

C2 – Calculer la probabilité d'un événement contraire

Exigible. Prérequis : C1.

Rappel de cours

L'**événement contraire** de A , noté $\bar{A}$, regroupe toutes les issues qui *ne sont pas* dans A : l'un des deux se réalise, jamais les deux.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

On l'utilise quand A regroupe beaucoup de cas et son contraire peu : « au moins », « pas », « autre que ».

Exercice 5 — Le panneau est-il refusé ?

Une scierie contrôle l'aspect de ses panneaux avant livraison. D'après les contrôles passés, la probabilité qu'un panneau pris au hasard soit *refusé* vaut 0,07.

- Écrire avec une phrase l'événement contraire de « le panneau est refusé ».
- Calculer la probabilité de cet événement contraire.
- La scierie livre 600 panneaux. Combien d'entre eux seront acceptés, en moyenne ?
- Compléter : $P(\text{refusé}) + P(\text{accepté}) = \dots\dots\dots$

Correction de l'exercice 5

- Le contraire de « refusé » est « le panneau n'est pas refusé », c'est-à-dire « le panneau est accepté » : un panneau est soit refusé, soit accepté, jamais les deux.
- $P(\text{accepté}) = 1 - P(\text{refusé}) = 1 - 0,07 = 0,93$.
- $600 \times 0,93 = 558$ panneaux acceptés en moyenne (et donc 42 refusés).
- $0,07 + 0,93 = 1$: un événement et son contraire couvrent tous les cas, leurs probabilités totalisent 1.

Exercice 6 — La pièce est-elle dans le camion ?

Un service de maintenance intervient chez des clients. D'après le suivi de l'année passée, la probabilité que la pièce nécessaire soit disponible dans le camion vaut 0,78.

- Calculer la probabilité que la pièce ne soit pas disponible.
- Le service prévoit 250 interventions cette année. Combien d'interventions risquent d'être reportées faute de pièce ?
- Un technicien affirme : « la probabilité vaut 0,22, donc sur 10 interventions il y en aura exactement 2,2 sans la pièce ». Que lui répondre ?
- Le responsable vise au plus 30 interventions reportées *en moyenne* sur les 250. Quelle probabilité de disponibilité faut-il atteindre au minimum ? Cela garantit-il au plus 30 reports sur une série particulière ?

Correction de l'exercice 6

- a. $P(\text{pièce absente}) = 1 - 0,78 = 0,22$.
 b. $250 \times 0,22 = 55$ interventions risquent d'être reportées.
 c. Deux choses sont fausses. D'abord un nombre d'interventions est un **entier** : on ne peut pas en observer 2,2. Ensuite 0,22 donne une **prévision moyenne** sur un grand nombre d'interventions, pas un résultat garanti : sur 10 interventions, on peut en observer 0, 1, 2, 3...
 d. Il faut $250 \times P(\text{pièce absente}) \leq 30$, c'est-à-dire

$$P(\text{pièce absente}) \leq \frac{30}{250} = 0,12$$

Il faut donc une disponibilité d'au moins $1 - 0,12 = 0,88$, soit 88 %. Cela ne garantit pas au plus 30 reports sur une série particulière : c'est une prévision moyenne, le nombre réel peut la dépasser.

Autre démarche acceptée : chercher directement le nombre d'interventions réussies souhaité, $250 - 30 = 220$, puis $\frac{220}{250} = 0,88$.

Exercice 7 — Quelle méthode pour les plaques ?

Un stock de 80 plaques de panneaux de fibres est rangé selon l'épaisseur.

Épaisseur (mm)	10	12	16	19	22
Nombre de plaques	8	16	24	20	12

On prend une plaque au hasard.

- a. Calculer la probabilité que la plaque mesure 16 mm.
 b. Calculer la probabilité que la plaque ne mesure *pas* 16 mm de deux façons : en additionnant les quatre autres cas, puis par l'événement contraire.
 c. Calculer la probabilité que la plaque mesure *au moins* 12 mm, avec la méthode qui demande le moins de calculs. Justifier ce choix.
 d. Pour l'événement « la plaque mesure 10 mm ou 12 mm », le passage par l'événement contraire est-il encore le plus court ? Calculer la probabilité.

Correction de l'exercice 7

a. $P(16) = \frac{24}{80} = 0,30$.

- b. Par addition des quatre autres cas :

$$\frac{8 + 16 + 20 + 12}{80} = \frac{56}{80} = 0,70$$

Par l'événement contraire : $1 - 0,30 = 0,70$. Même valeur.

- c. « Au moins 12 mm » regroupe quatre cas (12, 16, 19 et 22). Son contraire n'en contient qu'un : « 10 mm ». Le plus court est donc le contraire :

$$1 - P(10) = 1 - \frac{8}{80} = 1 - 0,10 = 0,90$$

- d. Non : l'événement ne regroupe que deux cas, son contraire en regroupe trois. Mieux vaut additionner :

$$P(10 \text{ ou } 12) = \frac{8 + 16}{80} = \frac{24}{80} = 0,30$$

On choisit la méthode qui compte le moins de cas à additionner.