

Fiche de cours — Statistique à deux variables

Tout le cours en deux pages, recto-verso. À garder sous les yeux pendant les exercices et à relire avant l'évaluation.

1. Deux variables, un couple

Définition — Couple et nuage

Chaque observation donne deux nombres : un couple $(x; y)$.
On cherche à prévoir y à partir de x .
Le **nuage de points** place x en abscisse, y en ordonnée, une observation = un point. On écrit les grandeurs et les unités sur les axes, et **on ne relie jamais les points**.

Décrire un nuage en trois mots : *montant* ou *descendant* ; *proche d'une droite*, *courbé* ou *dispersé*.

2. Le point moyen

Définition — Point moyen G

$\bar{x}$ est la moyenne des x , $\bar{y}$ celle des y ; alors $G(\bar{x}; \bar{y})$.

$$\bar{x} = \frac{\text{somme des } x}{\text{effectif}} \quad \bar{y} = \frac{\text{somme des } y}{\text{effectif}}$$

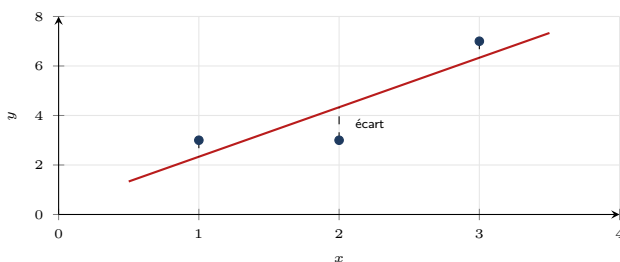
Contrôle utile : la droite des moindres carrés passe par G (avant arrondi).

3. La droite d'ajustement

Définition — Ajustement affine

C'est la droite $y = ax + b$ qui représente au mieux les observations. La calculatrice donne a et b par la **méthode des moindres carrés** : elle rend la somme des carrés des écarts verticaux la plus petite possible.

Aucune formule de a et b n'est à apprendre par cœur.



Trait rouge : la droite des moindres carrés. Pointillés : les écarts **verticaux** entre l'observation et le modèle, pour un même x . La calculatrice rend la somme de leurs carrés minimale.

Méthode — Lire les coefficients

a : variation de y quand x augmente de 1.
 b : valeur prévue pour $x = 0$ — souvent hors des observations, donc à commenter avec prudence.

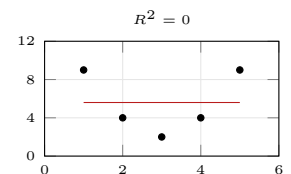
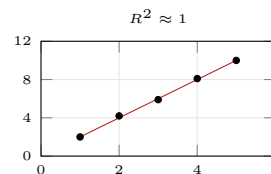
4. Le coefficient R^2

Définition — Coefficient de détermination

Pour l'ajustement affine avec constante, $0 \leq R^2 \leq 1$. Plus R^2 est proche de 1, mieux la droite décrit la variation des observations. **Il se lit toujours avec le nuage**, jamais seul.

Erreur fréquente — Ce que R^2 ne dit pas

Ce n'est ni un pourcentage de chances d'avoir raison, ni une preuve que x cause y . Il n'existe pas de seuil universel. Un R^2 proche de 1 peut cacher des écarts qui comptent dans le métier.



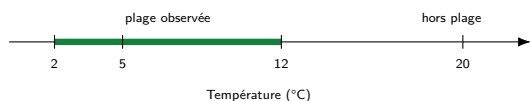
À gauche, la droite suit les observations. À droite, elle reste plate alors que les valeurs baissent puis remontent : un R^2 nul ne veut pas dire « aucune relation », mais « pas une droite ».

5. Estimer une valeur

Définition — Interpoler ou extrapoler

Interpolation : le x choisi est *dans* la plage observée.

Extrapolation : le x choisi est *en dehors*. Plus risqué : le modèle n'a rien vu de cette zone.



Observations de 2 à 12 °C : 5 est une interpolation, 20 une extrapolation.

Méthode — Une réponse complète, en 5 temps

1. Repérer x et la plage observée.
2. Remplacer x dans l'équation.
3. Calculer, arrondir comme demandé.
4. Donner **l'unité**.
5. Nommer interpolation ou extrapolation, et dire une limite.

Exemple — Chauffage : $y \approx -2,04x + 38,9$

À 5 °C : $-2,04 \times 5 + 38,9 = 28,7$ MWh — interpolation, valeur *estimée*.

À 20 °C : $-2,04 \times 20 + 38,9 = -1,9$ MWh — extrapolation absurde : la droite ne vaut pas partout.

6. Corrélation $\neq$ causalité

Définition — Le lien et la cause

Une **corrélation** est un lien statistique. Une **causalité** est un phénomène qui en produit un autre. Une corrélation forte ne prouve pas une causalité : chercher un **facteur commun**.

Exemple — Glaces et noyades

Les deux augmentent ensemble parce que la *saison chaude* augmente les deux. La glace ne cause pas la noyade.

Mémo NumWorks

Méthode — Régressions, pas à pas

Application **Régressions** → saisir les x dans X1, les y dans Y1, **un couple par ligne** → onglet **Graphique** (touche **Auto** si besoin) → onglet **Régression** → choisir **Linéaire** $y = ax + b$, **pas** Proportionnelle → lire a , b et R^2 .

Les six réflexes

1. Identifier les deux variables et leurs unités.
2. Vérifier deux couples dans le tableau.
3. Observer le nuage et le décrire.
4. Obtenir a , b et R^2 à la calculatrice.
5. Situer le x demandé, puis calculer.
6. Conclure avec l'unité et une précaution.

Erreurs à éviter

- Trier une colonne sans l'autre.
- Forcer la droite à passer par l'origine.
- Confondre une observation et une estimation.
- Arrondir trop tôt dans les calculs.
- Croire que R^2 donne une certitude.
- Extrapoler sans dire que c'est risqué.

Je sais faire

- ☐ Lire un couple dans un tableau et nommer les axes (C1).
- ☐ Représenter un nuage de points, sans relier (C1).
- ☐ Calculer $\bar{x}$, $\bar{y}$ et placer le point moyen G .
- ☐ Obtenir a , b et R^2 à la calculatrice (C2, C3).
- ☐ Écrire l'équation $y = ax + b$ et interpréter a (C2).
- ☐ Juger un ajustement avec le nuage et R^2 (C3).
- ☐ Interpoler ou extrapoler, et le dire (C4).
- ☐ Résoudre un problème complet et conclure prudemment (C5).
- ☐ Expliquer qu'une corrélation ne prouve pas une cause.