

C4 – Compléter et exploiter des tableaux croisés d'effectifs

Exigible. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Un **tableau croisé** range les effectifs de deux caractères observés sur les mêmes individus.

Sur chaque ligne et sur chaque colonne, la somme des cases intérieures donne le total ; le total des lignes et le total des colonnes sont égaux à l'**effectif total**, qui sert de vérification.

Chaque case, divisée par l'**effectif total**, donne une probabilité « **et** » ; chaque total de ligne ou de colonne, divisé par l'effectif total, donne la probabilité de la catégorie correspondante.

Exercice 11 — Les colis du jour

Une entreprise de livraison classe ses 100 colis du jour selon le délai et la destination.

	Zone locale	Hors zone	Total
Express	35		55
Standard		30	
Total		50	100

- Compléter le tableau, puis vérifier l'effectif total de deux façons.
- On choisit un colis au hasard. Calculer la probabilité que ce soit une livraison standard en zone locale.
- Calculer la probabilité que ce soit une livraison hors zone.

Correction de l'exercice 11

a. Express hors zone : $55 - 35 = 20$. Total zone locale : $100 - 50 = 50$. Standard en zone locale : $50 - 35 = 15$. Total standard : $15 + 30 = 45$.

	Zone locale	Hors zone	Total
Express	35	20	55
Standard	15	30	45
Total	50	50	100

Vérification : $55 + 45 = 100$ (lignes) et $50 + 50 = 100$ (colonnes).

b. $P(\text{standard et zone locale}) = \frac{15}{100} = 0,15$.

c. $P(\text{hors zone}) = \frac{50}{100} = 0,50$.

Exercice 12 — Construire le tableau à partir du texte

Un technicien contrôle 200 pièces métalliques. Chaque pièce peut présenter un défaut de dimension (D) et/ou un défaut d'aspect (A). Le contrôle donne :

- 20 pièces ont un défaut de dimension ; parmi elles, 6 ont aussi un défaut d'aspect ;
- parmi les 180 pièces sans défaut de dimension, 9 ont un défaut d'aspect.

a. Compléter le tableau croisé des effectifs à partir du texte.

	A	$\bar{A}$	Total
D			
$\bar{D}$			
Total			

b. Calculer la probabilité qu'une pièce présente les deux défauts.

c. Calculer $P(A)$.

d. Calculer la probabilité qu'une pièce n'ait aucun défaut, puis vérifier que la somme des quatre cases intérieures vaut bien 200.

Correction de l'exercice 12

a. $D \cap \bar{A} = 20 - 6 = 14$; $\bar{D} \cap A = 9$; $\bar{D} \cap \bar{A} = 180 - 9 = 171$.

	A	$\bar{A}$	Total
D	6	14	20
$\bar{D}$	9	171	180
Total	15	185	200

b. $P(D \cap A) = \frac{6}{200} = 0,03$.

c. $P(A) = \frac{15}{200} = 0,075$.

d. $P(\bar{D} \cap \bar{A}) = \frac{171}{200} = 0,855$.

Vérification : $6 + 14 + 9 + 171 = 200$.

Exercice 13 — *Trois prestations, deux avis*

Un menuisier agenceur a interrogé 200 clients sur leur satisfaction et le type de prestation réalisée.

	Cuisine	Placard	Terrasse	Total
Satisfait	60	45	35	140
Non satisfait	20	15	25	60
Total	80	60	60	200

On choisit un client au hasard.

- Calculer la probabilité qu'il soit satisfait.
- Calculer la probabilité que sa prestation soit un placard.
- Calculer la probabilité qu'il soit satisfait *et* que sa prestation soit une cuisine.
- Calculer la probabilité qu'il soit non satisfait *et* que sa prestation soit une terrasse.
- Les questions **b.** et **c.** donnent toutes deux 0,30 : vérifier qu'il ne s'agit pas de la même case du tableau et dire ce que chacun compte.

