

C3 – Calculer la probabilité de la réunion d'événements incompatibles

Exigible. Prérequis : C1.

Rappel de cours

Deux événements A et B sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps ($A \cap B = \emptyset$).

Alors la probabilité de « A **ou** B » s'obtient en additionnant :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Cela s'étend à plus de deux événements deux à deux incompatibles.

Exercice 8 — Un lot de composants

Un lot de 50 composants électroniques sort d'une ligne de production. Le contrôle donne : 42 composants conformes, 5 avec un défaut mineur et 3 avec un défaut majeur. On tire un composant au hasard.

- Calculer la probabilité de tirer un composant conforme.
- Les défauts « mineur » et « majeur » sont-ils incompatibles ? Justifier, puis calculer la probabilité de tirer un composant défectueux.
- Retrouver le résultat du **b.** en utilisant l'événement contraire.
- La chaîne produit 350 composants par jour. Combien de composants défectueux peut-on s'attendre à trouver ?

Correction de l'exercice 8

a. $P(\text{conforme}) = \frac{42}{50} = 0,84$.

b. Oui : $42 + 5 + 3 = 50$, donc chaque composant du lot est compté une seule fois. Aucun composant n'a à la fois un défaut mineur et un défaut majeur : l'intersection est vide. On peut donc additionner :

$$P(\text{défectueux}) = \frac{5}{50} + \frac{3}{50} = \frac{8}{50} = 0,16$$

c. « Défectueux » est le contraire de « conforme » : $1 - 0,84 = 0,16$. Même valeur.

d. $350 \times 0,16 = 56$ composants défectueux attendus. C'est une prévision moyenne : le nombre réel fluctuera autour de 56.

Exercice 9 — Les cagettes du maraîcher

Un maraîcher livre 80 cagettes de fruits : 30 de pommes, 25 de poires et 25 de pêches. Chaque cagette ne contient qu'un seul fruit. On en prélève une au hasard.

- Calculer la probabilité de tirer une cagette de pommes.
- Calculer la probabilité de ne *pas* tirer une cagette de pêches.
- Calculer la probabilité de tirer une cagette de pommes *ou* de poires.
- Les réponses des questions **b.** et **c.** sont égales. Expliquer pourquoi, sans refaire de calcul.

Correction de l'exercice 9

a. $P(\text{pommes}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8} = 0,375$.

b. Par l'événement contraire :

$$P(\overline{\text{pêches}}) = 1 - \frac{25}{80} = \frac{55}{80} = 0,6875$$

c. Une cagette ne contient qu'un seul fruit : les deux événements sont incompatibles, on additionne.

$$P(\text{pommes} \cup \text{poires}) = \frac{30}{80} + \frac{25}{80} = \frac{55}{80} = 0,6875$$

d. Les trois types couvrent toutes les cagettes. « Ne pas être une cagette de pêches », c'est donc exactement « être une cagette de pommes ou de poires » : les deux questions décrivent le même événement, écrit de deux façons.

Exercice 10 — Les jours de livraison

Un menuisier se fait livrer ses matériaux dans la semaine. D'après son historique, le jour de livraison d'une commande, pris au hasard, suit ce tableau.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Probabilité	0,15	0,25	0,30	0,20	0,10

a. Vérifier que ce tableau décrit bien une loi de probabilité.

b. Justifier que « livré le lundi » et « livré le mardi » sont incompatibles, puis calculer la probabilité d'une livraison le lundi ou le mardi.

c. Un apprenti écrit : « $P(\text{lundi ou mardi}) = 0,15 \times 0,25 = 0,0375$ ». Expliquer pourquoi ce résultat est impossible, puis corriger l'erreur.

d. Calculer la probabilité d'une livraison le mercredi, le jeudi ou le vendredi, puis la retrouver à partir du résultat du b..

Correction de l'exercice 10

a. Chaque probabilité est comprise entre 0 et 1 et $0,15 + 0,25 + 0,30 + 0,20 + 0,10 = 1$: c'est une loi de probabilité.

b. Une commande n'est livrée qu'un seul jour : les deux événements ne peuvent pas se réaliser ensemble, ils sont incompatibles. On additionne :

$$P(\text{lundi} \cup \text{mardi}) = 0,15 + 0,25 = 0,40$$

c. L'événement « lundi ou mardi » contient l'événement « lundi », donc sa probabilité ne peut pas être plus petite que 0,15 ; or $0,0375 < 0,15$. L'apprenti a *multiplié* alors que le mot « ou » entre événements incompatibles demande d'*additionner*. Résultat correct : 0,40.

d. $P(\text{mer.} \cup \text{jeu.} \cup \text{ven.}) = 0,30 + 0,20 + 0,10 = 0,60$. Ce sont tous les jours restants, donc le contraire de « lundi ou mardi » : $1 - 0,40 = 0,60$. Même valeur.