

Séance de 1 heure | Situation et cours

Implanter d'équerre : la méthode du 3-4-5

Seconde MNB | Compétence C3.2

Prénom et nom : Classe :

Énoncé — Contexte professionnel : implantation du restaurant scolaire d'Albertville (73)

Un géomètre-topographe a implanté sur le terrain l'emprise au sol d'un restaurant scolaire : avec sa station totale, il a planté **quatre piquets** aux angles. L'emprise retenue est un **rectangle de 18,00 m sur 13,00 m**, soit 234 m^2 .

Avant que le maçon ne coule les fondations, l'implantation est contrôlée : il faut **prouver** que les angles sont droits. Un décalage de quelques degrés se paie en cloisons de travers et en menuiseries qui ne rentrent pas.

Pour ce contrôle, pas de rapporteur géant ni d'équerre de 18 m : un décamètre suffit.

« Comment garantir un angle droit avec un simple ruban de mesure ? »

Propriété — Théorème de Pythagore

Si un triangle ABC est rectangle en A , alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Il permet de calculer une longueur quand on sait déjà que l'angle est droit.

Propriété — Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle **est rectangle en A** .

C'est elle qu'on utilise sur le chantier : elle permet de **prouver** qu'un angle est droit, à partir de trois longueurs mesurées.

Méthode — Utiliser la réciproque

1. **Repérer la plus grande longueur** : c'est elle qu'on compare à la somme des carrés des deux autres.
2. Calculer le carré de la plus grande longueur, puis la somme des carrés des deux autres.
3. Si les deux résultats sont égaux, le triangle est rectangle. Sinon, il ne l'est pas.

Méthode — Méthode du 3-4-5

Depuis le coin à vérifier, on mesure 3 m sur un côté et 4 m sur l'autre. Si l'angle est droit, la distance entre ces deux points vaut exactement 5 m.

Si on mesure autre chose que 5 m, l'angle n'est pas droit : on déplace le piquet jusqu'à y arriver.

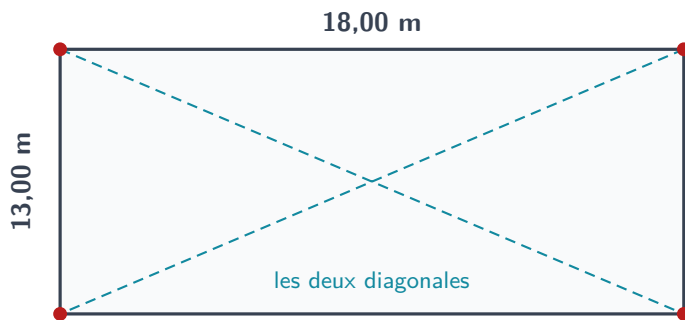
Erreur fréquente — Attention

Sur une grande emprise, on préfère un triangle plus grand, par exemple 9-12-15, car l'erreur de lecture du décamètre pèse alors relativement moins. Ce sont les mêmes proportions : $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$.

Exercices | Socle

Vérifier un angle droit, calculer une diagonale

Écris tes calculs et l'unité de chaque résultat.



L'emprise du restaurant scolaire vue de dessus, schéma sans échelle. Le rectangle mesure 18,00 m sur 13,00 m ; les quatre points rouges sont les piquets d'angle ; les deux diagonales sont tracées en pointillés.

Exercice 1 – Vérifier le 3-4-5

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un triangle mesure 5 m, 12 m et 13 m ; la plus grande longueur est 13 m. $13 \times 13 = 169$ et $5 \times 5 + 12 \times 12 = 25 + 144 = 169$. Les deux résultats sont égaux : le triangle est rectangle.

À toi de jouer.

Depuis un piquet, l'aide-géomètre a mesuré 3,00 m sur un côté et 4,00 m sur l'autre, puis 5,00 m entre les deux points.

1. Calculer $3,00^2 + 4,00^2$.
2. Calculer $5,00^2$.
3. Les deux résultats sont-ils égaux ? Que peut-on en conclure sur l'angle ?

Exercice 2 – Un angle qui n'est pas droit

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un triangle mesure 6 m, 8 m et 10,30 m. $10,30 \times 10,30 = 106,09$, mais $6 \times 6 + 8 \times 8 = 36 + 64 = 100$. $106,09 \neq 100$: l'angle n'est pas droit.