Correction de l'exercice 13

a. $P(\text{satisfait}) = \frac{140}{200} = 0,70$.

b. $P(\text{placard}) = \frac{60}{200} = 0,30$.

c. $P(\text{satisfait} \cap \text{cuisine}) = \frac{60}{200} = 0,30$: c'est la case d'intersection, divisée par l'effectif total.

d. $P(\text{non satisfait} \cap \text{terrasse}) = \frac{25}{200} = 0,125$.

e. Ce ne sont pas les mêmes cases. La question **b.** utilise le *total de la colonne* « Placard » : 60 clients ont fait poser un placard, qu'ils soient satisfaits ou non. La question **c.** utilise la *case* qui croise « Satisfait » et « Cuisine » : 60 clients à la fois satisfaits et clients d'une cuisine. Les deux effectifs valent 60 par hasard, mais ils ne comptent pas les mêmes clients.

Exercice 14 — *Un tableau à trois lignes*

Une enquête porte sur 200 salariés, classés selon leur ancienneté et leur spécialité.

	Support	Développement	Données	Total
Moins de 5 ans	30	20	10	
De 5 à 15 ans	35	25	20	
Plus de 15 ans				
Total	80	60	60	200

- Compléter les totaux des deux premières lignes.
- En déduire le total de la ligne « Plus de 15 ans », puis compléter les trois cases manquantes de cette ligne.
- On interroge un salarié au hasard. Calculer la probabilité qu'il soit spécialisé en support.
- Calculer la probabilité qu'il ait moins de 5 ans d'ancienneté.
- Calculer la probabilité qu'il travaille sur les données *et* ait plus de 15 ans d'ancienneté.

Correction de l'exercice 14

a. Moins de 5 ans : $30 + 20 + 10 = 60$. De 5 à 15 ans : $35 + 25 + 20 = 80$.

b. Plus de 15 ans : $200 - 60 - 80 = 60$. On complète ensuite chaque colonne : support $80 - 30 - 35 = 15$; développement $60 - 20 - 25 = 15$; données $60 - 10 - 20 = 30$.

	Support	Développement	Données	Total
Moins de 5 ans	30	20	10	60
De 5 à 15 ans	35	25	20	80
Plus de 15 ans	15	15	30	60
Total	80	60	60	200

Vérification : $15 + 15 + 30 = 60$, et $60 + 80 + 60 = 200$.

c. $P(\text{support}) = \frac{80}{200} = 0,40$.

d. $P(\text{moins de 5 ans}) = \frac{60}{200} = 0,30$.

e. $P(\text{données} \cap \text{plus de 15 ans}) = \frac{30}{200} = 0,15$.

Exercice 15 — Le bilan des deux équipes

Un chef de chantier note le bilan des poses réalisées par deux équipes. Les cases grisées sont vides : ce sont les totaux à calculer.

Équipe	Conforme	À reprendre	Total
Équipe Nord	96	24	
Équipe Sud	105	15	
Total			

a. Calculer le total de chaque équipe (dernière colonne).

b. Calculer le total des poses conformes et le total des poses à reprendre.

c. Calculer l'effectif total de deux façons différentes. Que doivent donner les deux calculs ?

d. Calculer $\frac{24}{120}$ et $\frac{15}{120}$ et dire ce que représente chacun de ces nombres. Quel est le groupe de référence ?

e. Un collègue calcule $\frac{24}{39}$. Effectuer ce calcul et expliquer pourquoi il ne répond pas à la même question qu'en d.

Correction de l'exercice 15

a. Équipe Nord : $96 + 24 = 120$. Équipe Sud : $105 + 15 = 120$.

b. Poses conformes : $96 + 105 = 201$. Poses à reprendre : $24 + 15 = 39$.

c. $120 + 120 = 240$ (total des lignes) et $201 + 39 = 240$ (total des colonnes). Les deux calculs doivent donner le même effectif total : c'est la vérification du tableau.

d.

$$\frac{24}{120} = 0,20 \qquad \frac{15}{120} = 0,125$$

Ce sont les **taux de reprise de chaque équipe** : on divise par le total de *sa ligne*, donc on compare ce qui est comparable. L'équipe Nord reprend 20 % de ses poses, l'équipe Sud 12,5 %. Le groupe de référence est l'ensemble des poses de l'équipe.

e.

$$\frac{24}{39} \approx 0,615$$

Ce nombre dit que 61,5 % *des poses à reprendre* viennent de l'équipe Nord : ce n'est pas le taux de reprise de l'équipe Nord. Le dénominateur a changé de groupe.