3 compte proportionnellement deux fois et demie plus de panneaux dégradés que la rangée 1, ce qui justifie de la contrôler en priorité (ombrage, orientation, encrassement, âge).

Ce qu'elles ne montrent pas : elles ne désignent aucune cause, et un seul relevé ne permet pas d'exclure que l'écart vienne des fluctuations d'échantillonnage.

d. $900 \times \frac{2}{15} = 120$ panneaux dégradés attendus, si les conditions restent les mêmes.

Exercice 23 — *Deux clientèles, deux profils*

Une plateforme de vente en ligne classe 200 commandes selon leur montant et le type de clientèle.

	Particuliers	Professionnels	Total
Petite commande (moins de 50 €)	60	20	80
Commande moyenne (50 € à 200 €)	30	40	70
Grosse commande (plus de 200 €)	10	40	50
Total	100	100	200

- Parmi les professionnels, quelle est la fréquence des grosses commandes ?
- Parmi les particuliers, quelle est la fréquence des petites commandes ?
- Comparer les profils de commande des deux clientèles en trois phrases.
- Ici, les deux colonnes comptent 100 commandes chacune. Expliquer pourquoi cela rend la comparaison des effectifs bruts possible, et pourquoi ce serait faux si les totaux étaient différents.

Correction de l'exercice 23

- a. $\frac{40}{100} = 0,40$, soit 40 % des commandes professionnelles.
- b. $\frac{60}{100} = 0,60$, soit 60 % des commandes des particuliers.
- c. Les particuliers passent surtout de petites commandes (60 %) et très peu de grosses (10 %). Les professionnels se répartissent entre commandes moyennes (40 %) et grosses (40 %). Les profils sont donc nettement différents : la clientèle professionnelle commande beaucoup plus gros.
- d. Les deux colonnes ayant le même total (100), une même différence d'effectif correspond à une même différence de proportion : lire « 40 contre 10 » revient ici à lire « 40 % contre 10 % ». Si les totaux étaient différents — par exemple 100 particuliers et 250 professionnels —, l'effectif le plus grand pourrait correspondre à la plus petite proportion. Seule la fréquence à l'intérieur de chaque colonne compare sûrement.

Exercice 24 — Protections auditives et gêne signalée

Un service de médecine du travail a suivi 400 salariés exposés au bruit. Pour chacun, le médecin a noté le port des protections auditives et l'existence d'une gêne auditive signalée lors de la visite annuelle.

	Gêne signalée	Aucune gêne	Total
Protections portées systématiquement	24	216	240
Protections portées irrégulièrement	40	120	160
Total	64	336	400

- a. Calculer la probabilité qu'une gêne auditive ait été signalée.
- b. Calculer la fréquence de gêne *parmi* les salariés qui portent systématiquement leurs protections, puis *parmi* ceux qui les portent irrégulièrement.
- c. Si les salariés au port irrégulier présentaient la même fréquence de gêne que les autres, combien de signalements compterait-on dans ce groupe ?
- d. Rédiger en deux ou trois phrases l'argument chiffré que le médecin peut présenter à la direction. Préciser ce que les données ne démontrent pas.

Correction de l'exercice 24

- a. $P(\text{gêne}) = \frac{64}{400} = 0,16$, soit 16 % des salariés suivis.
- b. Port systématique : $\frac{24}{240} = 0,10$, soit 10 %. Port irrégulier : $\frac{40}{160} = 0,25$, soit 25 %.
- c. $160 \times 0,10 = 16$ signalements, au lieu des 40 observés, soit 24 de moins.
- d. Rédaction attendue : « Sur les 400 salariés suivis, une gêne auditive est signalée chez 25 % de ceux qui portent leurs protections irrégulièrement, contre 10 % de ceux qui les portent systématiquement. Au taux du groupe portant systématiquement ses protections, le groupe au port irrégulier compterait 16 signalements au lieu de 40. Cet écart justifie de renforcer la prévention. »
Ce que les données ne démontrent pas : elles montrent une association, pas une relation de cause à effet. D'autres facteurs peuvent intervenir — ancienneté, niveau sonore du poste, type de protection — et rien ne garantit que le renforcement de la prévention évitera à lui seul 24 cas.