

Séance de 1 heure | Situation et cours

Mesurer un ouvrage sans y monter

Seconde MNB | Compétence C3.2

Prénom et nom : Classe :

Énoncé — Contexte professionnel : relevé d'un bâtiment existant

Un géomètre-topographe doit porter la hauteur d'un bâtiment existant sur un plan de façade. Impossible de monter dessus, et le télémètre laser de l'équipe est en réparation. Il lui reste ce qu'il a toujours : un jalon et un décamètre.

Il plante un **jalon de 1,60 m** à côté du bâtiment et mesure, **au même moment** :

– l'ombre du jalon : 2,40 m – l'ombre du bâtiment : 13,50 m

« Le soleil éclaire les deux de la même façon : que puis-je en tirer ? »

Propriété — Ce que dit la situation

Les rayons du soleil sont **parallèles**. Le jalon et le bâtiment sont tous deux verticaux, posés sur le même sol horizontal. Les deux triangles « objet – ombre – rayon » ont donc les **mêmes angles** : ils sont **semblables**.

Propriété — Triangles semblables : hauteur et ombre proportionnelles

Les rayons étant parallèles, les deux triangles ont la même forme : hauteur et ombre sont **proportionnelles**.

$$\frac{\text{hauteur du bâtiment}}{\text{ombre du bâtiment}} = \frac{\text{hauteur du jalon}}{\text{ombre du jalon}}$$

D'où : hauteur du bâtiment = ombre du bâtiment $\times \frac{\text{hauteur du jalon}}{\text{ombre du jalon}}$

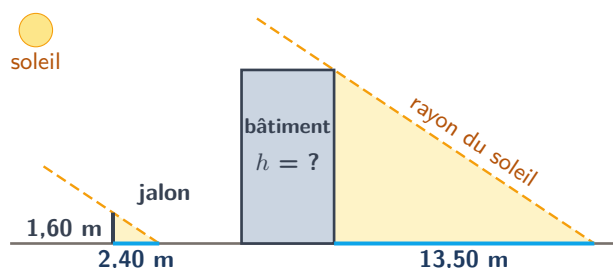
Si l'on plaçait le jalon pour que les deux ombres se terminent au même point, on retrouverait la figure du théorème de Thalès.

Erreur fréquente — La condition qu'on oublie

Le rapport hauteur/ombre ne vaut que pour **une position donnée du soleil**. Il change d'heure en heure. Les deux ombres doivent donc être mesurées **au même moment** : une mesure prise deux heures plus tard donne un résultat faux, sans rien qui l'annonce.

Méthode

1. Calculer le rapport du jalon : $k = \frac{\text{hauteur}}{\text{ombre}}$.
2. Multiplier l'ombre de l'ouvrage par k .
3. Contrôler le résultat : l'objet qui a la plus grande ombre doit être le plus haut.



Le jalon et le bâtiment vus de côté, au même moment. Le soleil est à gauche : ses rayons, parallèles, passent par le sommet du jalon et par l'angle du toit situé du côté de l'ombre. Le jalon de 1,60 m a une ombre de 2,40 m ; le bâtiment, de hauteur h inconnue, a une ombre de 13,50 m mesurée depuis sa façade droite.

Exercices | Socle

Le rapport hauteur sur ombre

Écris tes calculs et l'unité de chaque résultat.

Exercice 1 – Le rapport du jalon

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un piquet de 1,50 m a une ombre de 1,20 m : $k = 1,50 \div 1,20 = 1,25$. Ce rapport est plus grand que 1 : l'ombre est plus courte que le piquet.

À toi de jouer.

Le jalon mesure 1,60 m et son ombre 2,40 m.

1. Calculer le rapport $k = \text{hauteur} \div \text{ombre}$ du jalon, arrondi au millième.
2. Ce rapport est-il plus grand ou plus petit que 1 ? Que cela dit-il de l'ombre par rapport à l'objet ?

Exercice 2 – La hauteur du bâtiment

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un piquet de 1,00 m a une ombre de 2,00 m ; au même moment, l'ombre d'un arbre mesure 12,00 m. $h \div 12,00 = 1,00 \div 2,00$, donc $h = 12,00 \times 1,00 \div 2,00 = 6,00$ m.