À toi de jouer.

Sur un autre piquet, on mesure 3,00 m et 4,00 m, mais la distance entre les deux points vaut 5,20 m.

1. Calculer $3,00^2 + 4,00^2$.
2. Calculer $5,20^2$.
3. L'angle est-il droit ? Que doit faire le géomètre ?

Exercice 3 – La diagonale d'une pièce**Exemple — Sur d'autres valeurs**

Une pièce mesure 2,40 m sur 3,20 m. $d^2 = 2,40^2 + 3,20^2 = 5,76 + 10,24 = 16$, donc $d = \sqrt{16} = 4,00$ m.

À toi de jouer.

Une pièce rectangulaire mesure 6,00 m sur 8,00 m. On cherche la longueur de sa diagonale d .

1. Écrire l'égalité de Pythagore pour la diagonale d .

2. Calculer d^2 .

3. En déduire d , en mètres.

Exercices | Standard**Exercice 4 – La diagonale de contrôle****Exemple — Sur d'autres valeurs**

Un rectangle de 8,00 m sur 5,00 m : $d^2 = 64 + 25 = 89$, donc $d = \sqrt{89} \approx 9,43$ m. On mesure 9,44 m : l'écart est $9,44 - 9,43 = 0,01$ m, soit 1 cm.

À toi de jouer.

L'emprise doit être un rectangle de 18,00 m sur 13,00 m. Ses côtés ont déjà été contrôlés. Le géomètre contrôle maintenant son implantation en mesurant la diagonale.

1. Calculer la longueur de la diagonale, arrondie au centimètre.
2. Il mesure 22,20 m sur le terrain. L'implantation est-elle correcte, sachant qu'on tolère 2 cm ?
3. Pourquoi mesurer la diagonale plutôt que vérifier les quatre angles un par un ? Répondre en une phrase.

Exercice 5 – Une dalle carrée**Exemple — Sur d'autres valeurs**

Un carré de 5,00 m de côté : $d^2 = 25 + 25 = 50$, donc $d = \sqrt{50} \approx 7,07$ m. Si on lit 7,10 m sur le terrain, l'écart est $7,10 - 7,07 = 0,03$ m, soit 3 cm.

À toi de jouer.

Le maçon plante au décamètre une dalle **carrée** de 7,00 m de côté. La tolérance sur la diagonale est de 2 cm.

1. Calculer la longueur théorique de la diagonale, arrondie au centimètre.

2. Sur le terrain il lit 9,95 m. Calculer l'écart avec la valeur théorique.

3. L'implantation est-elle acceptable ?

4. Les quatre côtés mesurent pourtant bien 7,00 m. Quelle est alors la forme réellement implantée ?

Exercice | Approfondissement

Exercice 6 – Choisir son triangle

Exemple — Sur d'autres valeurs

Pour le triangle 9-12-15 : $9 \times 9 + 12 \times 12 = 81 + 144 = 225$ et $15 \times 15 = 225$, il est rectangle.
 Pour un mur de 24,00 m aligné sur le côté de 12 m : $24,00 \div 12 = 2$, une erreur est multipliée par 2 au bout du mur.

À toi de jouer.

L'équipe du maçon trace les murs au décamètre ; son ruban mesure 20 m. Les triangles utilisables sont les multiples du 3-4-5 : 3-4-5, 6-8-10, 9-12-15, 12-16-20.

1. Vérifier par le calcul que le triangle 12-16-20 est bien rectangle.

2. Pourquoi ne peut-on pas aller au-delà, avec ce ruban ?

3. Le mur à implanter mesure 18,00 m. Pour chacun des triangles 3-4-5 et 12-16-20, calculer le rapport $\frac{18,00}{b}$, où b est le côté aligné sur le mur (4 m puis 16 m). Ce rapport dit par combien l'erreur d'implantation est **multipliée** en prolongeant jusqu'au bout du mur.

4. Par combien l'erreur est-elle divisée en passant du 3-4-5 au 12-16-20 ?

5. Sur un chantier encombré où l'on ne peut dérouler que 5 m, quelle précaution reste-t-il à prendre ? Une phrase.

Mon bilan avec l'enseignant : ☐ Utiliser la réciproque ☐ Calculer une diagonale ☐ Conclure avec une tolérance.