À toi de jouer.

L'ombre du bâtiment mesure 13,50 m. Le jalon mesure 1,60 m et son ombre 2,40 m.

1. Écrire l'égalité des rapports hauteur $\div$ ombre, pour le bâtiment de hauteur h et pour le jalon.
2. Calculer la hauteur h du bâtiment, en mètres.

Exercice 3 – Le tableau des ombres

Exemple — Sur d'autres valeurs

Si l'ombre mesure 2 fois la hauteur : un objet de 1,20 m a une ombre de $1,20 \times 2 = 2,40$ m ; une ombre de 5,00 m vient d'un objet de $5,00 \div 2 = 2,50$ m.

À toi de jouer.

Toujours au même moment, on relève d'autres objets verticaux du site. Compléter le tableau, sachant qu'une ombre mesure **1,5 fois** la hauteur de l'objet.

Hauteur (m)	1,60	1,00		2,20
Ombre (m)	2,40		6,00	

1. Compléter les trois cases vides.

2. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier en une phrase.

Exercices | Standard**Exercice 4 – Un lampadaire****Exemple — Sur d'autres valeurs**

Avec un jalon, on a trouvé un rapport hauteur $\div$ ombre de 0,8. Au même moment, un poteau a une ombre de 4,00 m : sa hauteur vaut $4,00 \times 0,8 = 3,20$ m.

À toi de jouer.

Au même moment, le lampadaire de la cour projette une ombre de 5,25 m.

1. Peut-on réutiliser le rapport du jalon ? Justifier.

2. Calculer la hauteur du lampadaire.

3. Le fabricant annonce un mât de 3,50 m. Le relevé le confirme-t-il ?

Exercice 5 – Retrouver une ombre**Exemple — Sur d'autres valeurs**

Un jalon de 1,00 m a une ombre de 2,00 m. Au même moment, un mur de 2,50 m a une ombre de $2,50 \times 2,00 \div 1,00 = 5,00$ m. Une haie située à 4,00 m du mur est donc atteinte, car $5,00 > 4,00$.

À toi de jouer.

Le géomètre doit prévoir l'implantation d'un panneau publicitaire de 4,80 m de haut, toujours au même moment de la journée.

1. Quelle sera la longueur de son ombre ?

2. Un riverain se plaint que l'ombre atteindra sa clôture, située à 7,00 m du panneau. Sa crainte est-elle fondée à cette heure-là ?

Exercice | Approfondissement**Exercice 6 – L'apprenti qui a pris son temps****Exemple — Sur d'autres valeurs**

À 10 h, un jalon de 1,00 m a une ombre de 2,00 m : rapport $1,00 \div 2,00 = 0,5$. À 12 h, son ombre ne mesure plus que 1,25 m : rapport $1,00 \div 1,25 = 0,8$. Une ombre de 5,00 m mesurée à 12 h donne $5,00 \times 0,8 = 4,00$ m ; avec le rapport de 10 h, on trouverait $5,00 \times 0,5 = 2,50$ m, une hauteur fausse.

À toi de jouer.

Un apprenti relève l'ombre du jalon à **9 h** (jalón 1,60 m, ombre 2,40 m). Il est ensuite appelé sur une autre tâche et ne mesure l'ombre du bâtiment qu'à **11 h**. À 11 h, l'ombre du même jalon ne mesure plus que 1,20 m, et celle du bâtiment 6,75 m.

1. Quelle hauteur trouve-t-il en combinant le rapport de 9 h et l'ombre de 11 h ?

2. Quelle est la hauteur réelle, calculée correctement avec les deux mesures de 11 h ?

3. De quel facteur s'est-il trompé ? Expliquer d'où vient l'erreur, en une phrase.

4. Rien dans son carnet ne signale l'erreur : le calcul est juste, les mesures sont exactes. Proposer une règle de terrain, en une phrase, qui aurait empêché la faute.

Mon bilan avec l'enseignant : ☐ Calculer le rapport du jalon ☐ Trouver une hauteur ou une ombre
☐ Mesurer au même moment.